"Quaderni di Ricerca in Didattica", n15, 2005.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

L'influenza dei fattori socioculturali nelle argomentazioni di situazioni – problema aritmetiche e geometriche

Anna Barbara Rapa[1]

Riassunto:

Nel panorama odierno della ricerca didattica è possibile rilevare un crescente interesse per quei processi che consentono la formazione del pensiero matematico, con particolare riferimento allo sviluppo di competenze argomentative le quali, insieme alla capacità di formulare congetture, costituiscono le premesse essenziali per giungere alla produzione di una dimostrazione consapevole che segna l'ingresso nella cultura dei teoremi. In questa direzione lo scopo di questo intervento è quello di mostrare come sia possibile configurare le differenze nelle argomentazioni di allievi provenienti da differenti ambienti socioculturali, attraverso un'esperienza di Ricerca in didattica che si serve della Teoria delle situazioni didattiche (Brousseau, 1998) come paradigma di riferimento, e come configurare tali differenze sia un possibile itinerario di integrazione. Individuare i modelli culturali di appartenenza e valorizzarli nella messa a punto di percorsi educativi individualizzati, in tal senso, significa attivarsi verso il riconoscimento e la gestione della complessità della conoscenza, in sfondo culturale contemporaneo non più rappresentato da saperi ritenuti indispensabili e imprescindibili bensì da saperi in mobilità permanente.

Parole chiave: *Argomentare e Congetturare, Ricerca in Didattica della matematica, Linguaggio Naturale e Linguaggio della matematica, Teoria delle Situazioni.*

Abstract:

In the today's panorama of the didactic research it is possible to notice an increasing interest for that trials that allow the formation of the mathematical thought, with particular reference to the development of competences to argue which, together with the ability to formulate conjectures, they constitute the essential premises to reach the production of an aware demonstration that marks the entry in the culture of the theorems. In this direction the purpose of this intervention is that to show as is possible to shape the differences in the reasonings of students coming from different sociocultural environments, through an experience of research in didactics

---

[1] Laureata in Scienze della Formazione Primaria presso la Facoltà di Scienze della Formazione dell'Università di Palermo. Lavoro eseguito nell'ambito della sua tesi di laurea, Gennaio 2004. La tesi completa si trova al seguente indirizzo web : http://math.unipa.it/~grim/tesiFP.htm .

that uses the Theory of the Didactic Situations (Brousseau, 1998) as paradigm of reference, and as to shape such differences is a possible itinerary of integration. To individualize the cultural models of affiliation and to valorize them in the debugging of individualized educational runs, in such sense, it means to activate him toward the recognition and the management of the complexity of the knowledge, in contemporary cultural background represented by Know (Saperi) held essential and essential not anymore on the contrary from Know (saperi) in permanent mobility.
Key words: *To deduce and to Conjecture, Search in Didactics of the mathematics, Natural language and Language of the mathematics, Theory of the Situations.*

Introduzione:

L'interesse per l'oggetto di questo intervento si fonda sull'ipotesi che i processi argomentativi, in adeguate situazioni di insegnamento/ apprendimento, possano agevolare l'assunzione della consapevolezza della conoscenza e, in generale, possano contribuire allo sviluppo della padronanza dei concetti matematici. L'argomentare e il congetturare in particolare sono propedeutici allo sviluppo della capacità di definire i concetti matematici e di individuare le relazioni fra questi, passando dal linguaggio naturale al linguaggio rigoroso della dimostrazione. La Ricerca in Didattica può apportare il proprio contributo in questa direzione, attraverso il paradigma della Teoria delle Situazioni (Brousseau, 1998), nel caso in cui si mostra atta a formulare principi orientativi per l'attività didattica, partendo dall'analisi di una serie di indagini sul campo. La possibilità di condurre ricerche sperimentali all'interno della scuola è regolata dal primo articolo del D.P.R. n. 419 del 31 maggio 1974 ed è supportata dall'esistenza di un bisogno o di una difficoltà che spinge a formulare l'ipotesi di lavoro, intesa come presa di posizione di fronte al fenomeno. La scelta di condurre un'indagine sperimentale che avesse come oggetto il pensiero proporzionale nell'ambiente geometrico e in quello aritmetico, in particolare, non nasce esclusivamente dalla necessità di indagare le concezioni degli allievi in riferimento a questo contenuto matematico, quanto piuttosto dall'esigenza di proporre un modo nuovo di fare matematica nel rispetto delle esigenze personali e di quella che è la vera natura di tale disciplina in quanto scienza che si pone come libera espressione della mente umana, piuttosto che sapere autoreferenziale.

1.1 ***La Teoria delle situazioni come paradigma di riferimento nella Ricerca in didattica***

Ogni metodo di ricerca scientifica ha le sue caratteristiche che lo abilitano ad entrare in un peculiare rapporto con una certa materia, la quale in questo senso si costituisce così come scienza (Zanniello, 1997). Proprio perché pone l'attenzione verso un dominio autonomo con un suo linguaggio specifico e metodi di indagine specifici, la Ricerca in Didattica si configura come occasione funzionale all'individuazione di modelli teorico –

sperimentali in riferimento alle concezioni degli allievi rispetto a un determinato contenuto disciplinare e, in modo specifico, agli ostacoli di natura epistemologica e didattica (Spagnolo, 1998). La Ricerca in Didattica focalizza l'attenzione in particolare sull'analisi delle situazioni didattiche nel sistema sapere – insegnante – allievo, al fine di configurare una chiave di interpretazione dei fenomeni di insegnamento/apprendimento. È proprio in questo senso che la Ricerca in Didattica può essere definita naturalmente incline ad abbracciare il paradigma della Teoria delle situazioni didattiche proposto da Guy Brousseau (1998). Ponendo in discussione la pratica educativa tradizionale di trasmissione lineare di un sapere precostituito, la Teoria delle situazioni didattiche promuove l'attivazione di un processo di strutturazione della conoscenza condivisa dal sapere matematico. In questo senso, l'allievo si riappropria della responsabilità del processo di apprendimento, secondo una concezione reticolare del rapporto esistente tra soggetto e conoscenza (Brousseau, 2000). Questa prospettiva si accosta alle più accreditate teorie psicologiche sull'apprendimento le quali, sulla scia degli studi di Vygotskij e in genere dei contestualisti, rivalutano il ruolo del contesto socioculturale nell'apprendimento, il quale si realizza proprio grazie all'interazione sociale e alla mediazione del linguaggio (Miller, 1987).

