

# I differenti universi della misura e le loro situazioni fondamentali

*Un esempio di utilizzazione della teoria delle situazioni per l'ingegneria*

Guy Brousseau<sup>1</sup>

Per comprendere il ruolo di una lezione come "il peso di un recipiente" è utile ricollocarla nel suo contesto pedagogico e scientifico. Come passare dal progetto di insegnare una nozione matematica così complessa della "misura" ad un progetto d'insieme, un processo poi ad una situazione più o meno generica ed infine ad una lezione.

La teoria delle situazioni didattiche sembra relativamente adattata alla concezione o alla descrizione di un dispositivo d'apprendimento e d'insegnamento di una conoscenza così ben delimitata, potendo funzionare durante un piccolo momento ad un livello scolastico ben preciso. Essa fornisce degli elementi per analizzare delle successioni di lezioni e le dipendenze che esse possono presentare, ma non sembra dare degli strumenti per "ritagliare" dei grandi oggetti d'insegnamento e per realizzare effettivamente delle ristrutturazioni e dei processi d'insieme.

Non esiste, in questo campo, l'algoritmo che produce un risultato unico, ma solamente una serie di criteri per comparare tra loro delle proposizioni considerate e per eventualmente migliorarle. La riduzione di un grosso oggetto come la misura in una successione di situazioni avrà necessariamente un carattere dialettico: d'adeguamento delle situazioni al processo e quella del processo alle situazioni disponibili non può essere, almeno per l'istante, giudicata d'un colpo. Ma questa riduzione non è un brancolamento erratico. Il ricercatore l'intraprende armato di un repertorio di conoscenze matematiche, didattiche, epistemologiche, storiche, psicologiche, pedagogiche, etc. di cui ne farà uso nel momento opportuno.

Indicheremo molto superficialmente il cammino che è stato seguito nell'esempio scelto. Comincia dallo studio matematico della nozione di misura, se prosegue dal raggruppamento delle questioni e dalle condizioni che conviene prendere in considerazione per costituire degli "universi"<sup>2</sup> che presentano una coesione problematica ragionevole. Questi "universi" permettono in seguito di identificare un piccolo numero di situazioni sufficientemente fondamentali che possono articolarsi in processi d'insieme. Gli studi locali possono allora cominciare sotto le condizioni del mantenimento dei diversi equilibri - per esempio tra la quantità dei concetti nuovi intelligibili costruiti e la frequenza e la varietà della loro utilizzazione nel campo degli esercizi e delle lezioni amministrate nei corsi - in maniera da rendere le nozioni di misura "apprendibili" dagli allievi. È utile precisare che bisogna distinguere per una stessa nozione matematica il suo uso come mezzo, il suo riconoscimento e la sua espressione ed infine il suo studio e quella del posto che ha come sapere. Le situazioni che permettono queste distinzioni sono differenti e più spesso non si presentano nello stesso tempo nella stessa attività e non sono opera delle stesse istituzioni. Noi considereremo nondimeno che esse appartengono allo stesso universo se la situazione d'azione (l'ambiente "obiettivo") di queste differenti situazioni è lo stesso., dunque se esse si riferiscono alla stessa situazione d'azione.

---

<sup>1</sup> Conferenza tenuta a Montreal nel Giugno 1997 e che pubblichiamo in Italiano. Il testo in francese si trova nel sito INTERNET del GRIM: <http://dipmat.math.unipa.it/~grim>. Traduzione a cura di Filippo Spagnolo.

<sup>2</sup> Il termine "universo" deve essere compreso come una semplice metafora che precede una modellizzazione più precisa in termini di "ambienti" (milieux). I tentativi delle definizioni del concetto di ambiente interdicono per il momento il loro uso naif. È lo stesso per il concetto di "quadro", che in più evoca degli isomorfismi più forti.

## **Definizione matematica, i tre "universi"**

Partiamo da una definizione molto diffusa della nozione di misura, un po' semplice, ma che deriva molto convenientemente dalla teoria moderna della misura.

Una misura (ne esistono parecchie) è una applicazione di un insieme munito di una struttura adeguata (spazio misurabile) in un insieme di reali positivi, questa applicazione avendo delle proprietà particolari.

