

## ***Il pensiero proporzionale: analisi di un lavoro sperimentale***

M. Ajello, B. Grillo<sup>1</sup>

### ***Riassunto***

Nella categoria delle questioni relative al pensiero preproporzionale, rientra il problema che è stato oggetto dell'analisi a priori. L'ipotesi di ricerca formulata vuole mettere in luce come nel processo di apprendimento abbia un ruolo determinante il rapporto fra grandezze omogenee e non, nel suo significato intrinseco di divisione.

Attraverso le ripetute fasi: elaborazione questionario, somministrazione dello stesso, analisi implicativa di variabili di Gras, con l'uso del software statistico CHIC, dei dati ottenuti, si è avuto conferma della fondatezza dell'idea portante della ricerca.

### ***Abstract***

The problem which has been subject of the "a priori" analysis in the category belongs to the category of matters connected with the pre-proportional thought. The hypothesis research wants to emphasise that ratio among homogeneous and non-homogeneous quantities, in its proper meaning of division.

The validity of the main idea of the research has been confirmed through the stages: working out questionnaire, administration of it, implicative analysis of the variables of Gras with the statistical software CHIC, of the data obtained.

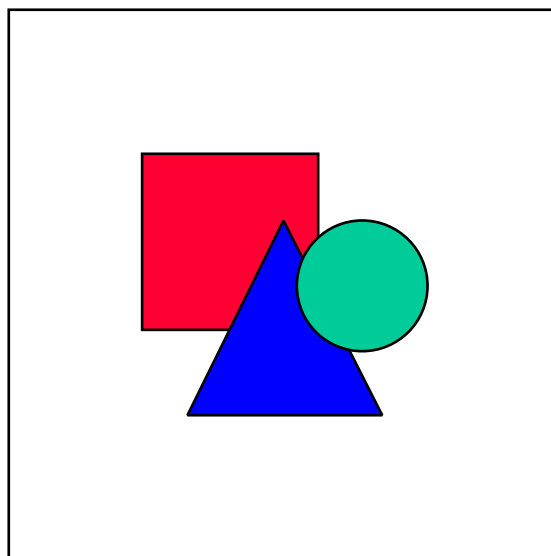
### ***Résumé***

Le problème qui est l'objet de l'analyse a priori fait partie de la catégorie des questions concernant la pensée pre-proportionnelle. L'hypothèse de recherche formulée veut mettre en évidence le rôle déterminant qui joue dans le processus d'apprentissage, le rapport entre les grandeurs homogènes et non, dans son sens intrinsèque de division.

À travers les phases répétées: élaboration et administration du questionnaire, analyse implicative des variables de R. Gras, à travers le logiciel statistique CHIC, des données obtenues, on a eu la confirmation du bien fondé de l'idée portante de la recherche.

---

<sup>1</sup> Componenti del G.R.I.M.



## ***Il pensiero proporzionale: analisi di un lavoro sperimentale***

M. Ajello, B. Grillo

### **Introduzione**

Questo articolo è frutto di un lavoro iniziato durante lo stage organizzato dall'IRRSAE Sicilia a Isola delle Femmine nel dicembre 1997, all'interno del progetto "Laboratori didattici", sull'analisi a priori nella ricerca in didattica<sup>2</sup>, rispettando l'impostazione data in quella sede dal prof. F. Spagnolo. Tale lavoro è stato ampliato e portato a compimento in una successiva fase sperimentale.

L'ipotesi è stata formulata insieme agli altri componenti del gruppo, si ritiene quindi di dover citare la Prof. Maria Cutrera, la prof. Daniela Lo Verde e il Prof. Gianfranco Di Stefano in quanto il loro contributo è stato sicuramente determinante per mettere a fuoco i punti nodali dell'analisi a priori da cui è poi scaturita l'ipotesi stessa.

---

<sup>2</sup> E' in corso di pubblicazione il volume, che riporta tutte le fasi del lavoro svolto a Isola delle Femmine, n.1, Ricerca in Didattica, IRRSAE Sicilia.

Il paradigma della ricerca in didattica<sup>3</sup>, qui presentato in una breve sintesi, è quello della scuola francese del prof. Brousseau, rivisitato dal prof. F. Spagnolo per quanto riguarda le riflessioni epistemologiche e storico-epistemologiche<sup>4</sup>.

La presentazione di questa prima parte sarà schematica ma affiancata da alcuni brevi commenti che ne renderanno più facilmente fruibile il contenuto.

Con la tabulazione dei dati ottenuti dalla somministrazione del questionario inizia la fase dell'analisi a posteriori, per la falsificazione dell'ipotesi, dove lo strumento di statistica utilizzato è stato lo CHIC.

Il software in questione è stato oggetto di ulteriori chiarimenti per quanto riguarda il suo utilizzo durante lo stage dell'IRRSAE che si è svolto a Palermo nel novembre del 1998. Il volume relativo agli atti dello stage, edito dall'IRRSAE, è in corso di pubblicazione.

<p style="text-align: center;"><b>Laboratori didattici</b></p> <p style="text-align: center;"><b><i>Dall'analisi a priori di una situazione didattica alle ipotesi della ricerca in didattica</i></b></p>	<p><i>L'introduzione del nuovo tema, "la ricerca in didattica", all'interno del progetto "laboratori didattici", è in linea con la necessità di porsi in un'ottica di sperimentazione nei confronti di una didattica che ha bisogno di una autonomia pragmatica.</i></p>
<p style="text-align: center;"><b>Percorso della ricerca in didattica</b></p> <p>data una situazione/problema, il punto di partenza è la relativa <b>analisi a priori</b> e cioè l'insieme di:</p> <p>1) <b>rappresentazioni epistemologiche</b> (percorsi conoscitivi in un determinato periodo storico)</p> <p>2) <b>rappresentazioni storico-epistemologiche</b> (percorsi conoscitivi sintattici,</p>	<p><i>Il percorso così come viene presentato è uno dei percorsi ipotizzabili. E' ovviamente possibile all'interno dello stesso modificare i "pesi" delle singole fasi di cui si compone, ottenendo così ricerche che privilegiano ora le rappresentazioni epistemologiche, ora l'analisi dei comportamenti.</i></p> <p><i>La scelta del buon problema è fondamentale se si vuole dare un carattere di significatività a tutto il lavoro. Qui è l'esperienza dell'insegnante che indirizza verso quei nodi cruciali che si incontrano durante l'insegnamento della</i></p>

<sup>3</sup> I riferimenti di massima, per un primo approccio, sono: 1) G. Brousseau, *Theorie des situations didactiques*, La Pensée sauvage, Grenoble 1998. 2) F. Spagnolo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze, 1998.

<sup>4</sup> Le rappresentazioni epistemologiche e storico-epistemologiche introdotte da F. Spagnolo (o.c.) rientrano nella tradizione italiana della ricerca sui fondamenti delle Matematiche dalla fine dell'800 ai nostri giorni.