La Teoria delle situazioni si pone proprio l'obiettivo di *modellizzare* le situazioni per favorire il lavoro intellettuale dell'allievo il quale, proprio come un ricercatore, intende porsi domande, analizzare, formulare ipotesi, argomentarle e confrontarle, al fine di spiegare una situazione problematica specifica[2]. In questo contesto, se i comportamenti degli allievi vengono assunti come rilevatori dell'ambiente, allora il compito dell'insegnante è quello di creare una *microsocietà scientifica* in cui l'allievo, calandosi metaforicamente nel ruolo del ricercatore, ritrovi il significato del sapere culturale e comunicabile (Brousseau, 2001). Accogliere questa prospettiva significa riconoscere le modalità con le quali il soggetto struttura la propria conoscenza, valorizzando il legame esistente tra questo processo e la dimensione cognitiva, relazionale, emotiva e sociale.

[2] Nell'ambito della modellizzazione delle situazioni è necessario in primo luogo avere chiara la definizione di *situazione*, intesa come l'insieme delle circostanze nelle quali si trova una persona (un gruppo, una collettività, ecc.), le relazioni che l'uniscono all'ambiente, e l'insieme dei dati che caratterizzano una azione o una evoluzione (un'azione in un certo momento) (Spagnolo, 1998). La situazione si definisce didattica nel caso in cui l'azione dell'adulto è guidata dall'intenzione di insegnare all'allievo un determinato sapere. Una *situazione didattica* su uno specifico tema possiede due componenti: la situazione a – didattica e il contratto didattico. In particolare, la *situazione a – didattica* si definisce tale quando l'intenzione dell'insegnante non è esplicitata nei confronti dell'allievo. L'allievo sa che il problema propostogli è stato scelto per fargli acquisire nuova conoscenza e, nello stesso tempo, deve sapere che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione. In questo senso, l'allievo si attiva in prima persona per trovare una possibile soluzione al problema proposto e, senza fare riferimento a delle ragioni didattiche, prende in carico la responsabilità della situazione di apprendimento, in un processo di *devoluzione* spinto dalla motivazione.

1.2 ***Il ruolo dell'argomentazione nella padronanza consapevole dei concetti matematici***

Nel panorama odierno della ricerca didattica è indubbio il crescente interesse per quei processi che consentono la formazione del pensiero matematico, con particolare riferimento allo sviluppo di competenze argomentative, propedeutiche per la produzione di una dimostrazione consapevole che segna l'ingresso nella cultura dei teoremi.

Prendendo in considerazione il punto di vista della semiotica, la matematica può essere definita non esclusivamente un settore della conoscenza ma come perfezionamento del linguaggio in generale, il quale integra le comuni espressioni verbali, a volte troppo imprecise o troppo ingombranti, con nuovi strumenti di rappresentazioni delle relazioni (Spagnolo, 1998). Secondo questo punto di vista, il linguaggio matematico presenta tre livelli: le *sintassi*, che corrispondono alla sistemazione formale dei linguaggi; la *semantica*, la quale fa riferimento al problema del significato; la *pragmatica*, l'aspetto che prende in considerazione le condizioni per una interazione efficace e non disturbata della comunicazione (Spagnolo, 2001). Proprio perché implica la distinzione di questi piani, l'approccio semiotico alle matematiche consente una migliore analisi dei fenomeni di insegnamento/apprendimento e, per quanto più specificamente attiene l'argomentare, permette di ipotizzare l'esistenza di un parallelismo tra argomentazione e dimostrazione.

L'elemento più rilevante che differenzia i due registri è proprio il fatto che l'argomentazione è il mezzo per poter costruire catene deduttive, attraverso la *messa a fuoco* dell'oggetto matematico, l'interpretazione della situazione e l'evoluzione dell'oggetto stesso, nel dominio del linguaggio naturale. Il linguaggio naturale è una delle funzioni neuropsicologiche più elevate dell'uomo che si configura come capacità di codificare il pensiero, grazie alla costruzione di rapporti semantici tra contenuti mentali e un codice simbolico: il suo sviluppo si fonda su 3 determinanti: le basi autonomo – funzionali (il cervello, gli organi fonatori, gli organi di senso), la relazione con l'ambiente, la struttura stessa del linguaggio (Bickel, 1989). In riferimento al linguaggio naturale è necessario richiamare la prospettiva di Vygotskji rispetto al fatto che il funzionamento mentale è mediato dagli strumenti forniti dalla cultura (Miller, 1987). Secondo Vygotskji lo sviluppo cognitivo e linguistico viene infatti influenzato dalla partecipazione dell'individuo a una fitta rete di interazioni sociali successivamente interiorizzate (Camaioni, 2001).

Oltre allo sviluppo naturale, supportato da comportamenti spontanei rispetto ad uno stimolo, l'individuo è soggetto allo sviluppo culturale, il quale comprende i concetti complessi o scientifici che portano allo sviluppo di strutture mentali superiori. In questo senso il linguaggio si configura come strumento sociale che penetra nella mente a dirigere il pensiero, controllare il comportamento durante lo sviluppo, organizzare le categorie di realtà. In sintesi si può affermare che il linguaggio è un meccanismo attraverso cui la cultura influenza lo sviluppo dell'individuo (Anello, 2001).

Sulla base di questa prospettiva teorica, l'argomentazione come discorso nel linguaggio naturale che concerne il pensiero matematico diventa manifestazione del proprio universo cognitivo, mediata da un contesto culturalmente determinato. L'argomentazione inoltre è l'espressione delle conoscenze dell'allievo, risultanti da un intreccio dialettico tra le rappresentazioni simboliche e le attività discorsive su questi con cui il soggetto dà significato agli enunciati matematici. Secondo numerosi studiosi di didattica della matematica affinché l'insegnamento di un concetto risulti efficace, non si può prescindere dalle conoscenze intuitive dell'allievo acquisite nel contesto socioculturale, non necessariamente scolastico. Queste infatti possono facilitare o ostacolare in modo determinante l'apprendimento del concetto stesso. In particolare Fischbein (1979) si riferisce a tali idee intuitive come a *intuizioni primarie* e sottolinea l'importanza di sostenerle e rafforzarle in modo che possano evolvere allo stadio di *intuizioni secondarie* e costituiscano elementi funzionali all'acquisizione del concetto matematico.

In questa prospettiva si colloca il crescente interesse verso l'Etnomatematica che, come approccio antropologico alla matematica, rivaluta le costruzioni di natura culturale e psico – emozionale.