- Un insieme è misurabile se è composto di parti che sono esse stesse degli insiemi, (compreso l'insieme vuoto) e se egli è tale che si può trovare sempre in esso le intersezioni e le unioni di un numero qualunque delle sue parti.
- Una applicazione misura, attribuita ad ogni parte di questo insieme misurabile un (unico) numero reale positivo.
- Questa applicazione è una misura se, e solamente se, essa è in più additiva: il numero associato alla unione di due parti disgiunte qualsiasi è la somma dei numeri associati a ciascuna della parti (se la misura dell'insieme vuoto è zero).

La questione del sapere ciò che avviene quando si considera l'unione o l'intersezione di una infinità di parti è oggi fondamentale, ma non è necessaria considerarla per il nostro proposito: la misura nella scolarità obbligatoria. Questa scelta è in ogni caso una ipotesi didattica (quasi evidente) che potrebbe discutersi.

Riteniamo che per concepire una misura bisogna che vi siano almeno tre nozioni: la prima per descrivere la cosa da misurare, la seconda per descrivere la struttura numerica che misura la cosa, la terza descrive il mezzo di far corrispondere un oggetto alla misura ed il numero che la misura.

Le tre nozioni di base non sono indipendenti: esse sono le componenti necessarie alle situazioni d'azione specifiche della misura. Per contro i loro studi costituiscono dei settori di sapere differenti e rilevano delle problematiche distinte. La storia mostra come è stato necessario separare progressivamente e perfezionare alternativamente o congiuntamente l'una o l'altra di queste nozioni.

Ciascuna di queste nozioni ha il suo universo proprio, cioè le sue strutture, il suo campo di problemi teorici o d'applicazione.

1. ***L'universo degli oggetti matematici misurabili (1).*** La definizione delle proprietà degli spazi misurabili è apparsa tardivamente e oggi ancora la lingua vermicolare non distingue sempre chiaramente un oggetto e la sua misura (esempio: la lunghezza e la larghezza di un rettangolo sono dei segmenti, la misura della lunghezza si chiama anche lunghezza). Ma essa è indispensabile per passare dall'universo degli esempi di misura a una definizione categorica di questa nozione. Cioè un altro postulato della teoria delle situazioni: gli elementi fondamentali di una nozione sono presenti, almeno implicitamente nelle situazioni che li caratterizzano, anche se gli attori della situazione non ne prendono coscienza (o piuttosto conoscenza).
2. ***L'universo dei procedimenti di definizione dell'applicazione-misura. (2).*** I mezzi effettivi secondo i quali le funzioni misura possono attribuire un valore numerico ad un oggetto sono per esempio i metodi di integrazione. La teoria dell'integrazione e quella della misura sono due esposizioni di una stessa teoria matematica.
3. ***L'universo della struttura numerica di arrivo. (3).*** Dalla parte degli insiemi di numeri, la costruzione delle frazioni ha risposto al bisogno di disporre di un insieme più denso che i naturali per "misurare" delle grandezze non discrete, e la costruzione dei reali, al bisogno di disporre di numeri per "misurare" le lunghezze o le arie ottenute con i metodi d'integrazione.

Noi prendiamo questa "definizione" matematica come modello di ciò che è una misura. Essa è definita da una tripletta: una "cosa da misurare", un "mezzo per mettere in corrispondenza", e una "struttura numerica positiva" che esprime la misura. Si tratta di trovare le funzioni di questa pratica o di questa conoscenza e di rappresentarle con dei "giochi formali" che ci permettono di identificare

o di concepire gli apprendimenti che ci interessano. Per contro, non ci limiteremo a ciò che i matematici assegnano attualmente come campo a questa nozione ed esploreremo dei domini più larghi, che permetteranno di discutere questo punto di vista matematico che può essere spiegato.

### ***Un esempio: la misura di insiemi finiti***

La scelta dell'insieme numerico d'arrivo è cruciale per la determinazione di ciò che si potrà misurare o no. Così l'utilizzazione delle frazioni non permette d'esprimere nello stesso tempo la lunghezza del lato di un quadrato e quella della sua diagonale.

La misura più semplice è quella di un insieme finito. A ciascuna delle sue parti, questa misura (o censimento) fa corrispondere, un **numero naturale**, quello dei suoi elementi. Il procedimento effettivo di corrispondenza è quello del conteggio o della corrispondenza termine a termine con un insieme di cardinale conosciuto. Il procedimento di conteggio non dipende in teoria dagli oggetti contati o dal loro numero, ma la realizzazione effettiva sì, ed esiste di questo fatto un gran numero di tecniche di conteggio. La situazione "fondamentale" dell'apprendimento del censimento è ben conosciuta.<sup>3</sup>

- La situazione fondamentale del censimento.