<p style="text-align: center;">semantici,pragmatici)</p> <p style="text-align: center;"><b>3) comportamenti ipotizzati</b></p> <p>sarà quindi possibile individuare i “<b>problemi di ricerca</b>” e le “<b>ipotesi</b>” necessarie per quella determinata classe di problemi presa in esame. La scelta del buon problema è demandata alla conoscenza dell’insegnante sia per quanto riguarda gli aspetti epistemologici e storico-epistemologici, che per quanto riguarda le conoscenze sulla comunicazione della sua materia.</p>	<p><i>matematica e per i quali è nota la frequenza degli insuccessi degli alunni.</i></p> <p><i>Le rappresentazioni epistemologiche e storico-epistemologiche impegnano ad un lavoro che può essere di per sé compiuto, nel momento in cui queste stesse sono state svolte attraverso una ricerca critico-comparativa sui documenti disponibili e trattano in maniera esaustiva i possibili approcci all'argomento in questione.</i></p>
<p>Dal buon problema attraverso l’analisi dei <b>comportamenti ipotizzabili</b> si passa alla formulazione delle “<b>ipotesi di ricerca</b>” che saranno formulate (implicitamente o esplicitamente) nella forma: <b>se... allora...</b></p> <p>Caratteristica fondamentale di una ipotesi è la sua <b>falsificabilità</b>, ovvero la possibilità, attraverso tentativi sistematici, di dimostrarne la falsità.</p>	<p><i>La fase della formulazione dell'ipotesi richiede molta attenzione. Non è difficile per chi insegna intuire quali sono gli ostacoli all'apprendimento durante un percorso di insegnamento, è molto più difficile però ipotizzare in termini precisi di acquisizioni, che cosa favorisce l'apprendimento in una determinata situazione didattica.</i></p> <p><i>La falsificabilità è nei termini in cui la definisce K. Popper.</i></p>
<p style="text-align: center;"><b>La consegna per il lavoro del gruppo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Individuare delle situazioni/problema riguardanti la padronanza teorica ed operativa del “<b>pensiero proporzionale /preproporzionale</b>” utilizzando i linguaggi matematici</li> <li>• Attraverso la riflessione sui possibili percorsi s’individui un’unica situazione-problema sulla quale si centerà l’analisi a priori.</li> </ul>	<p><i>Nel contesto dello stage a Isola delle Femmine l'argomento è stato dato al gruppo dagli animatori.</i></p> <p><i>Secondo la propria formazione e le proprie esperienze di lavoro ciascuno ha inquadrato l'argomento nella prospettiva che riteneva più interessante e la pluralità di pensieri diversi è stata una notevole risorsa per tutto il proseguito del lavoro.</i></p>
<p style="text-align: center;"><b>Relazioni storico-epistemologiche</b></p> <p style="text-align: center;">Per l’<b>aritmetica</b> :</p> <p>il postulato di Eudosso Archimede (multipli e sottomultipli, ricerca del quarto proporzionale...)</p> <p>Per la <b>geometria elementare euclidea</b>: gli elementi di Euclide libro V, teoria delle</p>	<p><i>I percorsi storici ed epistemologici che fanno da supporto al pensiero proporzionale, in quella sede sono stati solo affrontati per grandi linee, cercando di individuare i possibili approcci dal punto di vista dell'insegnamento.</i></p>

<p>proporzioni fra grandezze omogenee ed archimedee,  l'assiomatizzazione hilbertiana.  Per la <b>geometria analitica</b>:  l'equazione della retta (proporzionalità diretta),  l'equazione dell'iperbole (proporzionalità indiretta).  Per le <b>grandezze</b>:  l'evoluzione dei sistemi di misura.</p>	<p><i>Sarebbe interessante approfondire la ricerca in questa direzione anche alla luce del fatto che tutti i gruppi hanno privilegiato l'aspetto aritmetico e quello della geometria elementare euclidea.</i></p> <p><i>I riferimenti di maggiore interesse sono riportati nella bibliografia.</i></p>
<p><b>La situazione didattica</b></p> <p>Il gruppo ha scelto di lavorare nell'ambito dell'aritmetica e delle grandezze nell'intento di cogliere da questa prospettiva le possibili strategie di approccio al pensiero preproporzionale e proporzionale. Il testo del problema scelto è:</p> <p><b><i>Una macchina in 8 ore confeziona 600 scatole contenenti 12 bottiglie ciascuna. Quante scatole riesce a confezionare in 14 ore se ogni scatola contiene 6 bottiglie?</i></b></p>	<p><i>Il problema scelto ha come caratteristica principale quella di poter essere affrontato da ragazzi in diverse età scolari. Il gruppo di insegnanti presenti allo stage era infatti eterogeneo per formazione e tipologia di insegnamento. Questo problema è proponibile sia per una quinta elementare che per una seconda media che per un primo anno di scuola superiore.</i></p>
<p><b>Analisi dei comportamenti ipotizzabili.</b></p> <p>Questa fase consiste nell'ipotizzare diverse strategie risolutive del problema, analizzarne i procedimenti e i possibili errori alla luce dell'esperienza acquisita nell'insegnamento.</p>	<p><i>Di seguito è presentata solo una parte dell'analisi dei comportamenti effettivamente affrontata durante lo stage. E' comunque la prima strategia quella sulla quale si concentrerà l'attenzione del gruppo per arrivare alla formulazione di ipotesi di ricerca.</i></p>

<p><b>Strategia n. 1</b></p> <p>L'elemento su cui si ferma l'attenzione è "l'unità" bottiglia; le scatole vengono viste come gruppi di bottiglie, ciò giustifica la prima operazione:</p> $600sc \quad 12bt / sc = 7200bt$ <p>si cerca successivamente il numero di bottiglie lavorate in un'ora :</p> $\frac{7200bt}{8h} = 900 \frac{bt}{h}$ <p>si trova il numero di bottiglie lavorate in 14 ore :</p> $900bt / h \times 14h = 12600bt$ <p>quindi le bottiglie si raggruppano a 6 a 6 ottenendo così il numero delle scatole confezionate in 14 ore :</p> $\frac{12600bt}{6bt / sc} = 2100sc$	<p><b>Analisi</b></p> <p><i>Si caratterizza come <b>procedimento di riduzione all'unità</b>, dove di volta in volta l'unità è la bottiglia, l'ora o la scatola.</i></p> <p><i>Probabilmente nell'esecuzione l'allievo lavora con gli scalari, tralasciando le grandezze pur essendo consapevole delle dimensioni dei risultati che via via ottiene e della dimensione del risultato finale.</i></p> <p><i>L'utilizzo delle grandezze con la loro dimensione richiederebbe dimestichezza con le grandezze derivate come per esempio nella prima operazione :</i></p> $600sc \times 12bt/sc = 7200bt$ <p><i>La risoluzione del problema attraverso questa strategia rientra in un processo <b>preproporzionale</b>.</i></p>
--	---

<p><b>Strategia n. 2</b> L'osservazione sulla seguente relazione tra i dati 14 e 8: <math>14 = 8 + 4 + 2</math></p> <p>e cioè che 14 viene espresso come somma di addendi ognuno la metà del precedente a partire da 8, induce un processo di analogia scomposizione del numero delle scatole</p> $\begin{array}{r} 8 \quad 4 \quad 2 \\ 600 \quad 300 \quad 150 \end{array}$ <p>processo dal quale si evidenzia che il numero totale di scatole da 12 bottiglie lavorate in 14 ore è :</p> <p>L'osservazione che il numero di bottiglie per scatola (6) è, nel caso richiesto, la metà rispetto alla situazione iniziale (12), porta alla determinazione della soluzione :</p> $1050 \cdot 2 = 2100$	<p><b>Analisi</b></p> <p><i>In questo percorso l'attenzione resta ferma alle informazioni iniziali del testo che vengono elaborate in un processo di frazionamento e allo stesso tempo di iterazione del pensiero: "se in otto ore la macchina confeziona 600 scatole da 12 bottiglie ciascuna, in quattro ore confezionerà trecento scatole da 12 bottiglie ciascuna, in due ore...". La strategia si caratterizza come procedimento <b>dicotomico</b> che prevede una logica di tipo informatico per la descrizione locale delle variabili :</i></p> $14 = 8 + 4 \text{ (metà di 8)} + 2 \text{ (metà di 4)}.$ <p><i>L'utilizzo della metà fa rientrare la strategia in una logica <b>preproporzionale</b>.</i></p>
<p><b>Strategia n. 3</b> L'osservazione sulla seguente relazione tra i dati 14 e 8 :</p> $14 = 8 + 6 = 8 + \frac{3}{4} \cdot 8$ <p>dove 14 è espresso come somma di due addendi, 8 e i suoi 3/4, porta ad una analoga visione del numero delle scatole da 12 bottiglie lavorate in 14 ore :</p> $600sc + \frac{3}{4} \cdot 600sc = 600sc + 450sc = 1050sc$ <p>e dunque</p> $1050 \cdot 2 = 2100$ <p>scatole da sei bottiglie.</p>	<p><b>Analisi</b></p> <p><i>Il processo si articola sull'utilizzo di una <b>frazione come operatore</b> e su una scomposizione di tipo additivo :</i></p> $14 = 8 + 6 = 8 + \frac{3}{4} \cdot 8$ <p><i>configurandosi come processo <b>preproporzionale</b>.</i></p>