L'Etnomatematica si definisce etimologicamente come l'arte o la tecnica di spiegare, di conoscere, di capire nei diversi contesti culturali[3]; si tratta di un programma volto a far luce sui processi di generazione, organizzazione e trasmissione in differenti sistemi culturali e le forze interattive che agiscono su di noi in questi tre processi (D'Ambrosio, 2002).

Diversi gruppi socioculturali infatti procedono in modo differente nei loro sistemi logici, sulla base dell'influenza esercitata da fattori di natura linguistica, morale, religiosa e, in genere, culturale. Queste differenze sono amplificate in riferimento al dominio della matematica elementare, in quanto ogni gruppo socioculturale ha le proprie forme di matematizzazione, e implicano la necessità di non trascurare le particolarità che connotano ciascun individuo dal punto di vista culturale. Partire dalle conoscenze che l'allievo domina, sicuramente contribuisce a trasmettergli la sicurezza necessaria per essere soggetto attivo, in grado di prendere delle decisioni.

1.2.*1* ***Dal panorama dell'esistere alla formulazione delle ipotesi***

Nella direzione teorica delineata credo sia opportuno esplicitare una delle riflessioni che ha costituito elemento su cui incentrare la ricerca sperimentale: qualora il linguaggio naturale, nonché gli elementi socioculturali di un allievo straniero costituiscono elemento di differenziazione nell'approccio alle matematiche, tanto da supportare la nascita dell'Etnomatematica (una corrente di studi che si occupa proprio di rilevare la generazione, l'organizzazione e la trasmissione della conoscenza in diversi ambienti socioculturali, attraverso l'analisi storica) ritengo sia

[3] *Etno* si riferisce al contesto culturale: *matema* va nella direzione di *spiegare, conoscere, capire; tica* che deriva da *Techne*, ovvero arte o tecnica.

possibile individuare tali differenze sulla base delle analisi delle argomentazioni prodotte dagli allievi durante un compito cognitivo.

Questa ipotesi trova concreta risposta nei risultati del lavoro sperimentale condotto con alunni italiani e stranieri di origine cinese in riferimento al pensiero proporzionale; dati che sono stati utilizzati successivamente per la messa a punto di percorsi educativi personalizzati.

1.2.2 ***La scelta del campione***

La scelta del campione ha una rilevanza non indifferente nella definizione dell'ipotesi di lavoro. Il contesto della struttura della lingua cinese infatti si caratterizza per la natura monosillabica: l'unità lessicale nella sua forma elementare, è formata da una sola sillaba. Comprendendo non più di quattrocento suoni sillabici nel dialetto di Pechino, la lingua cinese prevede che ad ogni suono sillabico corrispondono necessariamente più parole: ad esempio, con il suono sillabico *fu* vengono pronunciate le seguenti parole: marito, governo, fortuna, padre, ricchezza, vestito, Buddha, pelle, ascia, prigioniero e tante altre ancora. Per ovviare a questa caratteristica, nella lingua cinese ciascun suono monosillabico viene pronunciato secondo diverse modulazioni della voce, dette *toni*, oppure viene combinato con altre sillabe. Data la loro natura monosillabica, le parole cinesi sono invariabili, ovvero non presentano forme di flessione che permettano di distinguere le parti del discorso, il genere, il numero, la persona, il tempo, come nelle lingue occidentali. Per esprimere le varie categorie grammaticali allora vengono utilizzate delle particelle ausiliarie. A differenza della lingua parlata, che ha subito dei notevoli mutamenti nel corso dei secoli e varia da una provincia all'altra, la lingua scritta è uniforme per tutto il territorio della Cina ed è basata su un sistema di scrittura non alfabetico, ma ideografico: ad ogni ideogramma o carattere corrisponde una determinata parola, ma mentre il significato è suggerito dal segno grafico, la pronuncia ne è quasi del tutto indipendente e varia a seconda dei numerosi dialetti. Alcuni caratteri sono pittografici mentre altri sono simbolici, come nel caso del carattere che significa *luce*, il quale consiste di un disegno in cui sono raffigurati il sole e la luna. Le caratteristiche della lingua cinese appena accennate sono sufficienti a mostrare come la sua padronanza implichi a compiere degli sforzi di astrazione e memorizzazione non indifferenti e come il processo di costruzione e riconoscimento degli ideogrammi possa essere paragonato ad un'equazione mentale (Spagnolo, 2002).

Il linguaggio matematico si caratterizza per l'ampio uso di simboli, per la mancanza di ridondanze e parafrasi, per la densità contenutistica in testi molto brevi; si tratta di un linguaggio astratto e dalla sintassi complessa proprio come la lingua cinese.

È probabile che esista allora una correlazione tra la lingua cinese e il pensiero matematico, tanto da implicare che gli studenti cinesi forniscono le più alte prestazioni del mondo in compiti che richiedono l'applicazione delle abilità matematiche (Wing e Bin, 2002).

1.3 ***Presentazione del lavoro sperimentale***

Rispetto al quadro teorico di riferimento è stata condotta un'esperienza di Ricerca in Didattica con l'obiettivo di configurare le differenze nelle argomentazioni di allievi provenienti da diversi ambienti socioculturali, al fine di individuare i modelli culturali di appartenenza e valorizzarli nella messa a punto di percorsi educativi individualizzati. In particolare per la formulazione delle ipotesi è stato preso in considerazione il fatto che nel panorama educativo cinese, in riferimento alla scuola primaria, il *Numero* costituisce l'area più significativa per quanto riguarda l'educazione matematica e, nonostante implichi un certo livello di astrazione, si propongono alcuni obiettivi di apprendimento riguardanti l'Algebra (Lam, 2002).

Le conoscenze fondamentali di matematica indicate all'interno del volume Matematica 2001, invece, mettono in evidenza che i nuclei *Il numero*, *Lo spazio e le figure*, *Le relazioni*, *I dati e le previsioni*, *Argomentare e congetturare* costituiscono allo stesso modo nodi cruciali nel costruire progressivamente una visione della matematica come strumento culturale per studiare fatti e fenomeni attraverso un approccio quantitativo.

