# *Un itinerario didattico: dal numero alle operazioni aritmetiche*

***Laboratorio di Didattica Speciale di Logica-Matematica***

*Gianna Manno*

*Componente del* **G.R.I.M.**, *Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica, Università di Palermo.*

Alla luce di quanto detto, proviamo a creare un possibile itinerario didattico:

*dall'approccio al numero fino alle quattro operazioni.*

Il numero *cardinale* risponde alla domanda: "*quanti elementi ha questo insieme?*". Due insiemi A e B hanno lo stesso numero cardinale (o potenza), quando possono essere messi in corrispondenza biunivoca. Va osservato che questo approccio al numero non presuppone alcuna idea di ordinamento per gli insiemi.

Il numero *ordinale* presuppone invece che si siano già ordinati in file gli elementi dell'insieme; esso risponde alla domanda: "*che posto ha un certo elemento nella successione? E' il primo, il secondo?...*"

***Problema cruciale:***

"*nel primo approccio al numero è più favorevole la via cardinale o quella ordinale?*"

- Attorno agli anni trenta il famoso logico e matematico B. Russel, sostiene il vantaggio dell'approccio cardinale; queste idee si diffusero attorno agli anni cinquanta col doppio avallo di Piaget e della scuola matematica Bourbaki. Venne coniato il termine di matematica moderna per indicare la presentazione della matematica che partiva dall'idea di insieme e di struttura. Per i Bourbakisti gli insiemi sono la "materia prima " sulla quale costruire tutta la matematica. Già in presenza di insiemi disordinati ha senso parlare di numero cardinale, mentre per parlare di numero ordinale bisogna dotare l'insieme di un ordinamento. Per i bourbakisti e i fautori della psicologia genetica il numero cardinale è più semplice del numero ordinale. L'errore pedagogico è qui: nell'identificare una gerarchia genetica con una gerarchia deduttiva, valida all'interno della matematica.

- Riconosciamo i libri di testo basati sulla matematica moderna in quanto:
    a) Tratta insiemi non omogenei e disordinati;
    b) Mette l'accento sulle corrispondenze biunivoche;
    c) Evita, almeno in una lunga fase iniziale, di considerare la successione dei numeri naturali.
- In epoca recente alcuni psicologi (Brainerd), hanno rivalutato l'apetto ordinale, in quanto è quello più naturale per il bambino, mentre quello cardinale presenta delle difficoltà per cui deve essere riservato ad una fase successiva.

Resta da risolvere una grossa difficoltà:
per i sostenitori della matematica moderna come si può introdurre il numero, se "il principio di conservazione si istaura relativamente tardi?"
Questo principio non è colto facilmente nella sua formulazione generale (con insiemi arbitrari) e ad un livello già elevato di simbolizzazione (insiemi rappresentati con un disegno), mentre è colto facilmente quando il bambino esegue manipolazioni su oggetti familiari e che costituiscono per lui una struttura percettivamente interessante.

L'idea di numero è molto complessa: l'approccio ordinale e cardinale sono entrambi essenziali . L'idea del numero ha uno sviluppo naturale lento e vario, che deve essere favorito dall'insegante.

## ***Prima attività :***
## ***IL CONTARE***

Nello strutturare un itinerario didattico, l'insegnante deve dunque valorizzare le conoscenze spontanee del discente.
Cosa significa contare, per un bambino?

- Emettere una successione di suoni, per imitazione. Accade che la filastrocca dei numeri sia frammentaria, lacunosa o con sovrapposizioni;
- Questi suoni spesso vengono associati con dei movimenti del corpi. Acuni giochi sono molto importanti perchè favoriscono questa associazione tra suono e movimento (piccoli salti, battere una volta le mani...)
- Poi si ha una corrispondenza sempre più precisa tra suoni ed oggetti (creazione di giochi in cui quando si fa la "conta", ad ogni suono pronunciato si deve far corrispondere uno dei bambini che partecipano al gioco...)
- Finalmente arriva il contare vero e proprio, in cui gli oggetti da contare vengono passati in rassegna, ad esempio mettendoli in fila oppure passandoli da un recipiente all'altro.

In questo itinerario, si scorge un approccio ordinale, ma vi sono parziali connotati cardinali, come ad esempio l'operazione del contare stesso: non si tratta del confronto tra due insiemi arbitrari, ma del confronto tra l'insieme da esaminare ed un insieme privilegiato formato da alcune battute della filastrocca: uno, due... La maggiore facilità dell'operazione rispetto alla costruzione di una corrispondenza biunivoca, dipende dalla familiarità che il bambino possiede con la filastrocca, e dal fatto che gli è consentito, nel contare di maneggiare in qualche modo gli oggetti.
Si potrà obiettare che questa spontanea anticipazione è tipica dei bambini senza difficoltà, ma rispondiamo che per i bambini con difficoltà è ancora più importantante l'impiego di vie naturali e facili.

<u>***Seconda attività :***</u>

***LO SVILUPPO OPERATIVO***

## 1. LE RELAZIONI

L'approccio al numero e le operazioni aritmetiche suggeriscono una riflessione sui concetti ***di relazione d'ordine*** e di ***equivalenza***. Soltanto con le idee chiare su questi argomenti si può favorire il graduale sviluppo della capacità di **ordinare** e **classificare**.

Per il concetto di relazione è utile partire dal linguaggio, possiamo usare espressioni del tipo "*Pisa è una provincia della Toscana*", oppure "*la luce è più veloce del suono*", o ancora "*Silvia suona la chitarra*", intendiamo legare due nomi con un verbo, questi verbi esprimono una relazione.

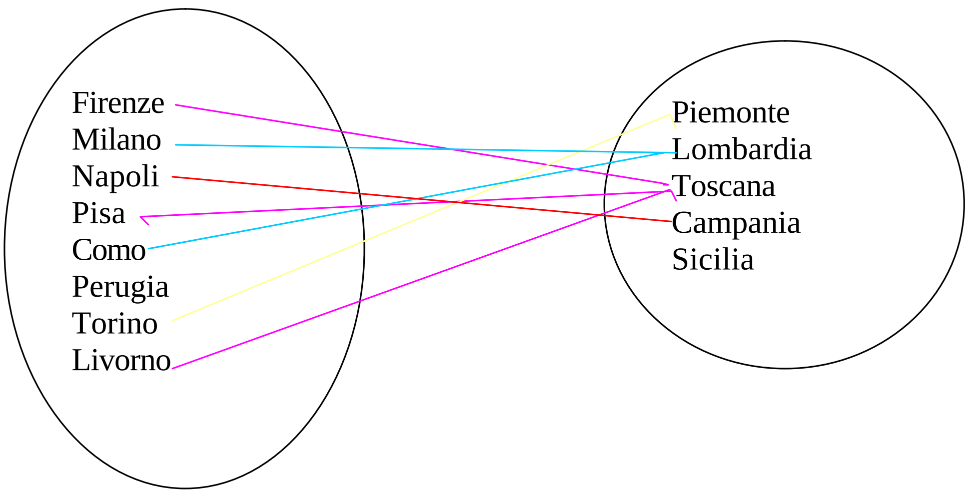
Esempio:

A= {Firenze, Milano, Napoli, Pisa, Como, Perugia, Torino, Livorno}

B= {Piemonte, Lombardia, Toscana, Campania, Sicilia}

Relazione = *è provincia di*

La *relazione fra gli insiemi A e B è un insieme di coppie, il cui primo elemento è preso in A, il secondo in B, cioè è un sottoinsieme del prodotto cartesiano AxB*



| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Sicilia* | | | | | | | | |
| *Campania* | | | ☼ | | | | | |
| *Toscana* | ☼ | | | ☼ | | | ☼ | |
| *Lombardia* | | ☼ | | | | | | ☼ |
| *Piemonte* | | | | | | ☼ | | |
| | *F*<br>*I* | *M*<br>*I* | *N*<br>*A* | *P*<br>*I*<br>*S*<br>*A* | *P*<br>*R* | *T*<br>*O* | *L*<br>*I* | *C*<br>*O* |

In questo caso, ad ogni elemento di A è associato al più un elemento di B.

Gli insiemi A e B non è detto che siano diversi: una relazione può essere posta tra elementi di uno stesso insieme;

A ={2,3,4,5,6,7,8}

R = *è divisore di*

Fra le relazioni hanno particolare importanza per l’ordinamento e la classificazione, la relazione d’ordine e la relazione di equivalenza.

## 2. LA RELAZIONE DI EQUIVALENZA

All'interno della classe si domanda agli alunni in quale mese è nato:

| numero d'ordine dei ragazzi | Mese di nascita |
|---|---|
| 1 | Maggio |
| 2 | Gennaio |
| 3 | Aprile |
| 4 | Gennaio |
| 5 | Luglio |
| 6 | Giugno |
| 7 | Agosto |
| 8 | Giugno |
| 9 | Dicembre |
| 10 | Aprile |
| 11 | Settembre |
| 12 | Maggio |
| 13 | Agosto |

Nell'insieme I degli alunni di quella classe si pone la relazione:

*x è nato nello stesso mese di y.*

Quali proprietà caratterizzano questa relazione?

- ✓ se x è nato nello stesso mese di y, anche y è nato nello stesso mese di y ( Prop. Simmetrica );
- ✓ se x è nato nello stesso mese di y e y è nato nello stesso mese di z, x è nato nello stesso mese di z ( Prop. Transitiva );
- ✓ x è nato nello stesso mese di x ( Prop. Riflessiva ). Esistono relazioni non riflessive come: *x è più alto di y*

Una relazione che gode delle suddette proprietà si chiama ***relazione di equivalenza***.

La relazione x è nato nello stesso mese di y ha determinato una suddivisione di I in sottoinsiemi:

- ✓ disgiunti
- ✓ non vuoti
- ✓ tali che la loro unione è I.

Ciò si esprime dicendo che si è ottenuta una *partizione* dell'insieme I in sottoinsiemi che si chiamano classi di equivalenza.

La relazione di uguaglianza è una particolare relazione di equivalenza; in questo caso ciascuna classe di equivalenza è costituita da un unico elemento.

Le relazioni di equivalenza sono alla base del classificare per partizioni, attività che non crea difficoltà se i discenti vengono abituati a lavorare con insiemi disgiunti. In un secondo momento si può lavorare sulle classificazioni per inclusioni.

Per esempio, nell'insieme N si pongono le due proprietà:

- ✓ n è un multiplo di 2;
- ✓ n è un multiplo di 4.

Queste proprietà non determinano una partizione di N.

L'esigenza di un criterio per classificare è ancor più necessaria se si esce dall'ambito matematico e si passa all'ambito delle scienze.

## 3. RELAZIONI D'ORDINE

A ={1,2,3,5,10,15,120}, R = *è multiplo di*

Questa relazione è antisimmetrica, cioè se un numero a è multiplo di b e se lo stesso numero è multiplo di a, allora a e b sono lo stesso numero. Non è possibile confrontare gli elementi a due a due.

A ={1,2,3,4,5,6}, R = *è minore di*

Tale relazione non è riflessiva, è antisimmetrica, vale la proprietà transitiva.

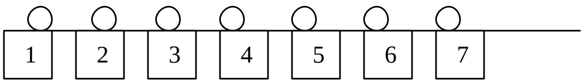
Le due precedenti relazioni sono esempio di relazioni d'ordine, la prima relazione di ordine parziale, e la seconda relazione d'ordine totale.

# ***Terza attività :***

## *ASPETTO ORDINALE DEL NUMERO*

In un primo momento è opportuno lavorare sull'approccio ordinale. Per lavorare sull'aspetto ordinale del numero si può lavorare sulla linea dei numeri.

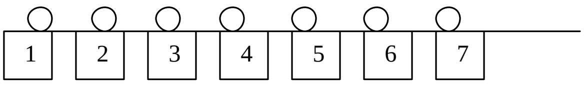
In un secondo momento, una volta acquisito l'aspetto cardinale, un'attività sulla scoperta e sulla costruzione di regolarità numeriche favorisce una comprensione più consapevole della struttura d'ordine dei naturali.




Aggiungere 1

_______

Sulla linea dei numeri partendo da 0 e facendo 5 passi, a quale numero si arriva? (Partendo da 3 e aggiungendo 4, a quale numero si arriva?)



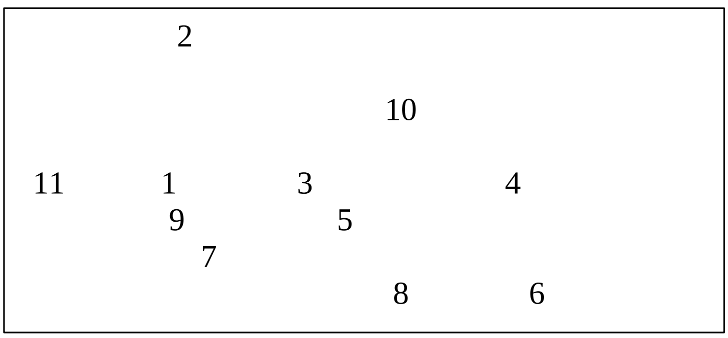

Togliere 1

_______

Partendo da 4 e facendo 4 passi, a quale numero si arriva? (Partendo da 11 e togliendo 6 a quale numero si arriva?, partendo da 5, aggiungendo 5 e successivamente togliendo 7, a quale numero si arriva?

Esercizi analoghi alle due domande precedenti conducono spontaneamente a considerare lo 0 come numero. A questo livello una riflessione sul suo significato viene favorita da esperienze di questo tipo: si parte da un mucchietto di oggetti; si toglie un oggetto alla volta, registrando via via quanti oggetti rimangono. Quando rimarrà un unico oggetto, la possibilità di toglierne uno ancora porrà inevitabilmente il problema dello zero.

- ✓ Unire con tratti rettilinei i punti da 1 a 11 rispettando l'ordinamento dei numeri naturali.