<p style="text-align: center;"><b>Osservazioni</b></p> <p>Probabilmente durante i calcoli l'alunno non fa riferimento alle relative grandezze, lavora solo con gli scalari ma comunque riconosce la grandezza del risultato finale.</p> <p>Le difficoltà che gli alunni incontrano nell'uso della proporzionalità diretta sono dello stesso livello di quelle che incontrano per la proporzionalità inversa?</p> <p>Apportando adeguate modifiche al testo si può guidare l'alunno verso un approccio risolutivo corretto?</p>	<p><i>L'analisi dimensionale delle grandezze è uno strumento di controllo della coerenza interna di un percorso risolutivo, ma anche momento incentivante di creazione di possibili strategie o di ragionamenti di tipo esclusivo. Infatti tale analisi se costantemente e correttamente applicata</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>evoca l'immaginario liberando le rappresentazioni mentali delle situazioni in oggetto</i></li> <li>2. <i>evita tutti quegli errori di non senso che derivano dalla perdita di significato delle informazioni e dalla loro riduzione al rango di numeri senza dimensione e per questo suscettibili di essere manipolati come segni.</i></li> </ol>
<p style="text-align: center;"><b>Analisi del testo</b></p> <p>Sono stati prodotti sei testi modificati e di ciascuno di essi è stata analizzata la possibilità di restringere il campo degli errori e delle false interpretazioni.</p> <p>E' prevalso il criterio che l'introduzione di altri quesiti relativi ai risultati intermedi possa attirare l'attenzione dell'alunno sul punto chiave del problema.</p>	<p><i>Molte osservazioni sulla natura del testo di un problema o in generale di un quesito sono state riprese alla fine di questo lavoro e hanno portato a considerazioni interessanti circa la "validità" di una prova.</i></p>
<p style="text-align: center;"><b>Ipotesi di ricerca</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Se l'alunno ha acquisito la struttura moltiplicativa allora è in grado di effettuare la riduzione all'unità e la divisione come ripartizione.</li> <li>2) Se l'alunno ha acquisito il concetto di divisione come contenenza allora è in grado di usare correttamente le grandezze derivate.</li> <li>3) <b>Se l'alunno possiede il controllo</b></li> </ol>	<p><i>La formulazione di queste ipotesi di ricerca è avvenuta in seguito alle riflessioni fatte sulla natura dei possibili errori degli alunni in presenza del problema analizzato.</i></p> <p><i>La terza è l'ipotesi presa in considerazione in questo lavoro. Nasce dalle osservazioni esposte precedentemente circa il ruolo che può avere nel percorso risolutivo di un problema, come quello preso in considerazione, il controllo sulla natura delle grandezze che man mano entrano in giuoco.</i></p>



<p><b>dimensionale allora ha il dominio della coerenza interna del percorso risolutivo di una classe di problemi che si modellizzano attraverso la struttura moltiplicativa e di riduzione all'unità.</b></p>	
<p><b>Strumenti per la falsificabilità delle ipotesi</b></p> <p>E' necessario predisporre, in questa fase di sperimentazione, appositi strumenti quali possono essere i questionari, le interviste singole o a coppie, le registrazioni audio/video di situazioni didattiche complesse che permettano di "andare contro" l'ipotesi.</p> <p>Deve essere ben definito anche l'insieme di alunni (per fascia di età) sui quali sperimentare le prove.</p>	<p><i>Per falsificare l'ipotesi 3 si è elaborato un questionario, di seguito allegato, che presenta sia quesiti relativi alle grandezze omogenee sia quelli relativi alle grandezze derivate ma anche problemi della stessa natura di quello qui preso in esame.</i></p> <p><i>Il questionario è rivolto ad una quinta elementare, ad una seconda media e ad un primo anno di scuola superiore.</i></p>

Il questionario, il cui testo si trova nell'appendice 1, è stato elaborato utilizzando un linguaggio non troppo specialistico ( non si usano i termini grandezze omogenee e non omogenee, pur essendo questi i concetti nodali), perché si è deciso di somministrarlo sia ad una quinta elementare che a classi della media inferiore e superiore. Questa scelta si è resa necessaria per la natura stessa dell'argomento che viene trattato, con strategie diverse, in tutte e tre le classi scelte. Si è pensato inoltre che tre campioni così diversi potessero dare informazioni più significative che non un unico campione con lo stesso numero di elementi.

### **1.1 La tabulazione dei dati relativi al questionario**

Il questionario è stato somministrato nelle tre classi così come previsto. La modalità per la tabulazione dei risultati è stata concordata con le insegnanti perché si è dovuto tener conto di parametri differenti asseconda delle classi. Le tabelle relative sono nell'appendice 2.

### **1.2 Analisi statistica con lo CHIC**

L'analisi dei dati ottenuti è stata eseguita utilizzando il programma di statistica CHIC<sup>5</sup> (Classification hierarchique implicative et cohesive). Tale software è stato messo a punto nel 1997 dal Prof. R. Gras e dai suoi collaboratori dell'università di Rennes 1 che si occupano di ricerca in didattica e risulta uno strumento indispensabile nella fase dell'analisi a posteriori. Qui saranno solo date in maniera sintetica le definizioni di *implicazione* secondo Gras e di *similarità* secondo Lermann allo scopo di rendere più immediata l'interpretazione dei grafici ottenuti dall'elaborazione statistica dei dati relativi alle tabelle.

<sup>5</sup> 1)R. Gras, L'analisi implicativa, Quaderni Di Ricerca in Didattica, GRIM, n.7. 2)F. Spagnolo, o. c.

**L'implicazione:** Se **A** e **B** sono due sottopopolazioni di soggetti aventi rispettivamente soddisfatte le variabili *a* e *b*, si può affermare che la proposizione "se *a* allora *b*" è vera nel caso ovvio in cui **A**  $\subset$  **B**, ma in generale si presenta una situazione in cui **A**  $\not\subset$  **B** e sarà significativo vedere quando questo insieme è "abbastanza piccolo". Siano così X e Y due parti aleatorie di E (la popolazione dei soggetti), della stessa cardinalità, rispettivamente, di **A** e **B**. Diciamo che :

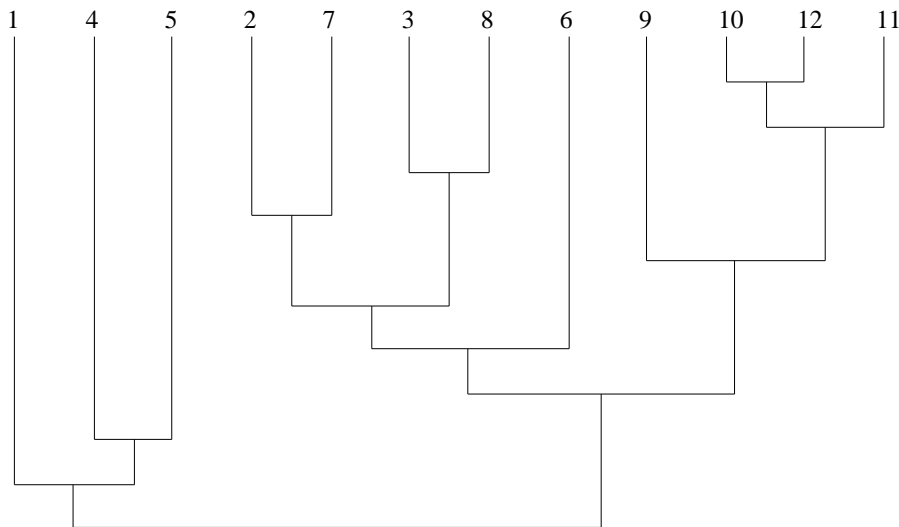
"se *a* allora *b*" è ammissibile a livello di speranza o con intensità implicativa 0,95 se e solo se  $Prob [ card (X \cap C(Y)) < card (A \cap C(B)) ] < 0,05$ .

**La similarità:** diciamo che *due variabili a e b si rassomigliano (c'è similarità) tanto più quanto la card(A  $\cap$  B) è significativa sia rispetto alla card(X $\cap$ Y) sia alla card(A) e alla card(B).*

I grafici elaborati con lo CHIC sono relativi alle tre tabelle di dati e hanno come variabili i quesiti (Q1, Q2, ecc. .che vengono qui indicati con 1,2,ecc..).