In questo senso, all'ipotesi generale del progetto di ricerca, relativa proprio all'esistenza in situazioni di insegnamento/apprendimento di differenze nei processi e nelle argomentazioni rispetto ai modelli culturali di appartenenza, sono state formulate le seguenti ipotesi operative, definite grazie al confronto in itinere con l'indagine sperimentale:

1. Se si propongono delle situazione – problema di geometria ad allievi di età compresa tra gli otto e i dieci anni, allora le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti faranno riferimento al rapporto tra grandezze omogenee.
2. Se si propongono delle situazione – problema di aritmetica ad allievi di età compresa tra gli otto e i dieci anni, allora le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti faranno riferimento al pensiero proporzionale intuitivo.
3. Se si propongono delle situazione – problema di geometria ad allievi cinesi di età compresa tra gli otto e i dieci anni, allora le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti faranno riferimento a intuizioni empiriche.
4. Se si propongono delle situazione – problema di aritmetica ad allievi cinesi di età compresa tra gli otto e i dieci anni, allora le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti faranno riferimento al rapporto tra grandezze omogenee.

1.3.1 ***La rilevazione dei dati***

Per falsificare l'ipotesi generale, ci si è proposti di somministrare una situazione – problema, composta da due problemi aperti, a un campione casuale di circa 100 allievi, per individuare le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti relative ai contenuti proposti. Successivamente ci si è occupati di somministrare un'intervista semi – strutturata a due alunni stranieri inseriti nel contesto scolastico siciliano, per rilevare le strategie risolutive e di socializzazione che emergono rispetto alle situazioni – problema proposte. In ultima istanza, si è ipotizzato di utilizzare un piano sperimentale a gruppo unico: si è proposto a un gruppo classe multiculturale la situazione – problema, dalla quale si ricavano dati quantitativi, e si è successivamente introdotto il fattore sperimentale, il quale si compone di due situazioni a – didattiche che utilizzano come modello di riferimento uno strumento storico per la didattica della matematica, il romanzo di Abbot *Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni*.[4] Durante la messa in opera del fattore sperimentale sono stati rilevati dei dati qualitativi, sulla base delle osservazioni descrittivo – diaristiche condotte in itinere dalla sottoscritta, mediante l'analisi dei protocolli prodotti dal gruppo e dall'osservazione degli audiovisivi prodotti durante l'attività. A seguito della somministrazione del fattore sperimentale, è stato proposto nuovamente al gruppo la situazione – problema per rilevare gli effetti prodotti dal fattore sperimentale. Allo stesso gruppo è stato inoltre somministrato un breve questionario a risposta aperta, al fine di rilevare il livello motivazionale durante la somministrazione del fattore sperimentale. I dati qualitativi sono stati rapportati ai dati quantitativi relativi all'analisi della situazione – problema, permettendo di far emergere i processi attraverso i quali gli alunni hanno risolto le situazioni problematiche, nonché le motivazioni che li hanno spinto a procedere in un determinato modo in relazione allo stimolo proposto, traendo le conclusioni relative all'ipotesi generale. I dati quantitativi rilevati attraverso la somministrazione del problema – aperto in seguito all'introduzione del fattore sperimentale, infine, sono stati confrontati con i dati rilevati, attraverso lo stesso strumento, dal campione di circa 100 alunni, durante la prima fase.

1.4 ***L'esperienza di Ricerca in Didattica condotta in ambiente multiculturale***

1.4.1 ***La prima fase della sperimentazione***

La prima fase della sperimentazione ha previsto la somministrazione di due problemi aperti a un campione di 97 alunni, con l'obiettivo specifico di rilevare le strategie risolutive e le argomentazioni ricorrenti di allievi di età compresa tra gli otto e i dieci anni, rispetto alle situazioni – problema proposte. La situazione – problema somministrata durante la prima fase della ricerca contiene due problemi aperti: nello specifico, nel primo problema aperto (situazione problema A) viene richiesto all'alunno di comporre in tre modi differenti tre poligoni dati, di individuare se si tratta di figure

---

[4] "Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni" è stato scritto e pubblicato dal reverendo Edwin A. Abbot nel 1882.
Si tratta di un racconto fantastico che, a qualche anno dalla pubblicazione, attira l'attenzione dei matematici e scienziati che vi vogliono riscontrare un'anticipazione della teoria einsteiniana.

equivalenti e di motivare la propria risposta; in questo modo l’alunno è stato stimolato a dare una prima definizione del concetto di equivalenza.

Nel secondo problema aperto (situazione problema B) è stato proposto all’alunno di trovare il rapporto di similitudine tra due rettangoli e di esplicitare il processo per trasformare la figura A nella figura B, allo scopo di configurare le strategie adottate nella configurazione dell’operatore. La somministrazione delle situazioni – problema è stata attuata tra aprile e maggio 2003, concordando degli appuntamenti con l’insegnante dell’ambito logico – matematico di ciascuna classe, al fine di creare un clima funzionale allo svolgimento della prova. Per l’esecuzione di entrambe le situazioni - problema sono stati impiegati in media 40 minuti, durante le prime ore della mattina. L’analisi a-priori ha permesso di determinare le possibili strategie risolutive in riferimento alle situazioni problema: questa è stata condotta sia durante la costruzione dei problemi aperti, facendo riferimento alle attese personali del ricercatore e all’analisi epistemologica dei contenuti messi in gioco, sia a seguito della somministrazione delle situazioni problema al campione di 97 alunni.

Le strategie risolutive che sono state prese in considerazione per la tabulazione dei dati rispetto alla prima situazione problema (problema A) sono di seguito elencati:

Domanda A: Le figure che hai ottenuto unendo in modo diverso i tre poligoni dati sono equivalenti? Motiva la tua risposta.
A1: Le figure ottenute sono equivalenti perché occupano la stessa superficie.
A2: Le figure ottenute sono equivalenti perché sono formate da poligoni di partenza uguali.
A3: Le figure ottenute sono equivalenti perché, pur avendo diversa forma, hanno la stessa dimensione.
A4: Le figure ottenute sono equivalenti perché hanno la stessa area e lo stesso perimetro.
A5: Le figure ottenute sono equivalenti.
A6: Le figure ottenute non sono equivalenti.
A7: Le figure ottenute non sono equivalenti perché non occupano lo stesso spazio.
A8: Le figure ottenute non sono equivalenti perché hanno forma diversa.