(Osserviamo che i punti in tali configurazioni non sono allineati, per cui questa attività presuppone un dominio sicuro della filastrocca dei numeri).

✓ Partendo da 3 e addizionando sempre 6 si ottiene una successione ordinata. Scrivere i primi 9 termini della successione. Il numero 125 comparirà in questa successione?

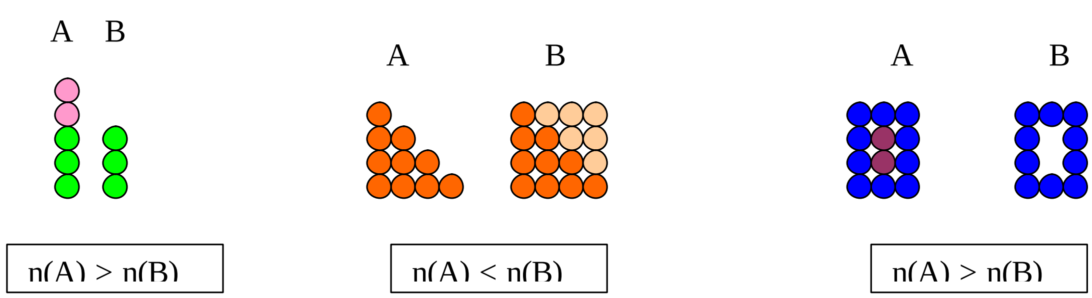
(I soggetti che non hanno difficoltà a scrivere la successione, la costruiranno fino a superare il 125, sarebbe opportuno guidarli a rispondere sulla base di un criterio più generale 125-3=122, non è multiplo di 6).

✓ Data la successione 40 36 31 25…, prova a scoprire la regola con cui è stata costruita.

## *ASPETTO CARDINALE DEL NUMERO*

Per avviare gli alunni alla conquista del concetto di corrispondenza biunivoca, è opportuno proporre loro il confronto fra insiemi la cui numerosità sia percettivamente evidente in modo da evitare il conteggio degli elementi dei due insiemi (carte da gioco, pezzi del domino, dadi o con configurazioni di questo tipo).

Quale insieme è più numeroso?



## *LE OPERAZIONI ARITMETICHE*

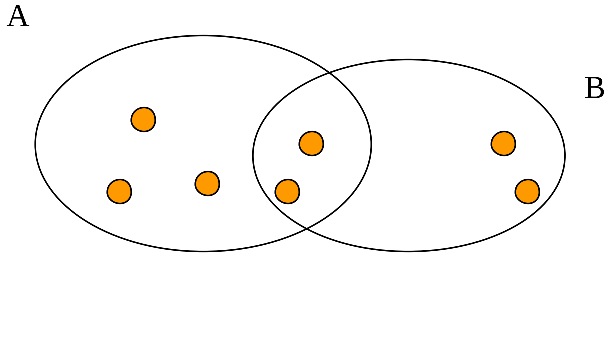
La padronanza della tecnica di calcolo e ancor di più la conquista del significato delle singole operazioni aritmetiche costituiscono uno degli obiettivi fondamentali della formazione matematica a livello elementare.

Le operazioni aritmetiche sono uno dei principali strumenti necessari per avviare processi di matematizzazione della realtà e pertanto hanno un alto valore educativo rilevante perché permettono di organizzare e schematizzare la propria esperienza.

In questa prospettiva è importante motivare il discente alle operazioni con problemi significativi e stimolanti, e che nello stesso tempo sia guidato a riflettere sui contenuti intrinseci alle singole operazioni e alle loro proprietà formali.

E' bene sottolineare che in una prima fase gli insiemi devono essere impiegati a livello di operazioni manuali, e no a livello di operazioni matematiche; si potrà usare un linguaggio insiemistico elementare e qualche spontanea rappresentazione grafica, ma non una simbolizzazione matematica per gli insiemi.

Si possono infatti creare delle sovrapposizioni fra la struttura insiemistica e quella aritmetica. (Unione e somma ad esempio)




L'insieme A ha 5 elementi, l'insieme B 4, l'unione ne ha 7.
5+4=9 !

Ci riferiremo quindi ad insiemi disgiunti per considerare l'operazione di addizione.

### *PREREQUISITI*

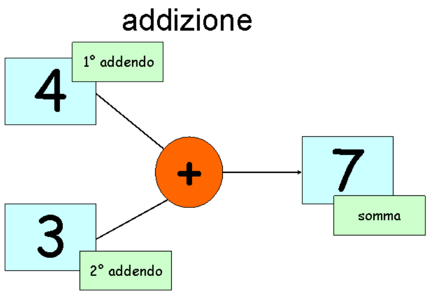
- ✓ Contare oggetti spostandoli uno ad uno
- ✓ Contare verbalmente almeno fino a 20
- ✓ Riconoscere con rapidità le quantità indicate con le dita della mano
- ✓ Effettuare raggruppamenti di oggetti
- ✓ Individuare e registrare raggruppamenti
- ✓ Riconoscere i simboli numerici da 0 a 9 e saperli abbinare alle quantità corrispondenti

Per effettuare le operazioni con numeri maggiori di 20:
- ✓ Comprendere il valore posizionale dei numeri

***L'addizione,***

è l'operazione mediante la quale dati due numeri *addendi,* si ottiene la *somma*. (*summa* = da summus, il più alto).

Addizionare significa aggiungere un numero ad un altro (o ad altri), ottenendo come risultato dell'operazione un terzo numero.

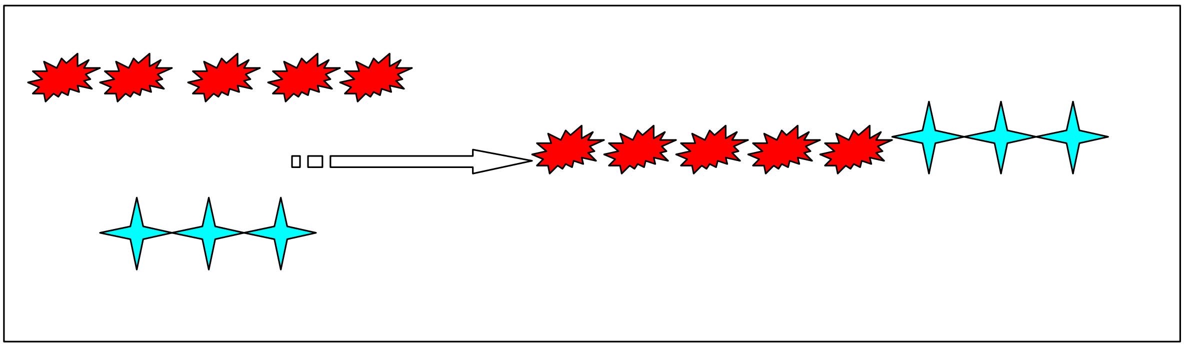



La metodologia didattica consigliata è partire da situazioni problematiche reali, proponendo l'uso iniziale di materiali non strutturati attraverso i quali gli alunni possono comprendere il significato dell'operazione di addizione e acquisire gli automatismi del calcolo orale, possibilmente in situazioni ludiche e procedere per gradi:

- ✓ prima fase: le somme entro il 10
- ✓ seconda fase: oltre dieci, il riporto

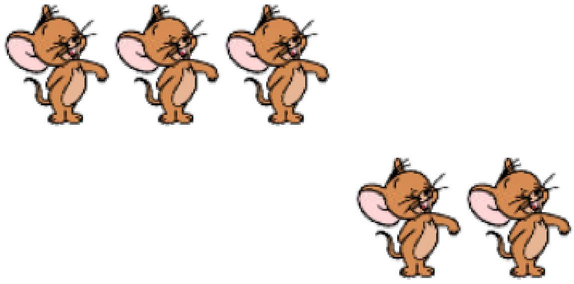
è opportuno utilizzare diverse rappresentazioni concrete dell'operazione e procedere verso le rappresentazioni a livello di simbolizzazione maggiore, usando i materiali strutturati: numeri in colore, i cubetti *multilink*, *i* BAM, l'abaco e quindi la linea dei numeri.