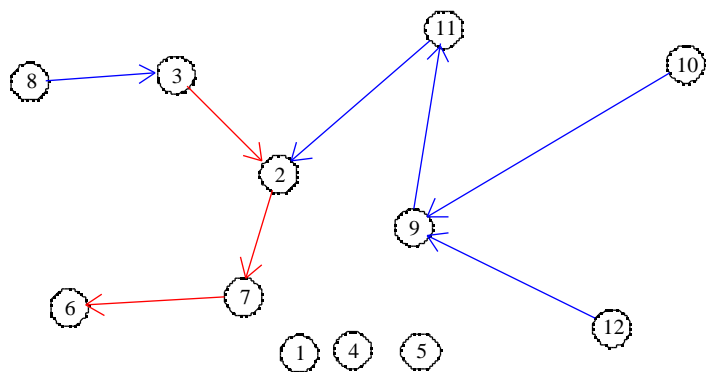
### 1.2.1. Elaborazione dei dati relativi alla scuola elementare

grafo delle similarità



Arbre de similarité : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\queselem.csv

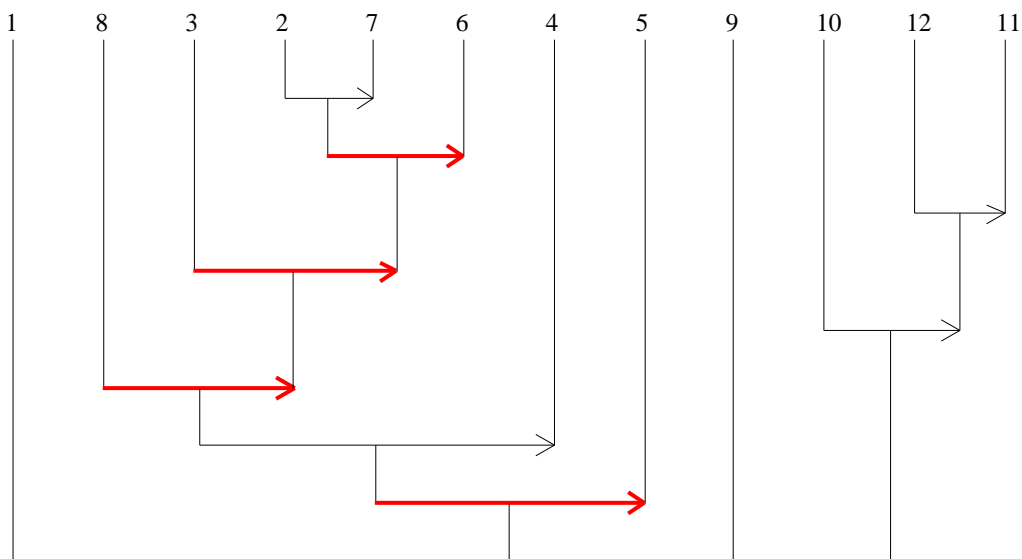
grafico delle implicazioni:



Graphe implicatif :

99 95 90 85

grafo delle gerarchie implicative



Arbre hiérarchique : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\queselem.csv

### **1.2.2. Interpretazione dei grafici relativi ai dati della scuola elementare:**

Sono stati riportati, nelle pagine precedenti, tre grafici - similarità, implicazione, albero gerarchico delle implicazioni- ottenuti dallo CHIC elaborando i dati immessi attraverso una matrice scritta con Excel. E' stato necessario affiancare ai grafici, per una "lettura" più veloce, sia la tabella dei dati che il questionario. Infatti solo il controllo immediato sui dati relativi ad ogni variabile e il quesito corrispondente alla variabile fa diventare significative le relazioni emerse nei tre grafici.

**Il grafo della similarità:** Si è notato subito che la similarità diminuisce tra le variabili che hanno il maggior numero di risposte esatte, questo perché non sarebbe significativa tra due variabili che, per esempio, hanno tutte le risposte giuste. I raggruppamenti di variabili che appaiono evidenti sono tre: R1=[ Q1-Q4-Q5] , R2=[Q2-Q7-Q3-Q8-Q6] e R3=[Q9-Q10-Q12-Q11].

In più, in R1 la similarità è molto più "blanda" di quanto non lo sia in R2 e R3.

Andando a rivedere i Q1, Q4 e Q5 nella tabella e nel questionario si nota che: al Q1 hanno risposto tutti esattamente, al Q4 20 su 25 e al Q5 21 su 25; questo fa sì che il livello di similarità sia poco significativo ed essendo completamente separato dagli altri gruppi, R1 potrebbe non essere più considerato ( sarà la somma delle notizie ricavate dagli altri grafici a darne conferma).

I quesiti relativi a R2 riguardano tutti le grandezze omogenee e quelli relativi a R3 le grandezze non omogenee; complessivamente la similarità tra il gruppo R2 ed R3 può essere considerato ancora degna di attenzione.

Tali notizie sono certamente in linea con quanto ci si aspettava e questo è confortante per eventuali nuovi risultati inattesi.

**Il grafo delle implicazioni:** Il grafo è stato stampato con parametro 95 (intensità dell'implicazione 95%). La lettura è abbastanza facile: il Q12 implica direttamente o indirettamente Q9, Q11, Q2, Q7, Q6 ma non è implicato, con questa intensità, da nessuna variabile. Ciò significa che "è necessario saper rispondere ai quesiti Q9, Q11, Q2, Q7, Q6 per poter rispondere al Q12". In altre parole, chi ha saputo rispondere a quei quesiti (Q9, Q11, ecc..) ha anche saputo rispondere al Q12.

Ad un livello di intensità molto meno significativa c'è implicazione dal Q10 al Q12.

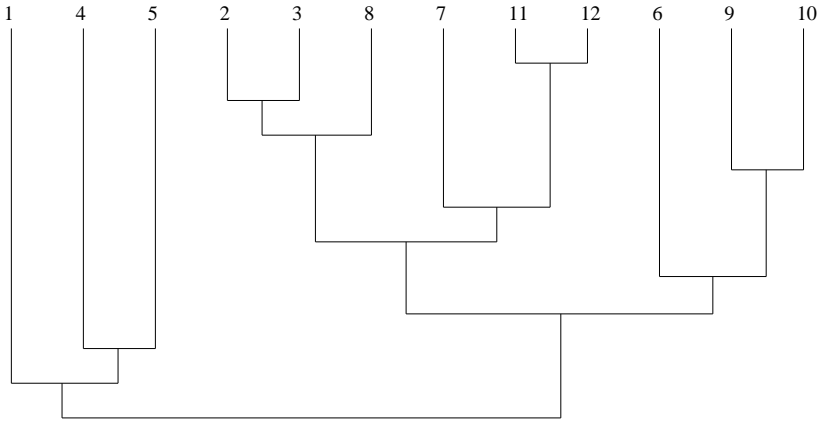
E' stato elaborato un grafo di implicazione relativo ad una tabella che restringeva gli individui a quelli che avevano 1 in Q12: non si è avuta una doppia implicazione (cioè anche verso Q12) e questo per la natura stessa dell'analisi implicativa. Infatti in una situazione del genere non c'è più alcuna correlazione tra le variabili perché la significatività è data dagli individui che hanno risposte errate.

**Il grafo delle gerarchie implicative:** La priorità delle implicazioni qui è data alla gerarchia delle stesse. Così non risultano evidenti tutte le possibili implicazioni di una variabile con le altre ma solo quelle legate in un albero gerarchico. Esaminando questo grafo insieme a quello implicativo si ha la situazione generale delle implicazioni come intensità e come raggruppamenti gerarchici. Il raggruppamento R2 e quello R3 visti nella similarità sono anche qui pressappoco gli stessi negli alberi gerarchici. Una particolare attenzione forse merita il Q7 perché nel gruppo R2 risulta implicato da Q2 e poi da Q3 e Q8 ma anche da Q11 che è forse il "nodo" delle questioni sulle grandezze omogenee; invece il Q12 in R3 implicato da diverse altre variabili è il "nodo" sulle grandezze non omogenee.