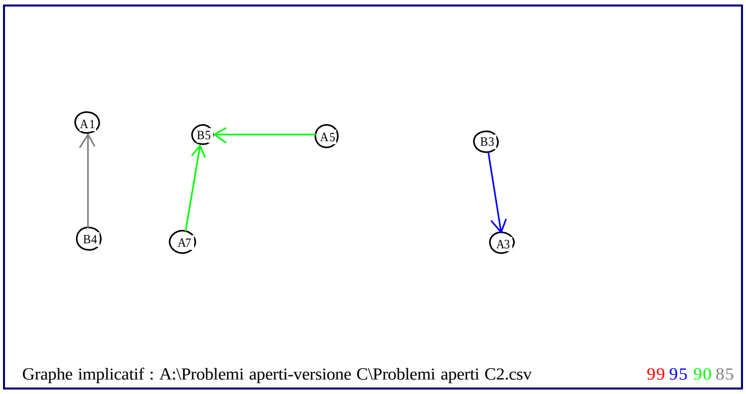
Quelle utilizzate in riferimento alla seconda situazione problema (problema B) sono le seguenti:

Domanda B: Come fai a passare dalla figura A alla figura B (due rettangoli simili)? Sai trovare l’operatore che trasforma la figura A nella figura B? Spiega il procedimento che intendi utilizzare e motivalo.
B1: L’operazione utilizzata è la divisione. L’operatore adoperato è :1,5 perché facendo la divisione tra i lati corrispondenti (6:4 = 1,5 e 3:2 = 1,5), si ottiene questo operatore.

B2: L’operazione utilizzata è la divisione. L’operatore adoperato è :1,5 perché mi trasforma i lati del rettangolo A nei lati del rettangolo B.
B3: L’operazione utilizzata è la divisione perché è necessario rimpicciolire. L’operatore adoperato è :1,5 perché :2 si ottiene un rettangolo più piccolo quindi, per tentativi, si arriva a questo operatore che permette di passare esattamente dalla figura A alla figura B.
B4: L’operazione utilizzata è la sottrazione perché per trasformare una figura più grande in una più piccola bisogna togliere.
B5: L’operazione utilizzata è la sottrazione. Gli operatori adoperati sono -2 e -1 perché permettono di ottenere la misura dei lati della figura B.
B6: L’operazione utilizzata è la moltiplicazione. L’operatore adoperato è x2 perché permette di passare dalla figura B alla figura A (3x2 = 6 e 2x2 = 4).
B7: L’operazione utilizzata è la divisione.
B8: L’operazione utilizzata è la sottrazione.

Dall’analisi dei dati sperimentali, in riferimento alla situazione – problema A, è emerso che la maggior parte degli allievi (il 45.5% circa) ha utilizzato le strategie A1 e A3 e motivato esattamente il perché le figure geometriche ottenute dalla composizione dei tre poligoni dati risultano equivalenti, facendo riferimento all’uguaglianza delle superfici occupate e distinguendo quindi il concetto di forma da quello di estensione. Tali allievi hanno utilizzato dunque uno schema di ragionamento che fa riferimento alla proporzionalità fra grandezze, motivandolo con argomentazioni di tipo locale, con riferimento di tipo teorico atti a giustificare la strategia adottata. Ciò mette in evidenza la tendenza ad avvalersi del pensiero proporzionale in contesto geometrico. Da quanto rilevato emerge inoltre che solo una piccola parte degli allievi ha mostrato qualche difficoltà nel discernere i concetti di area e forma, difficoltà che potrebbe essere superata avvalendosi del concetto di unità misura. Rispetto alla situazione – problema B, come messo in evidenza nella seconda ipotesi operativa, le attese del ricercatore sono state rivolte a riscontrare che il campione utilizzasse nella risoluzione del problema gli schemi di ragionamento proporzionale di tipo intuitivo, per tentativi ed errori, evidenziati nella strategia B3. La strategia B3 può essere considerata una variabile simile alla strategia A3, emersa rispetto alla situazione – problema A. Dall’analisi del grafico implicativo si osserva che le strategie B3 e A3 hanno un’implicazione del 95% e questo significa che, relativamente al problema B, nel caso in cui l’allievo esplicita la strategia adottata e la giustifica, individuando per tentativi che la divisione è l’operatore più efficace per trasformare il rettangolo, argomenta correttamente il perché le figure geometriche ottenute dalla composizione dei tre poligoni risultano equivalenti, nello svolgimento del problema A.

Grafico implicativo



L'allievo argomenta la situazione – problema B facendo riferimento ai concetti teorici di equivalenza e di similitudine, conoscenze di cui si serve anche per l'argomentazione della strategia utilizzata nel risolvere la situazione – problema A. In realtà, buona parte di alunni (pari al 36%) ha utilizzato la strategia B5 e concretizzato il concetto di operatore in una serie di trasformazioni applicate a singole parti della figura geometrica in esame, in particolare, sottraendo ad ogni lato del rettangolo A il valore per il quale differisce dal corrispondente del rettangolo B. In questo senso è possibile rilevare il ricorso a differenze non costanti rispetto a rapporti costanti, ovvero ad operare in campo additivo piuttosto che in quello moltiplicativo.

Ciò può indurre a riflettere sul fatto che alcune strategie del pensiero proporzionale possono essere correttamente utilizzate in contesto geometrico e non adoperate in altri contesti, in questo caso quello aritmetico (Pesci, 2002). Un altro elemento da mettere in evidenza è che la strategia adoperata viene commentata con argomentazioni di tipo locale, le quali fanno riferimento a teorie ingenue per giustificarla. Interessante è notare che oltre il 32% degli allievi ha identificato nella divisione l'operatore più efficace per trasformare il rettangolo maggiore nel più piccolo, in particolare la divisione per 1.5 è quella utilizzata da un folto gruppo. In particolare alcuni allievi hanno utilizzato la strategia B1, motivando la scelta dell'operatore :1.5 in quanto 1.5 è il rapporto tra lati corrispondenti dei due rettangoli, altri lo hanno scelto senza dare una particolare spiegazione, un piccolo gruppo ha utilizzato la strategia B3, giungendo a questo valore per tentativi ed errori. Da un confronto tra le strategie risolutive utilizzate per la situazione – problema A e la situazione – problema B, infine, è possibile osservare che nel primo problema 17 alunni non hanno argomentato la risposta data al quesito; di questi 5 non hanno argomentato neanche la risposta al secondo problema. Il numero di risposte non argomentate sale per il secondo problema aperto, per il quale ai 5 già menzionati se ne sono aggiunti altri 19; questa osservazione sottolinea ancora che gli allievi utilizzano con maggiore consapevolezza schemi di ragionamento proporzionale in ambiente geometrico piuttosto che in quello aritmetico.