Lo schema più elementare potrebbe essere quello di fare di due file un'unica fila.

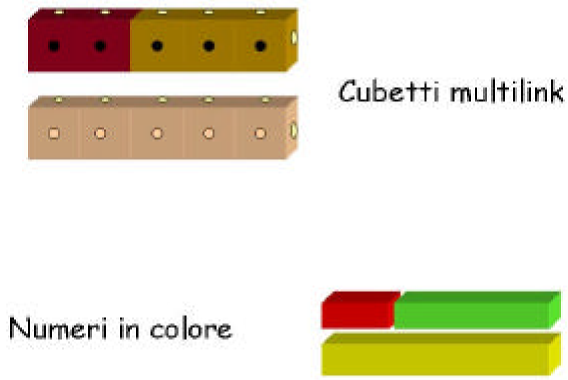


(Sarebbe lo stesso mettere prima le stelle rosse e poi le azzurre: la proprietà commutativa è implicita nel principio intuitivo della conservazione del numero)

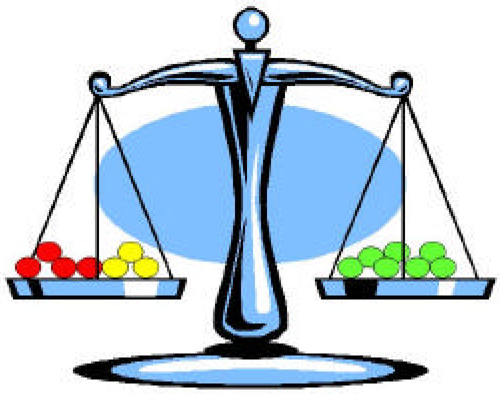
Nella soffitta della sua casa Maria ha visto tre topolini, e la sua mamma due. Quanti topolini hanno visto Maria e la mamma in soffitta?



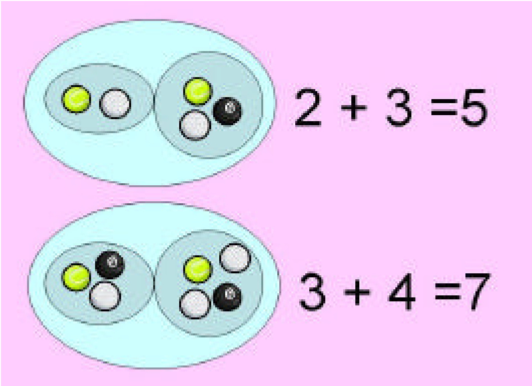
Dopo aver affrontato diverse situazioni riportabili alla vita quotidiana si può passare all'uso di materiali strutturati, nell'esempio i cubetti *multilink* e i numeri in colore:

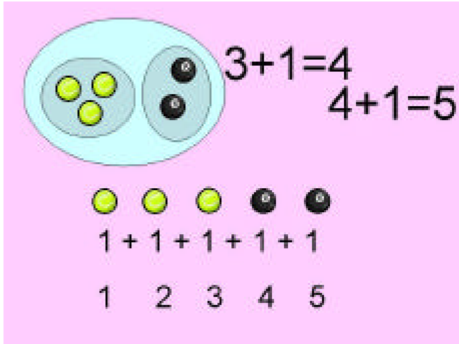
| | |
|---|---|
| 2+3=5 |   |
| 2+6=8 | |

Uno strumento di uso comune che può essere utilizzato per l'addizione è la bilancia a due piatti, occorre procurarsene una che sia sensibile al peso di oggetti facilmente reperibili (ad esempio biglie colorate).



Cominciamo a simbolizzare usando gli insiemi e le cifre, in questo modo i ragazzi potranno ancora avere un approccio iconico e contare gli elementi dell'insieme, prendendo consapevolezza del meccanismo dell'addizione, nel quale si aggiungono gli elementi uno ad uno. Questo tipo di consapevolezza prepara all'uso della retta dei numeri.
In questa fase è opportuno fornire agli allievi delle schede per esercitarsi.



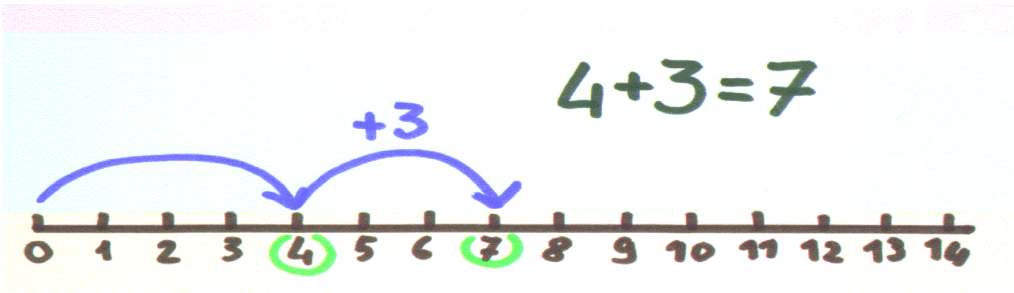




Al momento di introdurre le cifre, Umberto Tenuta (http://www.edscuola.it/archivio/didattica/modulieunita.html) consiglia:

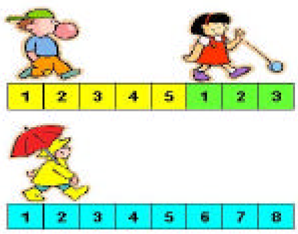
*Solo in un secondo momento si passerà alla registrazione scritta utilizzando parole e solo alla fine si utilizzeranno le cifre (0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 0 + = ). Inoltre, è opportuno prendere atto che in effetti si addizionano sempre i numeri da 0 a 9 ( 0 + 1, 1 + 2, 3 + 5… 9 + 9), anche quando gli addendi contengono le decine: nell'addizione 12 + 24 si sommano il 2 ed il 4 e poi l'1 ed il 2. Pertanto, è importantissimo che gli alunni acquisiscano gli automatismi di calcolo entro il 18, così come si fa per la moltiplicazione*

| + | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **2** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| **3** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| **4** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **5** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| **6** | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| **7** | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| **8** | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| **9** | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |

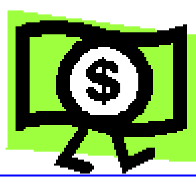
A questo punto i ragazzi dovrebbero aver acquisito il meccanismo dell'addizione, si può quindi introdurre la linea dei numeri, sulla quale sarà semplice procedere contando, a partire dalla posizione del primo addendo, tante unità quante ne indica il secondo:

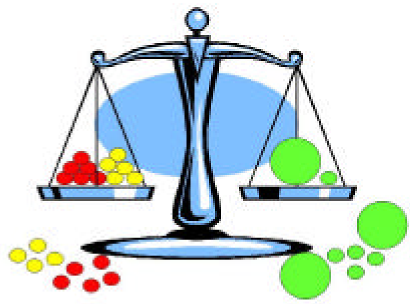



Senza abbandonare l'approccio concreto è possibile organizzare un gioco della linea dei numeri, occorrerà segnare sul pavimento due linee e chiedere a due bambini di procedere in una staffetta, mentre un terzo bambino conterà i passi sulla linea parallela:

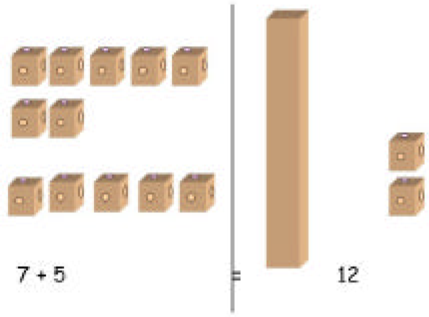
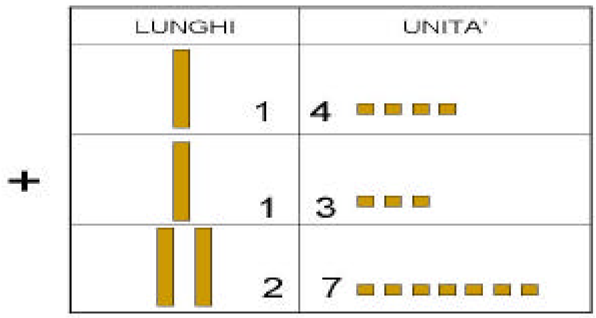
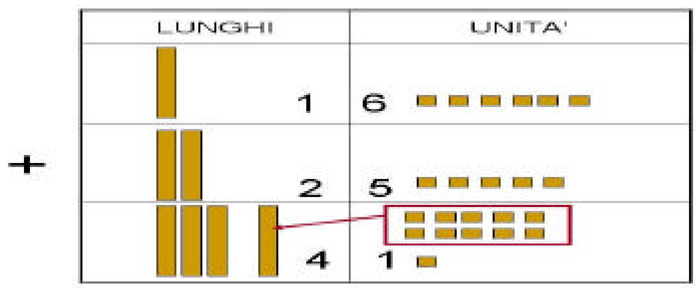



## *CAMBIO E RIPORTO*

| | |
|---|---|
| Attività preparatoria al cambio:<br><br>il gioco della BANCA<br><br>Un ragazzo farà il cassiere e cambierà 10 monete con una banconota | <br>=<br> |

| | |
|---|---|
| Anche la bilancia si presta alla rappresentazione delle operazioni col cambio, utilizzando biglie grandi dell'esatto peso di dieci biglie piccole. |  |

L'approccio concreto alle addizioni col riporto si può affrontare con i B.A.M., gli alunni dovranno aver compreso il meccanismo del raggruppamento e del cambio, poichè sarà necessario cambiare 10 unità (cubetti) con una decina (lungo), 10 decine (lunghi) con un centinaio (piatto) ecc...

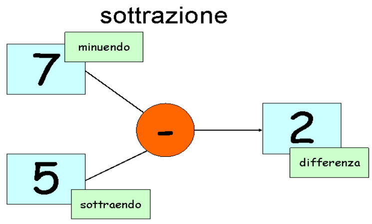
| | |
|---|---|
| **7 + 5 = 12** |  |
| **14 + 13 = 27** |  |
| **16 + 25 = 41** |  |

Dopo aver portato avanti tutte le attività con il materiale concreto, si potrà passare alle operazioni in colonna con il riporto:

$$\begin{array}{r} 15+ \\ 12= \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\color{red}1}\phantom{5+} \\ 15+ \\ 17= \\ \hline 32 \end{array}$$

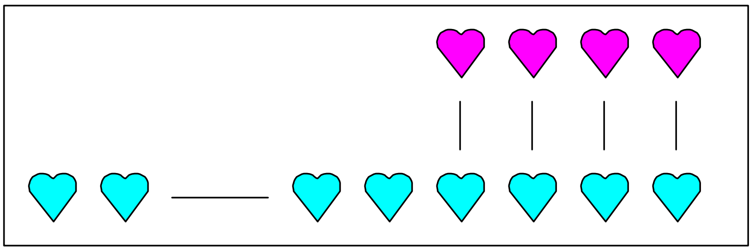
## *La sottrazione*

è l'operazione mediante la quale da un numero detto minuendo si 'toglie' una quantità pari al sottraendo, il risultato è la differenza (o resto).

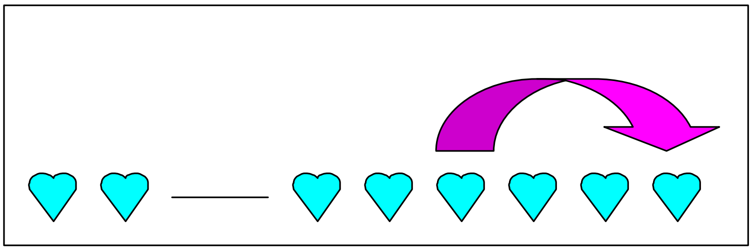



Per la sottrazione abbiamo (almeno) due modelli concreti:

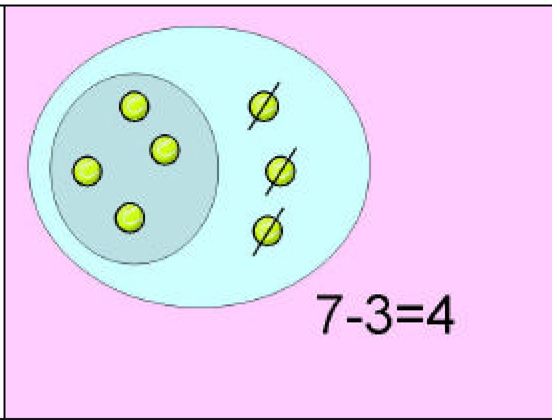
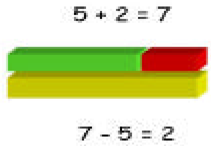
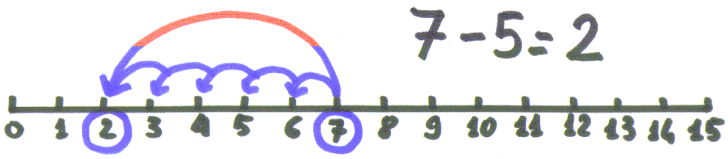
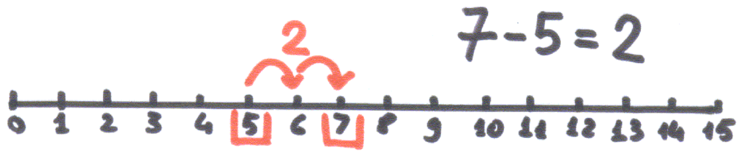
- ✓ La sottrazione di *resto*: Gino ha 6 caramelle; gliene tolgo 4; quante caramelle gli rimangono?