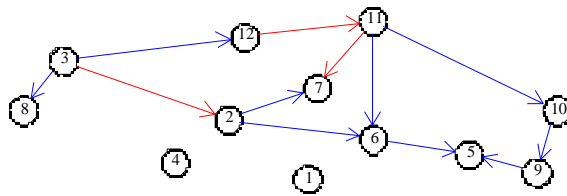
## 1.2.4. Elaborazione dei dati relativi alla scuola superiore

grafo delle similarità



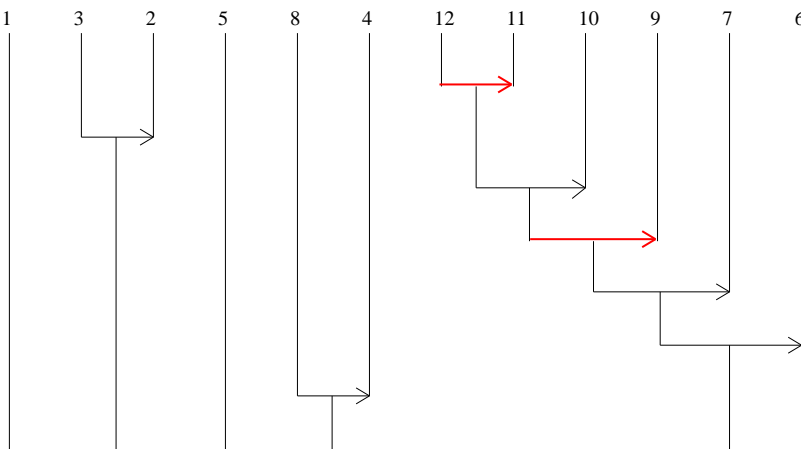
Arbre de similarité : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quessup.csv

grafo delle implicazioni

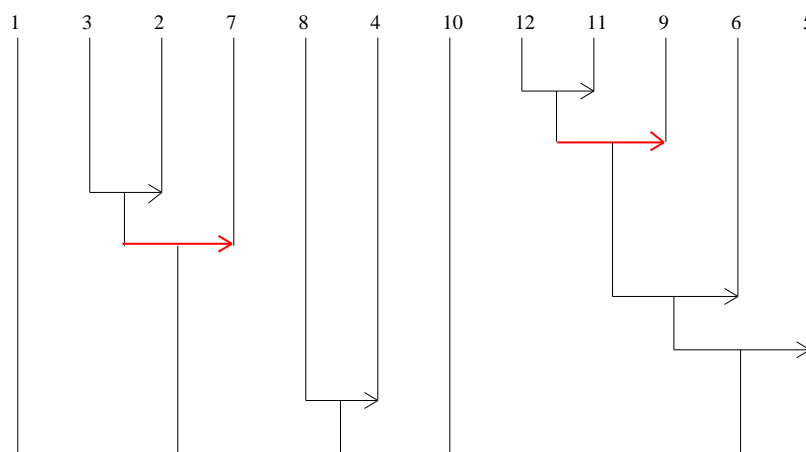


Grashe implicatif : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quessup.csv 00 05 00 85

grafo delle gerarchie implicative



Arbre hiérarchique : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quesmedie.csv



Arbre hiérarchique : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quessup.csv

### 1.2.5. Interpretazione dei grafici relativi alla scuola media e superiore

L'elemento invariante nei grafici relativi ai dati della scuola media e della scuola superiore rispetto ai precedenti, è che Q12 implica direttamente o indirettamente (ad una intensità del 95% o leggermente inferiore) quasi tutta la famiglia di variabili che corrispondono ai quesiti sulle grandezze non omogenee e alcune di quelle relative alle grandezze omogenee. Per il resto, soprattutto nei dati della scuola media la lettura dei grafici non risulta particolarmente interessante rispetto ai risultati attesi. Si potrebbero azzardare altri legami tra gruppi di variabili, ma non rientrano tra le notizie che possono interessare in questo momento. Vale la pena di notare forse che complessivamente anche il Q8 come Q1, Q4 e Q5 può essere trascurato nell'analisi perché poco significativo sia rispetto alla similarità che alle implicazioni.

Una considerazione di carattere generale può essere interessante: nelle risposte dei ragazzi della quinta elementare si è riscontrata una coerenza sicuramente maggiore rispetto alle risposte degli alunni delle superiori. Questi ultimi, infatti, hanno dato una certa percentuale di risposte a caso, probabilmente perché coinvolti solo occasionalmente, nel momento della somministrazione del questionario, nel percorso didattico sul pensiero proporzionale (tutti erano comunque in grado, come requisiti, di affrontare i quesiti proposti). Per quanto riguarda invece i ragazzi della seconda media, il modulo sulla proporzionalità era stato già introdotto dalla loro insegnante ma i risultati del questionario hanno evidenziato, attraverso la mancanza quasi totale di implicazioni tra i quesiti, che la loro conoscenza dell'argomento era ancora piuttosto frammentaria e non erano quindi ancora in grado di collegare fra loro questioni che sono risultate invece strettamente connesse per i bambini della quinta elementare.

### 1.3. Commento all'analisi statistica con lo CHIC

*"...nell'uso di una tale metodologia di analisi didattica, l'interpretazione non può farsi che a partire da questioni poste preliminarmente: non è né superfluo, né negativo, ritrovare un'informazione evidente, questa mancanza di contraddizione con il noto o il verosimile, conforta al contrario la credibilità delle informazioni nuove e inattese."*

La sperimentazione condotta e l'analisi statistica dei dati ottenuti con lo CHIC è stata indispensabile per la prosecuzione del lavoro intrapreso. Il risultato ottenuto è non lontano da quello atteso ma complessivamente poco significativo: interpretando le implicazioni ottenute, ad una intensità del 95%, si è visto che "saper usare le grandezze derivate è condizione necessaria per poter risolvere correttamente problemi della tipologia considerata". IL risultato atteso "saper usare le grandezze omogenee e derivate è condizione sufficiente per poter risolvere correttamente i problemi della tipologia considerata" non si è avuto, almeno con una intensità di implicazione significativa<sup>6</sup>.

L'analisi ha inoltre evidenziato che la scelta di un campione composto non è adeguata, infatti, come già osservato, i dati emersi dalle tre classi non sono assimilabili in un'unica analisi.

### **2.1. Formulazione della nuova ipotesi**

Una nuova analisi sul questionario e sul modulo di lavoro proposto dalle insegnanti nelle tre classi, ha messo in luce che: per le classi quinta elementare e seconda media, il questionario è stato somministrato in una fase di primo approccio al pensiero proporzionale, in cui le grandezze giocano un ruolo prioritario e il rapporto tra grandezze (omogenee e non) pur essendo stato visto sotto diversi punti di vista aveva finito col perdere il significato di "divisione". Divisione per ripartizione e/o per contenenza sono infatti presenti nella categoria di problemi affrontata e convergono nell'argomento "rapporti tra grandezze" non appena si passa da grandezze omogenee a grandezze non omogenee; è proprio questo passaggio forse il punto focale dell'ipotesi. Per il primo anno di superiori, invece, l'argomento era noto ma non "attuale" rispetto al programma in corso di svolgimento; pertanto, come è stato già osservato, i risultati non sono stati ritenuti del tutto attendibili.

Queste e altre considerazioni hanno portato ad una revisione dell'ipotesi che è stata così riformulata:

*"Il saper adoperare correttamente i rapporti tra grandezze omogenee e non, tenendo sempre presente il loro significato intrinseco di divisione, favorisce, con il controllo della coerenza interna, i percorsi risolutivi di una classe di problemi che si modellizzano attraverso una struttura moltiplicativa e di riduzione all'unità".*

### **2.2. Formulazione del nuovo questionario**

Alla luce di quanto emerso dall'analisi si è ritenuto opportuno discutere con le insegnanti delle tre nuove classi (secondo medie), scelte per la sperimentazione, il percorso da seguire nell'ambito dello sviluppo del pensiero proporzionale. Si è inoltre deciso di coinvolgere le insegnanti anche nella formulazione del nuovo questionario, tenendo naturalmente presente sia la nuova formulazione

---

<sup>6</sup> Un'ulteriore studio statistico dei dati, attraverso l'analisi fattoriale, si è avuta in occasione del seminario dell'IRRSAE sugli strumenti statistici utilizzabili nell'analisi a priori (svolto a Palermo presso L'Educatore statale Maria Adelaide nel mese di novembre del 1998). Sono state utilizzate le tre tabelle di dati relative al questionario, per esporre le potenzialità dell'analisi fattoriale con il programma STAT.ITCF. I grafici ottenuti hanno convalidato i risultati dell'analisi con lo CHIC mettendo chiaramente in evidenza per esempio la divisione in due gruppi delle variabili (grandezze omogenee e non) e il fatto che le variabili Q1, Q4, Q5 sono "isolate" rispetto alle altre due aggregazioni di variabili. Gli atti del seminario saranno pubblicati prossimamente dall'IRRSAE e conterranno tutti i grafici ottenuti con lo STAT.ITCF dell'analisi fattoriale sui dati relativi al primo questionario.



dell'ipotesi sia le informazioni ottenute con lo CHIC ( i quesiti 1, 4, 5, 8 sono poco significativi relativamente alle implicazioni concernenti l'ipotesi). Il campione di 56 alunni scelto è sembrato maggiormente attendibile rispetto al precedente, sia perché formato da ragazzi dello stesso anno e sia per l'uniforme metodologia adottata dalle tre insegnanti.