1.4.2 ***La seconda fase della sperimentazione***

La seconda fase sperimentale ha previsto la somministrazione di un'intervista semi-strutturata a due alunni stranieri inseriti nel contesto scolastico siciliano, al fine di individuare le strategie risolutive e le argomentazioni di allievi cinesi, rispetto a una situazione – problema di geometria e una situazione – problema di aritmetica.

L'intervista semi-strutturata è stata costruita tenendo conto dei saperi in gioco nelle situazioni a – didattiche e nelle situazioni – problema.

Dal protocollo di osservazione dell'attività è emerso che entrambe le alunne si attivano con entusiasmo per risolvere le situazioni problematiche proposte. La prima alunna ha dimostrato una maggiore difficoltà legata alla necessità di interpellare un mediatore culturale. Le congetture prodotte in riferimento alla domanda – stimolo sono state di tipo previsionale, a volte piuttosto originali. Le argomentazioni della seconda alunna hanno cercato di fornire delle definizioni facendo riferimento a delle affermazioni di tipo teorico oppure facendo dei riferimenti di tipo pragmatico. Singolare è stata la risposta in cui ha cercato di attribuire allo sperimentatore la colpa di non aver inserito l'operatore giusto per rimpicciolire la figura tra le opzioni.

Entrambe le alunne hanno utilizzato prevalentemente delle argomentazioni con riferimenti di tipo pragmatico: più volte hanno mostrato con un disegno o un'operazione la veridicità di quanto affermato. Ricorrente nel linguaggio verbale il riferimento a parole come «guarda» oppure «vedi». È possibile comunque ipotizzare che il ricorso all'esempio sia legato all'incertezza nella comunicazione verbale.

1.4.*3* ***La terza fase della sperimentazione***

La somministrazione del fattore sperimentale si è posta l'obiettivo di individuare le modalità con cui i fattori socioculturali influenzano le argomentazioni delle strategie risolutive di una situazione – problema di geometria e aritmetica, durante la fase di validazione di una situazione a – didattica, al fine di trarre inferenze sulle modalità con cui le strategie risolutive e argomentazioni differenti sono funzionali all'esplorazione cooperativa dei contenuti. L'introduzione del fattore sperimentale ha previsto un primo momento costituito dalla somministrazione delle situazioni – problema (situazioni – problema A e B) e dalla visione del cartone animato *Flatlandia* di Michele Emmer, della durata di circa 30 minuti, e un secondo momento in cui sono state somministrate le situazioni a -didattiche. Entrambi i giochi proposti nelle situazioni a – didattiche traggono spunto proprio da *Flatlandia*, il meraviglioso mondo a due dimensioni, descritto nei costumi, nelle abitazioni, negli abitanti dal reverendo Edwin A. Abbot. La situazione a – didattica di geometria, denominata «Chi invitiamo alla festa?», proprio per la sua logica interna, ha permesso di far esplorare allo studente il concetto di *equivalenza* delle figure piane o *equiestensione* che, come afferma Speranza (1986) è alla base del concetto di *Area* definita come la classe di equivalenza di un poligono nella relazione di equiscomponibilità.

I nodi epistemologici che sottendono l'elaborazione del gioco sono:

- Attuare il processo di astrazione nella configurazione di una relazione di equivalenza;
- Il passaggio da una percezione intuitiva della grandezza in esame ad una sua valutazione oggettiva.

È stata implicitamente messa in gioco, inoltre, la conoscenza delle principali figure piane. Allo studente è stato chiesto di ricoprire la superficie interna di un pentagono servendosi del maggior numero di figure geometriche, tra quelle a disposizione. La situazione a – didattica di aritmetica, chiamata «Un invitato ingombrante!», ha permesso di introdurre una revisione della *moltiplicazione*, legandola al significato concreto di *operatore*[5]. È stato inoltre preso in considerazione il problema dei *numeri decimali*, inseriti nel contesto geometrico – spaziale per facilitarne l'uso e la comprensione del significato.

I nodi epistemologici che sottendono l'elaborazione del gioco sono:

- Recupero di senso dell'algoritmo moltiplicazione;
- Conoscenza relativa alla moltiplicazione tra un numero intero ed un numero < 1, in opposizione all'immagine di moltiplicazione tra due numeri interi.
- Corrispondenza tra la moltiplicazione e la divisione.

Allo studente è stato chiesto di trovare la combinazione di *operatori* che consente di ingrandire o ridurre la dimensione di un *Quadrato*, in modo che possa passare dalla porta di una delle tipiche case del fantastico mondo a due dimensioni. La somministrazione delle situazioni a – didattiche è stata attuata in una classe quarta elementare composta da 19 alunni ed è stata eseguita nel maggio 2003, concordando degli appuntamenti con l'insegnante dell'ambito logico – matematico di ciascuna classe.

Si è cercato di preparare la classe all'applicazione del fattore sperimentale, fornendo al gruppo la motivazione delle attività, creando un clima di fiducia funzionale all'esecuzione delle situazioni a – didattiche, cercando di stimolare l'attenzione e la partecipazione del gruppo.[6] Per lo svolgimento di entrambe le situazioni - problema sono stati impiegati in media 3 ore, durante le prime ore della mattina, e sono stati utilizzati alcuni sussidi come forme geometriche, carta, colori, penne, cartoncini, forbici con le punte arrotondate e altro materiale necessario allo svolgimento di questa fase. La consegna e i contenuti dell'attività non sono state anticipate alla

---

[5] *Un'operazione* è un'azione che risponde all'intenzione per la quale, a partire da due numeri ad esempio, se ne vuole trovare un terzo.
Il *calcolo* di questo nuovo numero è una fase meccanica che può anche essere affidata a una macchina calcolatrice.

[6] Durante questa fase della ricerca sono state assunte come riferimento le indicazioni metodologiche fornite da Francesca Anello e Alessandra La Marca circa la somministrazione delle prove oggettive di profitto. Si veda a tal proposito: ZANNIELLO G. (1997a, 193 – 205).

classe prima della sperimentazione. Durante l'attività, il ricercatore ha assunto un ruolo tutoriale, cercando di favorire la devoluzione dei saperi in gioco. Dall'analisi degli aspetti emersi, con particolare riferimento alla situazione di validazione, risulta chiaro che la maggior parte degli allievi ha preso realmente in carico il gioco mentre altri si sono fermati alla prima soluzione che rispetta le condizioni. In entrambe le squadre però è emersa la volontà di produrre delle congetture interpretative in riferimento al gioco vissuto. Le argomentazioni rilevate sono state ancora una volta di tipo pragmatico; anche nel caso in cui si è cercato di confutare un'ipotesi viene usato un controesempio ostensivo. Solo in un caso, nello specifico quando viene sostenuto che le divisioni *con la virgola* non rimpiccioliscono il quadrato, si va oltre l'esempio per procedere verso una prima generalizzazione. Durante tutta l'attività, il marcatore linguistico prevalentemente utilizzato è stato il «perché» di condizionalità. Per quanto riguarda gli alunni di nazionalità cinese, inseriti all'interno della squadra vincente, soltanto un'alunna non si è cimentata in tentativi ma mette in atto una strategia di scelta dell'operatore che ha tenuto conto esclusivamente delle moltiplicazioni per un numero minore di 1.