Consideriamo la situazione seguente che può essere tradotta in istruzioni adattate ai ragazzi da 5 a 6 anni: "Noi abbiamo delle pitture in queste piccoli vasi. Tu devi allora cercare dei pennelli nella stanza vicina. Quando ritornerai dovrai metterne uno solo in ogni vaso. E bisognerà che non resti né pennello senza vaso, né vaso senza pennello.. Dovrai portare tutti i pennelli in un sol colpo, se ti sbagli, dovrai riprendere tutti i pennelli, li riporterai là in fondo e ritornerai a provare di nuovo.

*Saprai contare quando potrai fare ciò, anche quando vi sono molti vasi".*

Il ragazzo saprà anche "numerare", dire il numero dei numeri, quando egli potrà giocare i due ruoli seguenti: *chiedere* (emettente) a qualcuno (ricevente), oralmente o per iscritto, la quantità di pennelli necessari che verificano l'operazione, e inversamente *fornire* a richiesta la quantità voluta.

Saprà contare quando sarà capace di rilevare e di argomentare su di un errore commesso a sua insaputa. Conoscerà "il numero naturale" molto più tardi.

L'universo dell'insieme degli oggetti matematici misurabili dai naturali, quello degli insiemi finiti, è anche lui ben conosciuto. La sua struttura è quella di un'algebra di Boole. Ma bisogna ben distinguere l'identificazione, la designazione, e la numerazione degli insiemi, del contare e della recitazione della successione dei numeri. La numerazione è lo strumento dell'esplorazione delle collezioni, ciò che permette il censimento stesso. Questi concetti non avevano esistenza culturale sino a quando la teoria delle situazioni non la rivela, come ha mostrato M. BRIAND<sup>4</sup>.

- Questa situazione possiede delle proprietà che gli danno un carattere fondamentale.
  - Essa permette di definire questa misura come conoscenza, cioè come mezzo di soluzione di questa situazione.
  - I concetti di numero o di conteggio non appaiono nell'enunciato di questa situazione che può essere compresa da un allievo che non sappia contare.
  - Essa permette di sviluppare progressivamente la conoscenza dei numeri come risposta "spontanea" ed evolutiva ad una successione di situazioni generate dalla prima, da varianti comuni (tra gli altri, aumento di oggetti, comunicazione, scrittura di numeri più grandi, perfezionamento di metodi di numerazione).
  - Le varianti e le variabili "didattiche" possono essere facilmente considerate "dialetticamente" dagli allievi stessi.
  - Tutte le situazioni di numerazione si deducono dal suo schema da una semplice modificazione di elementi terminali e da variabili cognitive.

---

<sup>3</sup> 2les mathématiques à l'école", G. Brousseau, Bulletin del l'APMEP n.400.

<sup>4</sup> 2La numerazione nella misurazione delle collezioni: un disfunzionamento della trasposizione didattica", Tesi di dottorato, Bordeaux I.

- Si presenta allora una congettura interessante che ci guida nella nostra ricerca: poiché il contare è una forma di misurare, la situazione fondamentale del contare non potrà essere un caso particolare di una (ipotetica) situazione fondamentale che definisce una misura in generale?

### ***L'universo degli oggetti e degli usi (4)***

Un uccello non è misurabile, ma lo si può appendere ad una stadera o spiegare le sue ali per piazzarle davanti un regolo graduato - la tecnica per non storpiare l'animale non permette è indipendente dal risultato.

Osserviamo qui tutta una catena di concetti - dell'uccello, al suo peso o alla sua apertura alare, poi allo stiramento della stadera o al segmento determinato dall'apertura alare sul regolo - che s'interpongono tra l'uccello i numeri finalmente ottenuti, 20 centimetri, o 15 grammi. Ogni concetto rivela un universo differente. Tutti gli oggetti materiali sono suscettibili di dare luogo a misura seguente gli usi nei quali essi entrano. Questi usi sono essenziali per determinare la finalità, la natura e le modalità di misura.