La stesura definitiva del questionario 2 è nell'appendice 3.

### **2.3. La tabulazione dei dati relativi al questionario 2**

La tabulazione dei risultati per i primi 12 quesiti è sempre 1 per la risposta esatte e 0 per quella errata.

Per il quesito 13 invece è prevista la suddivisione in tre quesiti e precisamente:

Q13a : con valore 1 se il risultato è esatto sia rispetto alle operazioni che rispetto alle indicazioni, 0 altrimenti;

Q13b : con valore 1 se il risultato è esatto rispetto alle operazioni ma non lo è rispetto alle indicazioni, 0 altrimenti;

Q13c : con valore 1 se il risultato è esatto rispetto alle indicazioni ma non rispetto alle operazioni, 0 altrimenti;

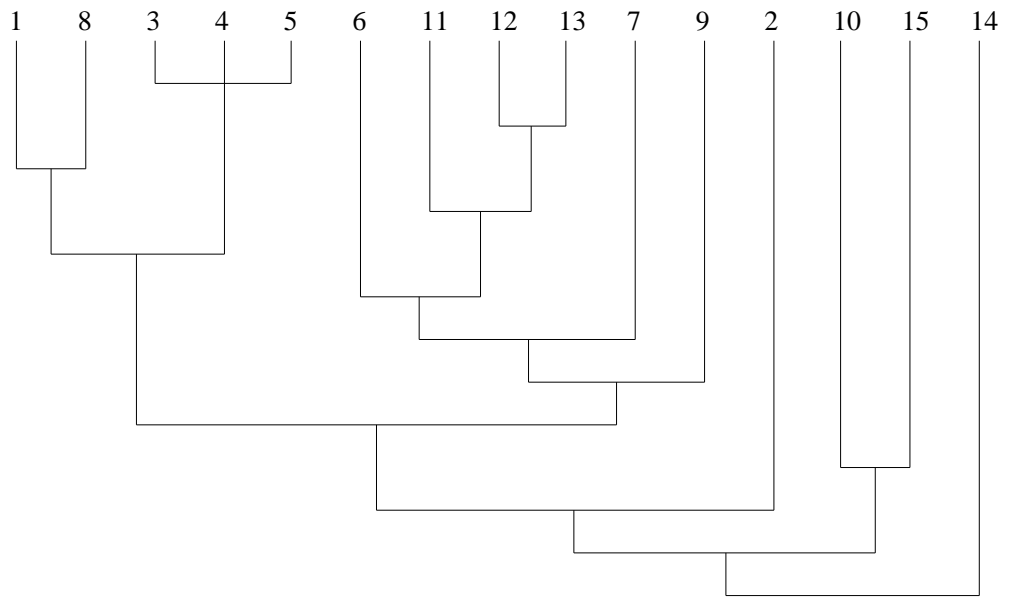
Si prevede, infatti, che possano risultare di qualche interesse le notizie sugli errori commessi nella risoluzione del problema. Sarà determinante stabilire se gli stessi sono dovuti al calcolo o piuttosto alla mancanza di consapevolezza sul tipo di grandezze in gioco.

Il questionario 2 è stato somministrato ai 56 alunni dei 3 gruppi classe di seconda media con le stesse modalità e le stesse procedure adottate per il precedente questionario.

I risultati sono stati tabulati in un'unica tabella ( appendice 4).

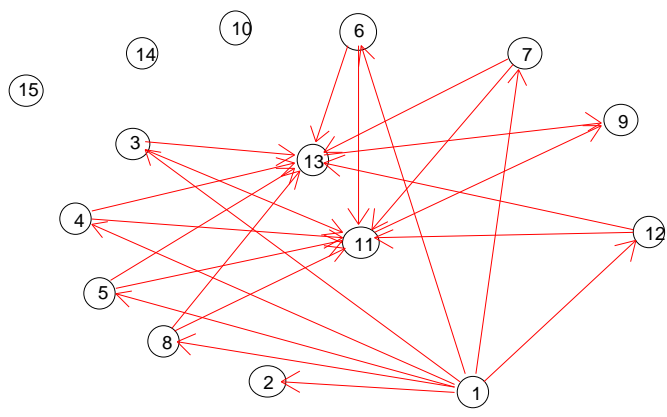
Di seguito sono inseriti i grafici ottenuti elaborando questi dati con lo CHIC (sono stati utilizzati gli stessi parametri della precedente analisi):

### **2.4. Elaborazione dati relativi al questionario 2**



.fo delle similarità

Arbre de similarité : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quest2.csv

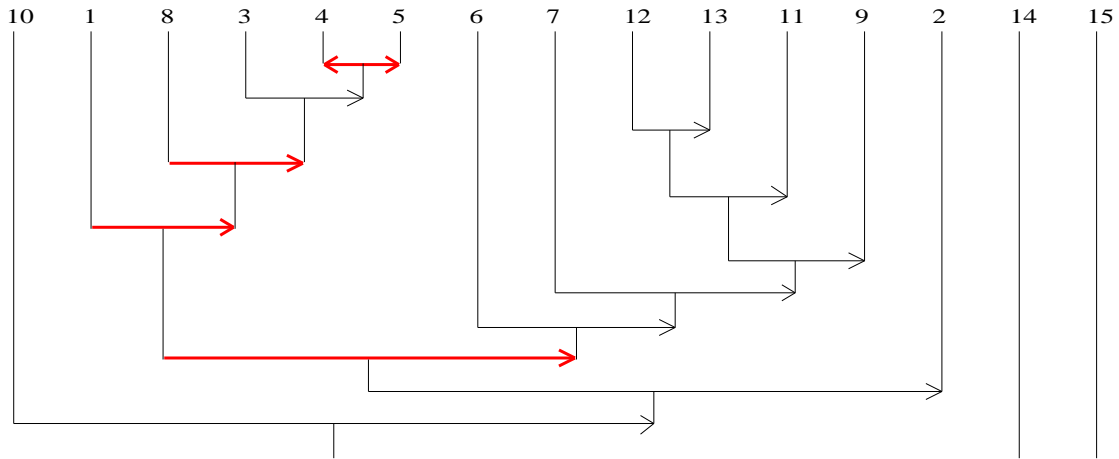


.fo delle implicazioni

Grphe implicatif : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quest2.csv

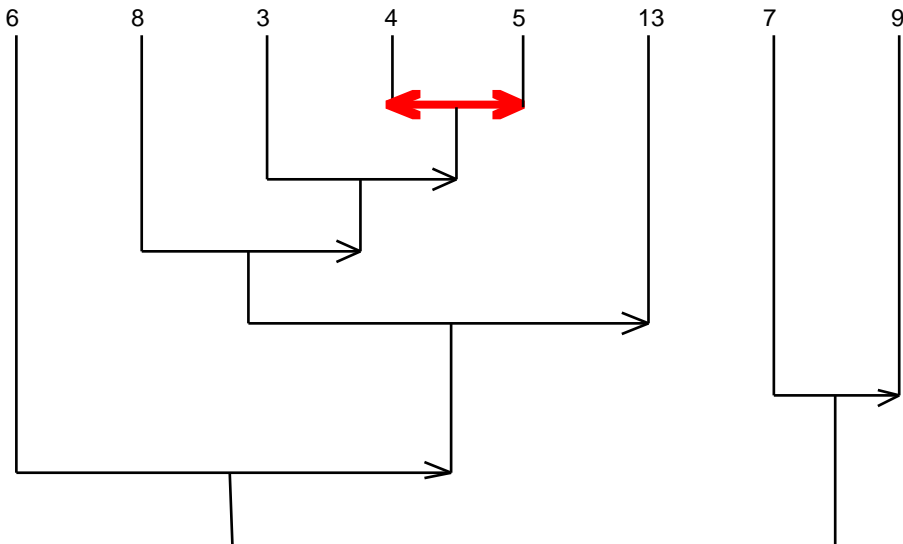
99 95 90 85

grafo delle gerarchie implicative incompleto



Arbre hiérarchique : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quest2.csv

grafo delle gerarchie implicative completo



Arbre hiérarchique : C:\Drv\Documenti\Marilina\grim\quest2.csv

grafo delle gerarchie implicative incompleto

## **2.5. Commenti ai grafici relativi ai dati del questionario 2.**

**Similarità:** E' opportuno evidenziare che i quesiti Q10, Q14, Q15 si comportano in modo tale da essere indipendenti dagli altri quesiti (si vedrà anche dagli altri grafici). I due gruppi di quesiti che si presentano sono formati il primo da Q1, Q8, Q3, Q4, Q5 e il secondo da Q6, Q11, Q12, Q13, Q7, Q9 e anche un po' più alla lontana da Q2. Il risultato è confortante dal momento che i quesiti del 2° gruppo contengono il Q13 e gli altri del gruppo sono tutti relativi a rapporti tra grandezze omogenee e non. In maniera più "leggera" anche i quesiti dell'altro gruppo (relativi al confronto tra grandezze e il Q8 sui rapporti di grandezze omogenee) sono legati dalla similarità al primo gruppo. Il Q2 (una domanda con due sole opzioni) ha un ruolo che non è certamente definitivo e alla luce degli altri grafici sarà possibile trascurarlo insieme ad altri.