- ✓ La sottrazione di *differenza*: Gino ha 6 caramelle; Carlo ne ha 4; quante caramelle ha Gino più di Carlo?

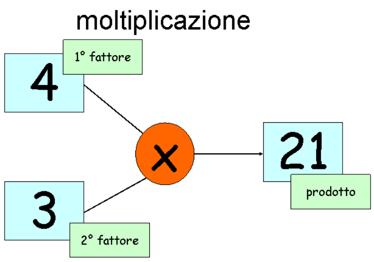


La sottrazione di differenza è un po' più complessa di quella di resto: si riduce a quest'ultima attraverso un'operazione di corrispondenza biunivoca (faccio corrispondere l'insieme di Carlo con un sottoinsieme delle caramelle di Gino). Questa operazione potrà essere eseguita prima manualmente poi mentalmente appena possibile. La metodologia consigliata è: partire da situzioni concrete, usando materiali non strutturati, per poi passare a materiali strutturati, al linguaggio simbolico ed alla linea dei numeri

| | |
|---|---|
| con gli insiemi |  |
| con i regoli<br><br>è possibile evidenziare come<br><br>**7 – 5 = 2**<br><br>anche a partire da<br><br>**5 + 2 = 7** |  |
| con la linea dei numeri è possibile rappresentare le due situazioni problematiche che portano alla sottrazione, cioè il resto e la differenza.<br><br>Supponiamo di avere 7 biglie e di perderne 5, quante ne restano?<br><br>Se abbiamo ancora 5 biglie, quante ce ne vogliono per tornare ad averne 7? | **resto**: ne ho 7, ne tolgo 5, quanti ne restano?<br><br>Faccio 5 passi verso sinistra<br><br><br><br>**differenza**: ne ho 5, ne voglio 7, quanti ne mancano?<br><br>Faccio tanti passi a destra finché raggiungo il numero desiderato<br><br> |

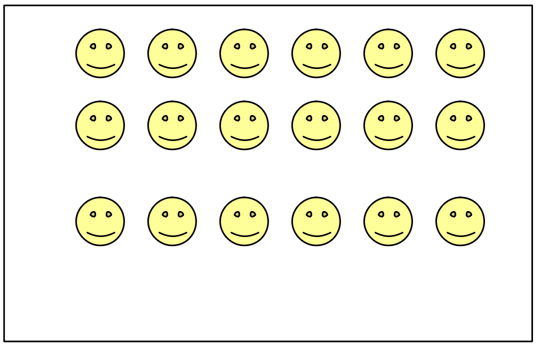
## *La moltiplicazione*

È l'operazione mediante la quale da un numero detto moltiplicando (o fattore) viene sommato a se stesso tante volte quante sono le unità dell'altro numero, detto moltiplicatore (o fattore), il risultato è il prodotto.



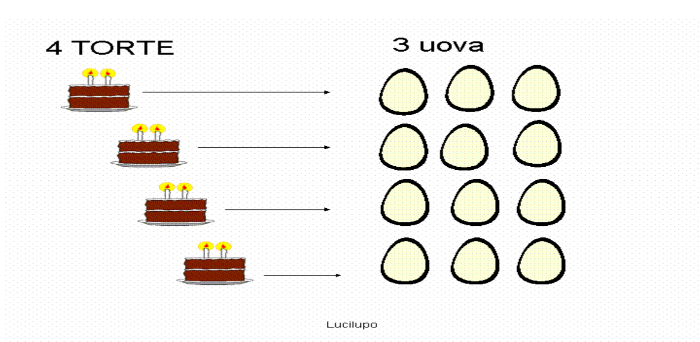

L'operazione logica che sta a fondamento della moltiplicazione è il prodotto cartesiano tra insiemi, per cui si può ad esempio scegliere per la moltiplicazione, la configurazione del rettangolo:

eseguire la moltiplicazione significa passare dalla configurazione rettangolare (può essere facilmente costruita dal bambino con soldatini, automobili,…) a quella lineare, fare un'unica riga.



Il principio di conservazione del numero assicura la validità della proprietà commutativa.

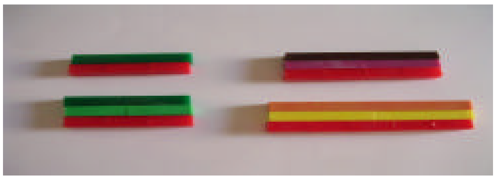
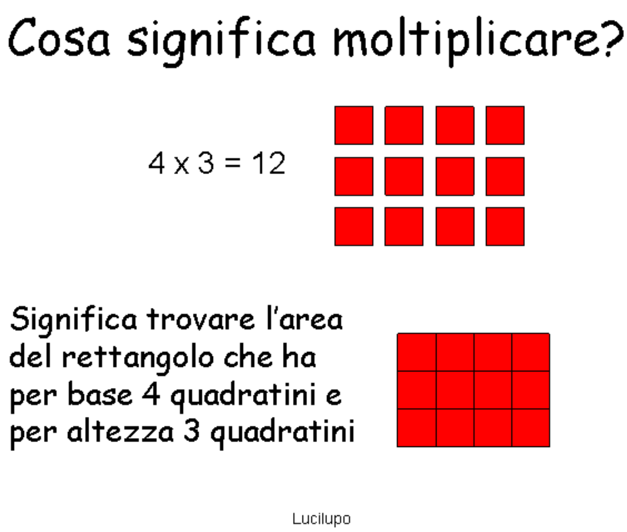
Tale modello ha tutto il vantaggio del prodotto cartesiano, senza averne la difficoltà logica.