- Consideriamo delle situazioni dove le comparazioni permettono solamente dei cambi (in una stessa classe) ma non vanno a finire anche ad un ordine. Tutti gli oggetti che possono sostituirsi in un uso determinato divengono equivalenti da un certo punto di vista. Per esempio, io sono il proprietario dell'uccello e cerco di cambiarlo, ma non con del denaro. Tutti gli oggetti con i quali io posso cambiarlo costituiscono una classe di equivalenza determinata dalla pratica sociale della permuta. Il prezzo di questo uccello è una classe di oggetti. La modellizzazione di questi usi in termini di situazioni permette di precisare le classi di equivalenza che determinano. La classe degli oggetti rimpiazzabili gli uni dagli altri nella situazione data diventerà quella degli oggetti che si vedono attribuire lo stesso valore nella misura corrispondente. Se non esistesse la situazione che permette di sostituire una classe ad un'altra, la nostra tripletta comprenderebbe l'insieme degli oggetti equivalenti e loro applicazione su una stessa classe, o sul suo nome. Si tratterebbe di una situazione di scelta (seguito una classificazione data) o di **classificazione** (si tratta di creare la classificazione).
- Consideriamo adesso una classificazione tale che due classi differenti di oggetti possono essere distinti ed ordinati. E' necessario per questo che esista almeno una situazione di **comparazione** effettiva dove queste classi di oggetti entrano insieme. Supponiamo inoltre che non sia possibile determinare l'oggetto che corrisponde alla somma di due valori di misura da un'operazione gli oggetti essi stessi (come per esempio per le temperature). La conoscenza associata a questo tipo di situazione è allora di una **grandezza**, nel senso volgare di cosa suscettibile di divenire più grande o più piccola, ma questa grandezza anche se espressa da numeri (rango) non è misurabile. In una permuta ogni parte ha una preferenza per uno degli oggetti scambiati. L'equivalenza è una ipotesi sociale che spiega dopo perché lo scambio ha avuto luogo. Tutto il commercio vive su questo gioco tra la finzione di una equivalenza globale e la realtà di una preferenza locale.
- Affinché una grandezza sia misurabile, è necessario inoltre che una certa operazione sugli oggetti (o classi di oggetti) che la misura corrisponda all'addizione delle misure: mettere i segmenti testa a testa e allineati per ottenere un segmento somma, per esempio. E' a questa ultima situazione che noi riserviamo il nome di **situazione di misura**.

In conclusione, l'universo degli oggetti materiali può così essere strutturato in classi da situazioni. Queste classi esse stesse possono essere raggruppate da altre situazioni in variabili: nominali (semplicemente distinte), ordinali, di campioni (le differenze di rango possono essere addizionate) o in misure (ad ogni coppia di classi si può assegnare una classe somma, l'associazione presenta le proprietà dell'addizione).

Notiamo che conserviamo nondimeno la nostra tripletta di partenza: strutturazione dell'insieme di partenza, procedimento di attribuzione (a una classe ad un rango) e struttura d'arrivo (insieme amorfo, insieme ordinato). Oggi, l'insieme degli oggetti materiali o teorici suscettibili per essere misurati non cessa di ingrandirsi così che i metodi e le forme di misura.

### ***L'universo delle grandezze e delle misure analogiche. (5).***

Non possiamo fare l'economia di questa struttura numerica d'arrivo così che quella dell'applicazione? Quale sarà "la" situazione fondamentale di questo tipo di studio?

L'apertura d'ali ed il peso di un uccello non sono degli oggetti materiali. Quali situazioni possono definire questi concetti?

- I differenti universi della misura e le loro situazioni fondamentali. Applichiamo il metodo utilizzato sopra: le cose che possono rimpiazzarsi in una stessa situazione sono da un certo punto di vista equivalenti. Per esempio quello che si può comparare con l'aiuto degli stessi strumenti. Le due azioni (mettere sulla stadera e piazzarlo contro un regolo), porta d'uno stesso universo, quello dei segmenti di retta. Ma se si esamina l'effetto degli strumenti, le classi di oggetti ottenuti saranno differenti: la taglia ed il peso non ordinano gli oggetti nello stesso modo. Le "grandezze" sono dunque anche a priori differenti. Notiamo che qui ancora per determinare una misura, una situazione deve associare la somma alla comparazione. Ad ogni grandezza sono associati dei metodi specifici per effettuare la somma. La somma di due velocità non si riconosce facilmente, quella delle probabilità di due eventi a maggior ragione.
- E' possibile differenziare così i tipi di grandezze dalle situazioni (fisiche, sociali, commerciali etc. dove esse si utilizzano). L'uso di una bilancia invece di una stadera può sembrare definire la stessa grandezza in certe circostanze, ma esistono differenze tra peso e massa.