**Implicazione:** Il grafico, disposte le variabili in maniera opportuna, risulta facilmente interpretabile. Il livello 99 di intensità delle implicazioni che compaiono da significatività e garanzia di affidabilità ai risultati. Il Q13 è implicato da Q8, Q5, Q4, Q3, Q6, Q7, Q12, e le stesse implicazioni ha Q11, (tra Q11 e Q13 c'è similarità). Il Q1 invece implica Q9, Q12, Q7, Q6, Q3, Q4, Q5, Q8, Q2.

Per il significato stesso di implicazione si ha quindi un risultato che conferma (al 99 %, con questo campione di 56 alunni e con quel percorso didattico) l'ipotesi iniziale e cioè: sapersi destreggiare tra i rapporti di grandezze è la garanzia per affrontare con successo quella data categoria di problemi qui considerata.

**L'albero gerarchico delle implicazioni:** La conferma delle forti coesioni<sup>7</sup> tra le variabili nei due gruppi già evidenziati con la similarità, da maggiore forza alle singole implicazioni. Il secondo grafico sulle gerarchie, ottenuto eliminando alcune variabili, mette in stretta relazione anche le variabili del primo gruppo con Q13.

## **Conclusioni**

I risultati globali dell'analisi statistica sono stati più che soddisfacenti, non si deve però dimenticare che il campione esaminato è piuttosto omogeneo come formazione e che in questa seconda somministrazione del questionario le insegnanti delle classi interessate sono state coinvolte sin dalla fase di programmazione del modulo sui rapporti delle grandezze. Si è cercato così di dare il giusto "peso" a tutte le fasi che portano ad una verifica: *la possibilità di ipotizzare un risultato in termini di apprendimento è in stretta relazione con tutto il percorso che l'alunno fa insieme all'insegnante, il quale, essendo soprattutto una guida, deve essere presente durante tutti i momenti dell'apprendimento ed elaborare quindi le verifiche in funzione degli obiettivi specifici del modulo trattato.*

---

<sup>7</sup> R. Grass, o. c.

L'apprendimento, l'analisi dei possibili ostacoli e di ciò che invece lo facilita, è sicuramente l'oggetto di gran parte delle ricerche nell'ambito non solo della didattica delle singole discipline ma anche della pedagogia. Forse però il metodo della ricerca in didattica secondo il paradigma di Brousseau potrebbe essere un modello da tenere presente e valorizzare perché basato su fasi ripercorribili e quindi suscettibili di controllo ma anche per la garanzia di scientificità che gli dà il supporto statistico fornito dallo CHIC.

### **Un'osservazione di carattere generale relativa alle verifiche**

L'attenzione dello CHIC è rivolta tanto alle risposte esatte quanto alle risposte errate e le implicazioni tra variabili o la similarità fra le stesse viene fuori da formule di probabilità in cui le risposte errate hanno un peso non inferiore a quelle esatte.

Queste osservazioni e le difficoltà incontrate nella stesura di un questionario che potesse corrispondere alle richieste effettivamente volute, hanno condotto ad alcune considerazioni di carattere più generale riguardo la possibilità di "misurare", la "validità" di una prova.

Può essere così importante studiare il caso in cui una prova può essere considerata "non valida" o "poco valida", al di là di quello che è stato l'intervento didattico che l'ha preceduta.

Mettendo per il momento da parte le risposte esatte (che non possono convalidare una prova se non rispettano certe note percentuali sul totale degli alunni), l'analisi si potrebbe spostare sulle risposte errate e più precisamente sulla loro natura.

Da tempo diversi insegnanti analizzano gli errori e cercano di individuare le diverse categorie in cui classificarli (errori epistemologici, errori di procedura, errori di calcolo, errori per analogie e differenze, ecc.). Si può pensare allora, nel momento della stesura di una prova, per esempio un questionario, di ipotizzare le possibili risposte errate, o meglio le loro categorie, per ogni quesito. L'esperienza didattica ci fa prevedere in che direzione andrà il pensiero dell'alunno che si discosta dalla risposta esatta.

Il confronto con i risultati ottenuti si baserebbe allora non più solo sulla quantità delle risposte esatte, ma anche sulla qualità delle risposte errate.

Se non c'è rispondenza tra l'attesa e i risultati effettivi (nelle risposte errate), bisognerebbe trovare un criterio (con lo CHIC ?) per stabilire la percentuale di validità della prova .

## APPENDICE 1

### Questionario

1. Quale dei due gruppi di grandezze contiene un elemento estraneo?:

a) cm, m, km, hm.

b)  $\text{cm}^2$ , cm, km, m

2. Confronta ed ordina, ove è possibile, le quantità dalla più piccola alla più grande:

a) 10 cm, 2 mm, 2 km, 10 m, 7 cm, 5 m.

b) 10 cm, 2 l, 2 km, 4kg, 40 g, 3  $\text{cm}^2$ .

3. E' possibile confrontare e mettere in ordine tutte le quantità in ciascuno dei due gruppi precedenti? Se no spiega perché.

4. Devi misurare l'altezza della tua aula, cosa usi cm, m, km ?

5. Se dovessi misurare la lunghezza della tua aula in passi, quanti pensi che ne occorrerebbero, più o meno di 20?

6. Somma, ove è possibile, le seguenti quantità :

a) 5cm, 2cm, 12 cm, 18cm.

b) 8 l, 15 l, 7cm, 20 l.

c) 15 l, 7 l, 8 cm, 10  $\text{cm}^2$ .

7. E' possibile per ogni gruppo precedente sommare tra loro tutte le quantità indicate? Se no spiega perché.

8. Pesa di più un kg di piombo o un kg di paglia? motiva la tua risposta.

9. La mamma ha comprato 10 kg di mele e ha speso 20.000 lire, quindi un chilo di mele costa 2.000 lire.

2.000 rappresenta: lire, kilogrammi, lire al kilogrammo, kilogrammo a lire.

10. Metti al posto dei puntini le indicazioni relative ai dati:

Marco ha 4 scatole contenenti ciascuna 24 libri, quindi ha in tutto :

$$4 \dots \times 24 \dots = 96 \dots$$

Vuole sistemare tutti i libri nei suoi 6 scaffali, in modo tale che ogni scaffale contenga un numero uguale di libri.

Per sapere quanti ne deve mettere in ogni scaffale fa la seguente operazione:

$$96 \dots : 6 \dots = 16 \dots$$

11. Una macchina in 8 ore confeziona 600 scatole contenenti 12 bottiglie ciascuna.  
Quante scatole riesce a confezionare in 14 ore se ogni scatola contiene 6 bottiglie?

Nel risolvere il problema utilizza la seguente tabella dove inserirai man mano i dati e tutti i risultati delle operazioni che vai svolgendo.

ORE	BOTTIGLIE	SCATOLE DA 12	SCATOLE DA 6	BOTTIGLIE/ SCATOLA	BOTTIGLIE/ ORE

12. Con un camion si trasportano 160 casse contenenti ciascuna 20 chilogrammi di arance. Se si deve trasportare la stessa quantità di arance con un furgone che contiene al massimo 30 scatole da 25 chilogrammi di arance, quante consegne dovrà fare il furgone?