Non è riuscita comunque a socializzare l'argomentazione della propria strategia, se non con l'esempio pratico.

*1.5 **Considerazioni conclusive***

Il lavoro di ricerca in campo didattico quale occasione di sviluppo del sistema scolastico, per una piena attribuzione dell'Autonomia scolastica e organizzativa, ha affrontato la tematica dell'argomentazione come elemento funzionale alla padronanza consapevole dei concetti matematici, aspetto che suscita oggi un crescente interesse nel panorama della ricerca in didattica della matematica. L'argomentare e il congetturare in particolare sono propedeutici allo sviluppo della capacità di definire i concetti matematici e di individuare le relazioni fra questi, passando dal linguaggio naturale al linguaggio rigoroso della dimostrazione. L'attività argomentativa potrebbe essere infatti definita come lo strumento più generale per poter costruire catene deduttive nel linguaggio naturale, seguendo le modalità del prevedere e interpretare, e in questo senso come attività di avviamento alla dimostrazione. Ispirandosi alla Teoria delle Situazioni (Brousseau, 1998) quale paradigma di riferimento nella Ricerca in didattica, l'esperienza sul campo è stata in particolare rivolta a configurare le differenze nelle argomentazioni di allievi provenienti da contesti socioculturali differenti, al fine di individuare i modelli culturali di appartenenza, in riferimento ai contenuti messi in gioco riconducibili al pensiero proporzionale, e valorizzarli nella messa a punto di percorsi educativi individualizzati. La problematica cui si è voluto dare un contributo si configura nella crescente presenza nelle scuole di allievi provenienti da ambienti culturali differenti, rispetto alla quale si assiste a un particolare dispendio di energie per intervenire nell'ottica di una *integrazione delle differenze* che richiede una serie di trasformazioni per rispondere a bisogni integrati e integrabili

(Canevaro, 1996). La definizione della linea di indirizzo predisposta per l'esperienza sul campo è stata inoltre fortemente influenzata sia dalla prospettiva di Vygotskji rispetto al funzionamento mentale e al fatto che il linguaggio si configura come strumento sociale che penetra nella mente a dirigere il pensiero, controllare il comportamento durante lo sviluppo, organizzare le categorie di realtà (Miller, 1987); sia dalla prospettiva dell'Etnomatematica, un approccio antropologico alla matematica, «volto a spiegare i processi di generazione, organizzazione e trasmissione in differenti sistemi culturali e le forze interattive che agiscono su di noi in questi tre processi» (D'Ambrosio, 2002).

L'ipotesi di partenza relativa all'esistenza di differenze nei processi e nelle argomentazioni in situazioni di insegnamento/ apprendimento rispetto ai modelli culturali di appartenenza è stata in parte verificata, facendo emergere in primo luogo che i fattori socioculturali influenzano le argomentazioni delle strategie risolutive di situazioni – problema e, in secondo luogo, che il confronto di strategie risolutive e argomentazioni differenti è funzionale all'esplorazione cooperativa dei contenuti.

Grazie all'analisi quantitativa e qualitativa dei dati rilevati durante i tre interventi che hanno costituito l'indagine sperimentale sono emerse le seguenti considerazioni:

- la differenza più evidente tra il tessuto argomentativo degli allievi di nazionalità cinese e quelli di nazionalità autoctona è legata al fatto che gli allievi cinesi utilizzano in netta prevalenza delle argomentazioni di tipo pragmatico, in quanto mostrano con un disegno o con un'operazione la veridicità di quanto affermano;
- gli allievi italiani adoperano argomentazioni di tipo locale, con riferimento di tipo teorico e atte a giustificare la strategia adottata; i riferimenti teorici inoltre risultano essere più rigorosi ambito geometrico piuttosto che in quello aritmetico, nel quale si rilevano anche riferimenti a teorie ingenue.

Questo risultato è a mio avviso un forte stimolo per una serie di lavori volti a condurre uno studio più accurato delle argomentazioni degli allievi di nazionalità cinese, con i quali non condividiamo la tipologia linguistica in quanto i cinesi utilizzano una lingua simbolica mentre gli italiani una lingua flessiva; tali studi potrebbero prendere ad esempi in carico, oltre a riflessioni di natura linguistica, elementi relativi alle metodologie didattiche utilizzate per l'insegnamento della matematica nelle scuole cinesi o ancora alla storia della cultura matematica cinese. Ad ogni modo risulta evidente che prendere in considerazione la capacità di argomentare degli allievi in situazioni di insegnamento/apprendimento è una risposta concreta alla necessità di inserire lo studio del linguaggio delle matematiche in una dimensione culturale (Spagnolo, 2002).

Dal punto di vista dell'insegnante – ricercatore inoltre, l'indagine sperimentale ha fornito la possibilità di approfondire alcuni degli aspetti legati allo sviluppo del pensiero proporzionale da parte di allievi di 8 – 10 anni: nella prima e nella terza fase dell'intervento sperimentale infatti è emerso come gli schemi del ragionamento proporzionale vengano utilizzati adeguatamente e con maggiore frequenza in contesto geometrico piuttosto che in quello aritmetico. Se gli allievi hanno in prevalenza fatto riferimento alla proporzionalità fra grandezze omogenee in contesto geometrico, rispetto alla situazione – problema di aritmetica, è stata rilevata una delle procedure errate più frequenti in riferimento ai primi problemi di proporzionalità ovvero gli allievi fanno ricorso a differenze costanti piuttosto che a rapporti costanti, operando in campo additivo invece che in quello moltiplicativo.