Ricordiamo che è necessario avere bene in testa il concetto di apertura d'ali e probabilmente quello di segmento per sapere cosa fare con l'uccello, ma questo non permette di concludere che bisogna "apprendere" l'uno prima dell'altro. Le situazioni di comparazione permetteranno di provocare, forse, in maniera dialettica l'emergenza congiunta delle situazioni e delle conoscenze necessarie. Per esempio, una delle situazioni di base della misura del caso è stata senza dubbio la nozione di equiprobabilità.

- La definizione di grandezze con delle classi di equivalenza di oggetti da l'idea che dovrebbe esistere una misura intrinseca di questi oggetti, cioè indipendente nel modo in cui essa si esprime numericamente. Un segmento avrà così una lunghezza qualunque sia l'unità utilizzata per esprimere la sua misura. Questa concezione conduce a dei ragionamenti intuitivi, molto spesso economici e fecondi ma essa si è urtata con delle difficoltà che hanno condotto ad abbandonarla quasi dappertutto nella formalizzazione scientifica; In matematica, al contrario, ci si è interessati ben presto ai procedimenti indipendenti dell'espressione numerica delle misure, e dunque si è fatto sparire l'uso delle unità.
- L'idea di rappresentare una grandezza con un'altra viene in parte da questa concezione di grandezze intrinseche e dalla possibilità molto comune di misurare una grandezza con l'intermediario di un'altra. Questa possibilità si radica nei dispositivi materiali essi stessi come nella stadera. Un tale sistema costituisce allora una misura analogica. La tripletta fondamentale non è scomparsa: uno degli spazi misurabili serve come insieme di misura all'altro ed il procedimento di messa in corrispondenza assicura il ruolo di funzione misura. Questa possibilità è stata utilizzata per provare ad aggirare la necessità di espressione numerica delle misure.
- L'espressione delle proprietà degli spazi misurabili è indispensabile. Quella delle trasformazioni definite sugli oggetti di studio che lasciano invarianti certe misure (per esempio lo studio delle isometrie in geometria) è possibile senza che mai queste misure siano espresse numericamente. Questo approccio ha aperto molti ricchi campi di studio ma ha mostrato molto presto i suoi

limiti. Come è noto con i problemi di quadratura poi di integrazione. Dopo l'epoca di LEBESGUE, lo studio diretto delle grandezze è uscito dal dominio delle matematiche.

- Concretamente, diverse situazioni fondamentali di diverse misurazioni, calcolate su quelle date per i numeri naturali sono state sperimentate con un certo successo (per le misure di lunghezza, di aria o di angolo per esempio). La genesi della nozione di frequenza e di probabilità è stato l'oggetto di studi più originale.

### ***L'universo delle unità e dei cambiamenti di unità (6)***

La necessità di ricorrere ad una misura numerica procurerà dunque dei vantaggi materiali che essa procura o di rifiuto della possibilità di utilizzare una misura analogica. La divisione di un segmento in sette segmenti uguali è possibile (per esempio con un buon reticolo di rette parallele equidistanti), ma la divisione geometrica di un cono (un mucchio di grano) in sette coni uguali presenta qualche difficoltà!

- Formalmente, in questo universo, la misura di un oggetto, detta talvolta concreta, gli fa corrispondere una coppia formata da un numero e da una unità. I problemi che vengono posti in questo universo saranno dei problemi di scelta e di cambiamento di unità o dei problemi di corrispondenza tra misure di differenti variabili o grandezze (equazioni con dimensioni). In questo senso ogni sistema di numerazione è già un sistema di misura di un cardinale con l'aiuto di una unità ausiliare (o di parecchie).
- Troveremo così anche tutti i problemi legati ai sistemi di misura e in particolare al sistema metrico, e di contro le frazioni ed il loro sistema completo di unità intermedie.
- Vi troveremo anche lo studio dei diversi procedimenti di costruzione delle misure, le misure prodotte (che corrispondono a degli integrali multipli) come l'aria, il volume... o le misure derivate (velocità, densità, debito, etc.).
- Vi troveremo, anche se un po' a parte, le "grandezze scalari" o a condizione di scala: percentuali, frequenze, probabilità, che apparentemente non hanno unità ma dove giustamente l'unità è il "tutto". Le grandezze "fisiche" e le "grandezze scalari" si oppongono almeno per le concezioni euristiche che esse attivano dalla loro natura...
- In questo universo ancora, troveremo dei problemi legati a delle concezioni euristiche della misura: le une corrispondono all'idea di misurare qualche cosa di grande con qualche cosa di piccolo, con tutti i metodi per riportarsi a questo schema. Le altre all'idea di misurare qualche cosa con un'altra cosa pressappoco così grande per commisurazione. 4 Esempi di situazioni: la misura dello spessore dei fogli di carta in N.&G. Brousseau<sup>5</sup>)
- Le situazioni fondamentali per questo universo sono rappresentate da quella che è utilizzata da Nadine Brousseau all'inizio del processo. Gli allievi devono comunicare delle informazioni per fare equilibrare esattamente diversi oggetti da quantità di sabbia conveniente mettendola sui vassoi di una bilancia ROBERVAL. Questa lezione dovuta a F. COLMEZ conduce gli allievi ad utilizzare diversi oggetti unità "identici" disponibili in gran numero (chiodi, targhette, ...) ma che non sono dei multipli semplici gli uni degli altri..