## APPENDICE 2

Tabella dati scuola media

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
m1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
m2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
m3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m4	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
m5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
m6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
m7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m9	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
m10	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m12	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
m13	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
m14	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
m15	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
m16	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1

Tabella dati scuola elementare

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
e1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
e2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
e4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
e5	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
e6	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
e7	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
e8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
e9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
e10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e11	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e12	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
e13	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
e14	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
e15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
e16	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
e17	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
e18	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
e19	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
e20	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
e21	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
e22	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
e23	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
e24	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e25	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0



Tabella dati scuola superiore

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
s1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
s2	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
s3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
s5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s6	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
s7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
s8	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
s9	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
s10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s11	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
s12	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
s13	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
s14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
s15	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
s16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s17	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
s18	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
s19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s20	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s21	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s22	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
s23	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s24	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
s25	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
s26	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s27	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
s28	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0

## APPENDICE 3

### Questionario 2

1) Segna in quali dei seguenti gruppi le grandezze sono tutte confrontabili fra loro:

- a) 10 cm , 2 mm , 0,2 km , 10 m , 7 cm.
- b) 10 cm , 2 cm<sup>2</sup> , 4 cm<sup>3</sup> , 30 cm , 12 cm<sup>2</sup>.
- c) 20 l , 3 dm , 8 kg , 4 g , 3 l.
- d) 4 kg , 8 g , 12 hg , 3 q , 8 t.

1) A cosa serve confrontare fra loro le grandezze?

- a) a stabilire quale grandezza è preferibile utilizzare come unità di misura.
- b) a metterle in ordine crescente o decrescente.

1) Segna in quali dei seguenti gruppi è possibile mettere in ordine le grandezze:

- a) 5 cm , 2 cm , 12 cm , 8 m;
- b) 8 m , 70 m<sup>2</sup> , 100 m<sup>3</sup>;
- c) 15 l , 7 l , 8 kg;
- d) 2 kg , 300 g , 0,8 hg.

4) Quali delle seguenti operazioni sono corrette:

- a)  $5 \text{ cm} + 10 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^3$  ;
- b)  $3 \text{ hg} + 2 \text{ kg} = 23 \text{ hg}$ ;
- c)  $15 \text{ l} - 3 \text{ l} = 12 \text{ l}$ ;
- d)  $10 \text{ m} + 8 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$  ;
- e)  $10 \text{ kg} + 2 \text{ l} = 12 \text{ kg} / \text{l}$ .

5) Si possono sommare due grandezze che non si possono confrontare?

6) Siano AB e CD due segmenti rispettivamente di 5 cm e 7 cm; il rapporto AB / CD è uguale a:

- a)  $5 / 7 \text{ cm}$  ;
- b)  $5 / 7 \text{ cm}^2$  ;
- c)  $5 / 7$ ;

7) Se A è l'area di un poligono e B l'area di un altro poligono, che cosa significa  $A / B = 1$  :

- a) che i due poligoni sono uguali;
- b) che i due poligoni hanno lo stesso perimetro;
- c) che i due poligoni hanno la stessa area;

d) che i due poligoni hanno lo stesso numero di lati.

8) AB e CD sono due segmenti; che cosa significa che il loro rapporto è un numero intero? :

- a) che uno dei due è multiplo dell'altro;
- b) che sono uguali;
- c) che  $AB > CD$  o  $AB < CD$  o ancora  $AB = CD$ .

9) AB e CD sono due segmenti; che cosa significa che  $AB = \frac{2}{3} CD$  ? :

- a)  $\frac{1}{3} AB = 2 CD$ ;
- b)  $3 AB = \frac{1}{2} CD$ ;
- c)  $3 AB = 2 CD$ .

10 ) La mamma ha comprato 10 kg di mele e ha speso 20.000 lire, quindi un chilo di mele costa . 2000 lire

2.000 rappresenta: lire, kilogrammi, lire al kilogrammo, kilogrammo a lire.

11) Metti al posto dei puntini le indicazioni relative ai dati:

Marco ha 4 scatole contenenti ciascuna 24 libri, quindi ha in tutto :

$4 \dots \dots \dots \times 24 \dots \dots \dots = 96 \dots \dots \dots$

Vuole sistemare tutti i libri nei suoi 6 scaffali, in modo tale che ogni scaffale contenga un numero uguale di libri.

Per sapere quanti ne deve mettere in ogni scaffale fa la seguente operazione:

$96 \dots \dots \dots : 6 \dots \dots \dots = 16 \dots \dots \dots$

12 ) Una macchina in 8 ore confeziona 600 scatole contenenti 12 bottiglie ciascuna.

Quante scatole riesce a confezionare in 14 ore se ogni scatola contiene 6 bottiglie?

Nel risolvere il problema utilizza la seguente tabella dove inserirai man mano i dati e tutti i risultati delle operazioni che vai svolgendo.

ORE	BOTTIGLIE	SCATOLE DA 12	SCATOLE DA 6	BOTTIGLIE/ SCATOLA	BOTTIGLIE/ ORE


13) Con un camion si trasportano 160 casse contenenti ciascuna 20 chilogrammi di arance. Se si deve trasportare la stessa quantità di arance con un furgone che contiene al massimo 30 scatole da 25 chilogrammi di arance, quante consegne dovrà fare il furgone?

## APPENDICE 4

tabella dati questionario 2

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13a	Q13b	Q13c
i1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
i4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
i8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i9	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
i10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
i12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
i13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i16	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
i17	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
i18	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
i19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
i21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
i22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i24	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i25	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
i26	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i27	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
i34	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i36	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i37	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i38	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i39	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i40	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i42	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i43	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i46	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
i47	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
i49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
i51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
i52	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0

i53	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
i54	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i55	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

## BIBLIOGRAFIA

1. Enriques, *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*: 1) Libri I-IV (1925), Ed. Alberto Stock, Roma; 2) Libri V-IX (1930), Ed. Zanichelli, Bologna; 3) Libro X (1932), Ed. Zanichelli, Bologna; 4) Libri XI-XIII (1935), Ed. Zanichelli, Bologna.
2. Hilbert, *I fondamenti della geometria*, Feltrinelli, Milano, 1970
3. M. Cipolla, *La Matematica Elementare nei suoi fondamenti nei riguardi didattici e negli sviluppi superiori*, I<sup>a</sup> Edizione del 1927, Arti grafiche Cav. Uff. Giuseppe Castiglia, Palermo, Via Saladino. In edizione più recente: *Matematica Elementare* (curata da L. Chiara), 6<sup>a</sup> edizione, 1962, Ed. Palumbo, Palermo.
4. Veronese, *Fondamenti di Geometria*, Tipografia del Seminario, Padova, 1891
5. Di Leonardo - T. Marino - F. Spagnolo, *Alcune osservazioni epistemologiche sul Postulato di Eudosso-Archimede ed il metodo di esaurimento*, La Matematica e la sua Didattica, ed. Pitagora, 1994, n.1, Bologna.
6. Frajese - Maccioni, *Gli Elementi di Euclide*, Classici UTET, 1970.
7. Enriques, *Gli elementi di Euclide e la critica moderna*, A. Stock, Roma, 1925.(libro V, p. 12)
8. *Enciclopedia delle Matematiche Elementari (a cura di L. Berzolari)*, U. Hoepli ed., 1972 (ristampa).
9. Spagnolo, *Obstacles Epistémologiques: Le Postulat d'Eudoxe-Archimede*, Tesi di Dottorato, Quaderni di Ricerca in Didattica, Supplemento al n.5, Palermo.
10. M. Kline, *Storia del pensiero matematico*, Editore Einaudi, Torino, 1991 (2 Volumi).
11. F. Spagnolo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze, 1998.
12. G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques*, La Pensée sauvage, Grenoble, 1998.
13. CNRS, *Pratique de l'Analyse des Données*, Paris, Dunod, 1984 (I vol: *Analyse des correspondances exposé élémentaire*; II Vol: *Abrégé théorique études de Cas Modèle*).
14. G. Brousseau, *Stratégies de l'analyse statistique*, Université Bordeaux I, LADIST, 1993.
15. G. Brousseau, *Fiches de Statistiques non paramétriques pour la didactique*, Université Bordeaux I, 1993, LADIST.
16. G. B. Flores d'Arcais, *Metodi statistici per la ricerca psicologica*, Firenze, Giunti Barbera, 1968.
17. R. Gras, *L'implication statistique (Nouvelle méthode exploratoire de données, Recherches en Didactique des Mathématiques)*, La Pensée sauvage, Grenoble, 1996.
18. B. Escofier-Jerôme Pagès, *Analyse factorielles simples et multiples (objectifs, méthodes et interpretation)*, Paris, Dunod, 1990.