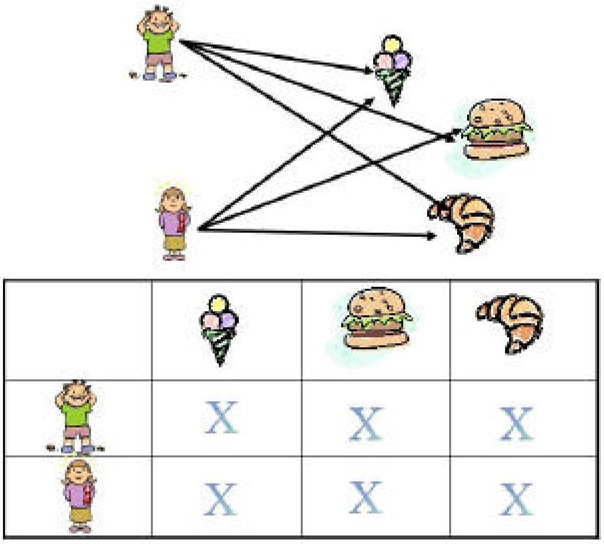
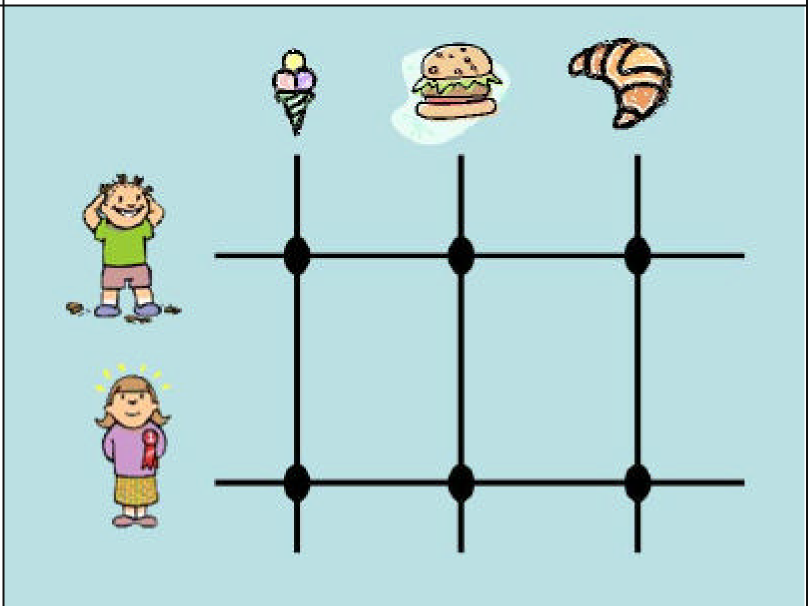
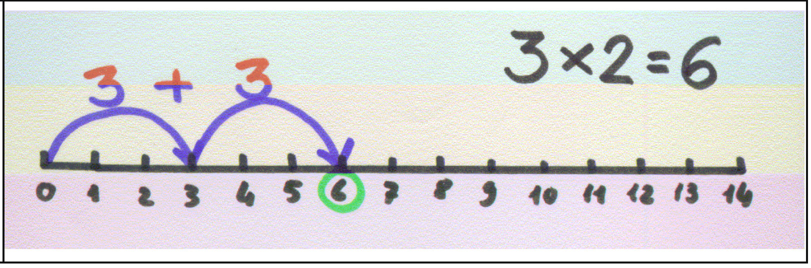




conta le torte ... conta le uova

L'operazione si può introdurre:

- ✓ come *addizione ripetuta*
- ✓ come *prodotto combinatorio*.

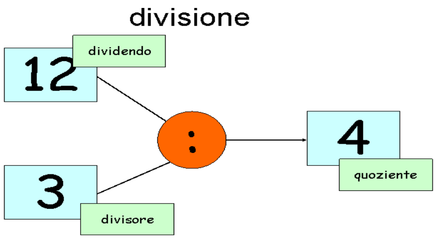
| | |
|---|---|
| Addizione ripetuta | presentare, ad esempio, tre buste di figurine ognuna contenente 5 figurine e invitare l'alunno ad aprirle una alla volta e a contare tutte le figurine. A questo punto l'insegnante farà notare all'alunno come l'addizione ripetuta 5+5+5 sia un'operazione "lunga" rispetto a 5x3 che essendo un'operazione "corta" consente di risparmiare tempo e spazio nella scrittura.  |
| numeri in colore (regoli): a quale regolo corrispondono 3 regoli rossi? E 2 verdi? ... e 2 gialli? ... e 5 rossi? |  |
| schieramenti<br><br>verificare che l'alunno sappia con sicurezza il significato dei termini: "fila" (o "colonna") e "riga" |  |

| | |
|---|---|
| lavoro preparatorio che consenta all'alunno di utilizzare una tabella doppia entrata per formare le coppie.<br><br>Angelo e Luisa devono fare merenda, possono scegliere un gelato, un panino o un cornetto. | <br> |
| prodotto cartesiano |  |
| linea dei numeri<br>3x2<br>vuol dire<br>SALTO 3 NUMERI PER 2 VOLTE | <br> |

Nella fase manipolativa si potrà proporre ai ragazzi il ritaglio in carte di vario colore (può essere usata carta-collage o carta –regalo con vari disegni, righe, pois, fiorellini) di magliette e calzoni e comporre le varie combinazioni.

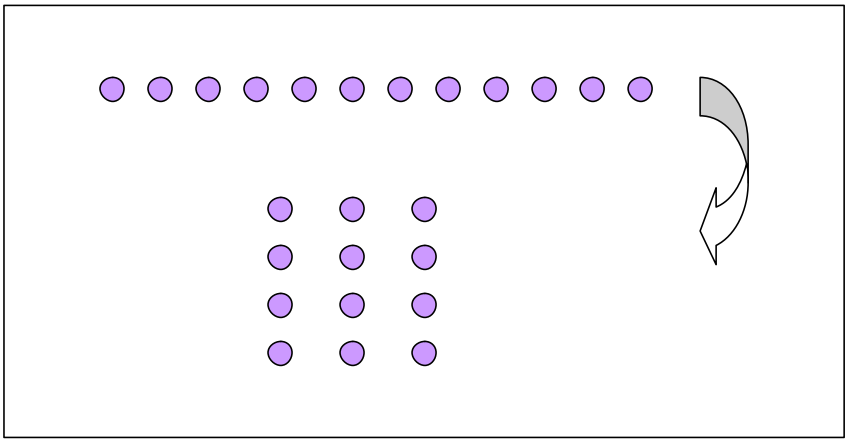
## *La divisione*

è l'operazione che ci permette di determinare quante volte un numero (divisore) è contenuto in un altro, (dividendo), il risultato è il quoto (se la divisione è esatta) o quoziene (se la divisione ha un resto).