### ***L'universo del misurare, metrologia, errori e approssimazioni (7)***

Ad un oggetto reale, la realizzazione effettiva di una misura ne fa corrispondere infatti un numero determinato che le convenzioni sociali lo dichiarano. Nelle situazioni dove questa convenzione non esiste l'immagine di un oggetto è infatti un intervallo (errore, tolleranza, intervallo di confidenza, ) o

---

<sup>5</sup> Razioanli e decimali nella scolarità obbligatoria, IREM di Bordeaux, 1986. In italiano si trova una esemplificazione in F. Spagnolo, Insegnare le matematiche nella scuola secondaria, La Nuova Italia, 1998. In particolare il capitolo 6 a cura di S. Calisti e R. La Rosa.

più precisamente una distribuzione (di probabilità per esempio). Abbiamo dunque una tripletta fondamentale differente.

Questo modello matematico è più complesso ma più "realista" degli altri. L'universo che gli è associato è quello dell'arte del misurare e tutti i metodi "pratici" inventati per misurare comodamente, ed il suo studio quello della metrologia.

### ***L'universo della taglia delle misure, della loro rarità e degli ordini di grandezza***

Misurare un oggetto in uno dei significati introdotti prima (un numero, un numero ed una unità, un numero ed un intervallo di confidenza o una tolleranza, o un "errore tipo", etc.) esaurisce completamente la questione del sapere se è grande o piccolo? Può essere di sì, se il destinatario possiede una cultura e delle informazioni sufficienti, ma in generale no.

Per esempio

- Il mio elefante misura due metri
- E un piccolo elefante!
- Ma non ha che un anno
- Allora è un giovane gigante perché il 95% degli elefanti di questa età sono più piccoli.

La questione può essere cruciale quando si tratta di interpretare delle misure che sono indici importanti ("la vostra velocità di sedimentazione è di 75". Questo significa che io sono malato? La mia cultura in questo dominio è nulla! Quella velocità di sedimentazione per le persone che stanno bene? La media rischia di non essere sufficiente per quella misura per lo scarto? Solamente un tanto per cento hanno una velocità superiore ad un tanto. La vostra velocità è troppo elevata, è molto verosimile che voi avete una infiammazione per esempio può essere un reumatismo articolare). Non si tratta di dare l'intervallo di confidenza di una misura, ma di comparare un valore ad una distribuzione che indica con quale frequenza si trovano dei valori superiori. Questo sistema permette di comparare la taglia di un topo di 12 cm con quello del mio elefante (meno "grande" perché meno straordinario).

Misurare un oggetto misurando la sua espressione, la sua espressione, la sua misura: numero di cifre per i naturali (con i decimali il numero di cifre significanti deve misurare la qualità della misura) la scala di ordini di grandezza... Linealizzare per misurare: le potenze sonore...

### ***In conclusione***

E' chiaro che ogni universo è caratterizzato da preoccupazioni e problemi differenti. Per identificarli, bisogna evocare le situazioni differenti in modo che esse derivino tutte dallo stesso schema generale della misura. Bisogna dire in che cosa il gioco dell'uomo con l'elefante è differente da quello dei bambini con i loro chiodi, o di questi con il loro doppio decimetro per misurare lo spessore di un foglio di carta?

Non è la situazione che lo dice, questa è la matematica. La teoria è essenzialmente uno strumento di conversione di conoscenze in situazioni sulle quali possono appoggiarsi dei ragionamenti economici ed ecologici.

Si tratta adesso di organizzarle in un processo didattico che permette gli apprendimenti successivi. Questa questione è evocata in questo lavoro.