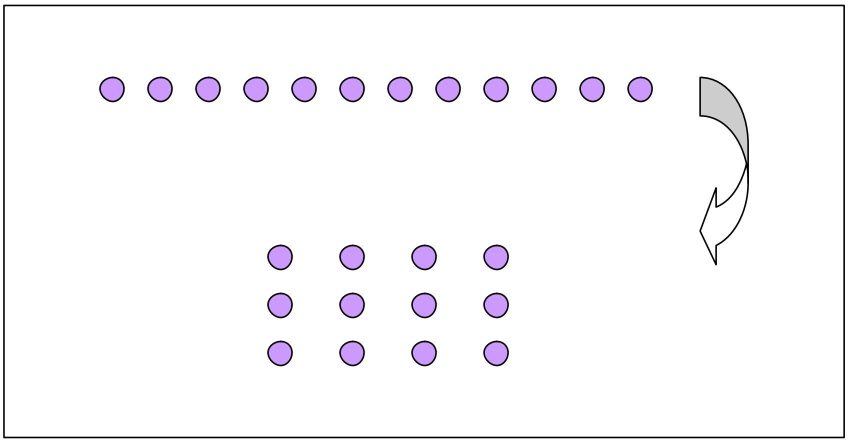



La divisione ha due modelli concreti:

- ✓ divisione di *partizione:* Gino ha 12 palline e le deve ripartire in tre vasetti;

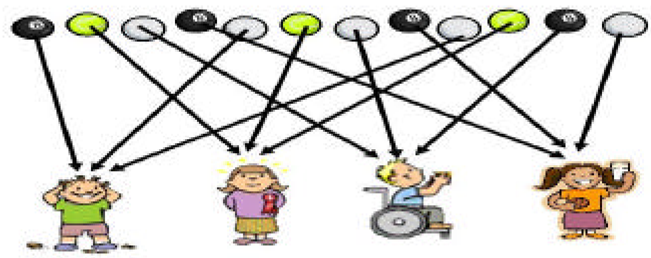


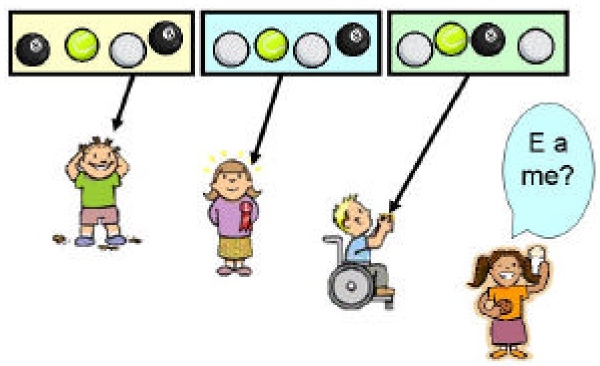
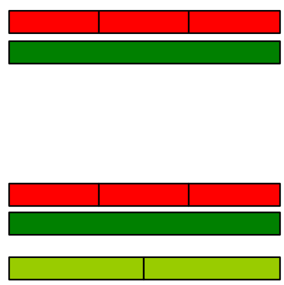
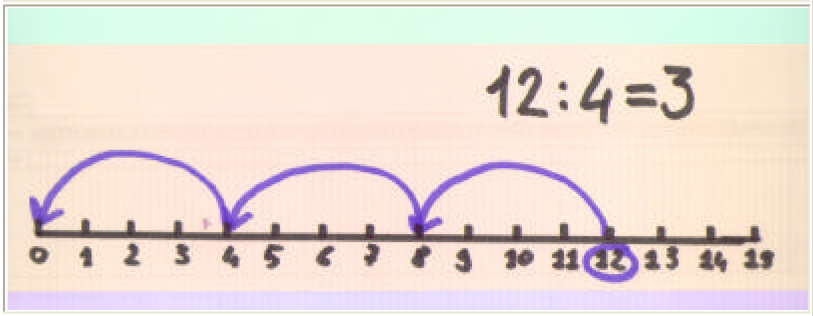
- ✓ divisione di *contenenza:* ogni volta si prelevano tre palline con un misurino che ne contiene esattamente tre e si prosegue l'operazione fino ad esaurimento.



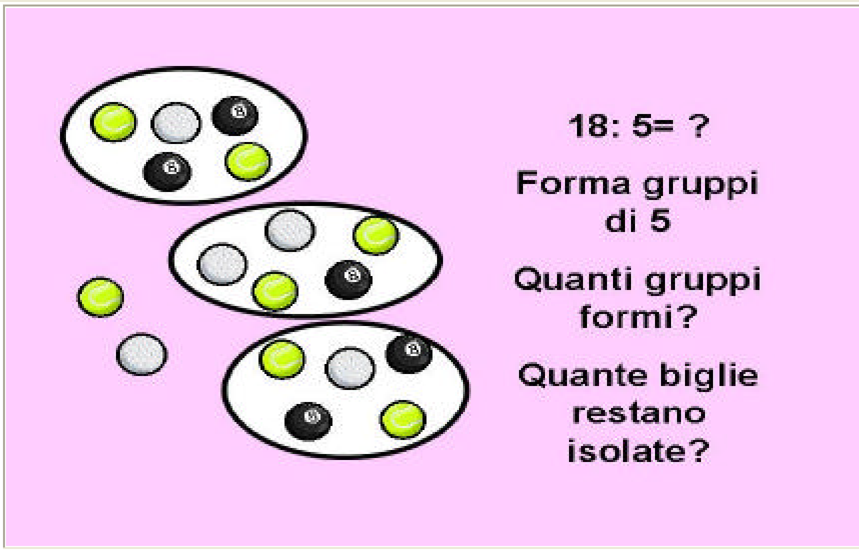
Un modo più concreto di vedere la divisione consiste nel dare al bambino 12 soldatini e chiedergli di costruire uno schieramento su tre righe, impiegando tutti i soldatini. (La divisione di contenenza può essere vista come divisione di una grandezza per una grandezza di una stessa specie, il risultato è un numero puro; la divisione di ripartizione può essere vista come divisione di una grandezza per un numero puro, il risultato è una grandezza della stessa specie).

Nel presentare all'alunno in difficoltà il concetto di divisione, l'insegnante, attraverso esercitazioni pratiche, dovrà sviluppare ed esemplificare questi due aspetti, che si completano a vicenda. Divisione per contenenza vuol dire ripartire un insieme in sottoinsiemi equipotenti.

| | |
|---|---|
| ***attività concrete*** | Fase corporea: raggruppamenti in palestra, formazione delle classi.<br>Fase manipolativa: raggruppamenti di materiale strutturato (regoli – elementi multibase) e di oggetti di uso comune (biglie, pennarelli, caramelle).<br>Fase grafica: rappresentazione grafica delle esercitazioni svolte concretamente mediante l'uso di schede. |
| Ripartizione:<br>ho 12 biglie da dividere in parti uguali a 4 bambini, quante biglie avrà ogni bambino?<br><br>12: 4 = 3<br>12 biglie : 4 bambini=?<br>conta quante frecce arrivano su ogni bambino |  |

| | |
|---|---|
| Contenenza:<br>ho 12 biglie, ne voglio dare 4 ad ogni bambino, quanti bambini avranno le biglie?<br>12: 4= 3<br>12 biglie : 4 per gruppo = ?<br>conta quanti gruppi di biglie hai formato |  |
| Numeri in colore (regoli):<br>a quanti regoli rossi corrisponde un regolo verde scuro?<br>a quanti regoli verde chiaro corrisponde un regolo verde scuro, e a quanti rossi? |  |
| Linea dei numeri:<br>dividere significa a partire dal numero indicato nel dividendi “saltare” verso sinistra di tante unità quante ne indica il divisore sino a giungere a zero (per le divisioni esatte), il risultato della divisione sarà pari al numero di salti effettuati. |  |

## *La divisione col resto*

| | |
|---|---|
| Può succedere che nel raggruppamento degli oggetti qualcuno rimanga isolato: siamo in presenza di divisioni col resto |  |