In questo caso le strategie del ragionamento proporzionale che risultano essere corrette in ambiente geometrico, subiscono una sorta di regressione a campi più familiari come quello additivo, in situazioni più complesse o nuove, in questo caso in ambiente aritmetico. Questo aspetto credo abbia dimostrato che l'attività argomentativa è funzionale non solo al monitoraggio delle reali concezioni degli allievi, ma anche alla configurazione di elementi su cui focalizzare la trasposizione didattica e alla messa a punto di percorsi educativi individualizzati. Tale aspetto propositivo è stato esplicitato nell'ultimo capitolo del lavoro, all'interno del quale è stata proposta un'ipotesi di laboratorio didattico interdisciplinare per lo sviluppo della capacità argomentativa in contesti multiculturali, con l'obiettivo di fornire un eventuale e concreto contributo al mondo della scuola, all'interno del quale il processo di evoluzione è ancora di più oggi auspicabile sul piano della pratica quotidiana.

Ancora nell'ottica del miglioramento, ritengo indispensabile mettere in luce alcune questioni aperte che possono fungere da ipotesi per successive indagini e che possono arricchire di nuovi spunti il presente lavoro:

- Quale ruolo assume realmente il nucleo *Argomentare e congetturare* nella scuola del duemila?
- Quali sono i processi emotivo – motivazionali coinvolti nell'apprendimento della matematica in situazioni didattiche volte a promuovere contestualmente la capacità argomentativa?
- È possibile rintracciare nei risultati ottenuti dalle tre fasi sperimentali immagini mentali distorte che possono in futuro pregiudicare lo sviluppo del ragionamento proporzionale da parte del campione considerato?
- Gli strumenti adottati per la somministrazione dei due interventi si sono rivelati idonei alle caratteristiche del contenuto in questione alle esigenze dei soggetti?
- La proposta di un laboratorio didattico di matematica risponde effettivamente alle esigenze dell'utenza a cui è rivolto?

Le domande elencate nascono dalla volontà di dare validità al lavoro sperimentale, in quanto esperienza spendibile nella pratica didattica, e di sottolineare il carattere non esaustivo della ricerca che mi auguro venga sottoposta ad un'analisi rigorosa che metta in evidenza variabili non considerate, ma anche errori, imperfezioni e tutto ciò che possa attribuire maggiore significato a questa esperienza di ricerca in campo educativo.

Riferimenti bibliografici

ANELLO F. (2001), *Didattica e promozione dell'espressione orale. Quando i bambini prendono la parola*, Palermo, Palumbo.

BICKEL J. (1989), *Il bambino con problemi di linguaggio*, Livorno, Belforte Editore Libraio.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (2000), *Elementi per una ingegneria didattica*, Bologna, Pitagora Editrice.

BROUSSEAU G. (2001), "Note sulla Ricerca in Didattica delle matematiche", in IRRSAE Sicilia, *La scuola, l'autonomia, la ricerca. La scuola quale laboratorio di sviluppo professionale*, Atti del convegno, Palermo, 2001, IRRSAE Sicilia.

CAMAIONI L. (2001), *Psicologia dello sviluppo del linguaggio*, Bologna, Il Mulino.

CANEVARO A. – BALZARETTI C. – RIGON G. (1996), *Pedagogia speciale per l'integrazione. Handicap: conoscere e accompagnare*, Firenze, La Nuova Italia.

D'AMBROSIO U. (2002), *Etnomatematica*, Bologna, Pitagora Editrice.

FISCHBEIN (1979), "Intuizione e struttura dei metodi euristici in matematica", *Quaderno UMI*, 10.

HOK WING L. – BIN W. (2002), "A comparaison of strategies adopted by primary students in four cities of China in solving mathematical problems", in *The Mathematics Education into the 21st Century Project*, Proceedings of the international conference, Terrasini. È possibile consultare l'articolo all'indirizzo http://math.unipa.it/~grim/21project.htm.

LAM L. (2002), "Mathematics Education Reform in Hong Kong", in *The Mathematics Education into the 21st Century Project*, Proceedings of the international conference, Terrasini. È possibile consultare l'articolo all'indirizzo http://math.unipa.it/~grim/21project.htm.

MARINO T. (2001), "Argomentare, congetturare dimostrare", Quaderni di ricerca in didattica, N.10, Palermo. La rivista è disponibile in rete all'indirizzo: http://math.unipa.it/~grim/memquad.htm

MILLER P.H. (1987), *Teorie dello sviluppo psicologico*, Bologna, Il Mulino.

PESCI A. (2002), *Lo sviluppo del pensiero proporzionale nella discussione in classe*, Bologna, Pitagora Editrice.

RAPA A. B. (2003), *Argomentare strategie risolutive di situazioni problematiche aritmetiche e geometriche in ambiente multiculturale*, Tesi di laurea in Scienze della Formazione Primaria, p 1 – 160. La Tesi è disponibile in rete all'indirizzo: http://math.unipa.it/~grim/TesiFP_Brapa_04.pdf

SPAGNOLO F. (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, Firenze, La Nuova Italia.

SPAGNOLO F. (2001), "Semiotic and hermeneutic can help us to interpret teaching/learning?", in *The Mathematics Education into the 21st Century Project*, Proceedings of the international conference, Palm Cove, Australia. L'articolo è disponibile in rete all'indirizzo: http://math.unipa.it/~grim/21project.htm.

SPAGNOLO F. (2002), "History and Ethno – Mathematics in the interpretation of the process of learning/teaching" in *13 ICMI Comparative study conference*, University of Hong Kong.

SPERANZA F. (1986), *Insegnare la matematica nella scuola elementare*, Bologna, Zanichelli.

ZANNIELLO G. (1997) (a cura di), *La prepedagogicità della sperimentazione*, Palermo, Palumbo.

ZANNIELLO G. (1997a), *Prove oggettive di lingua italiana per la scuola media*, Roma, Armando editore.

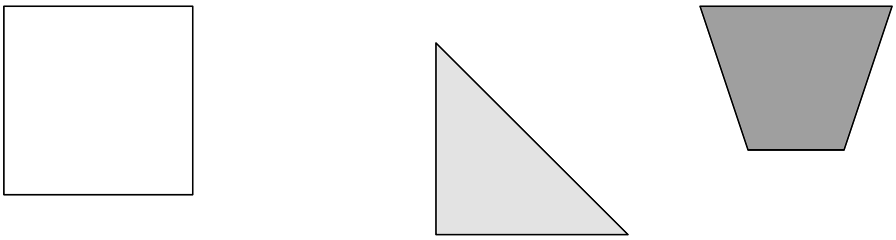
Appendice

Descrizione delle situazioni – problema

Le situazioni – problema ideate sono state presentate al campione nella forma che segue.

Situazione – problema A

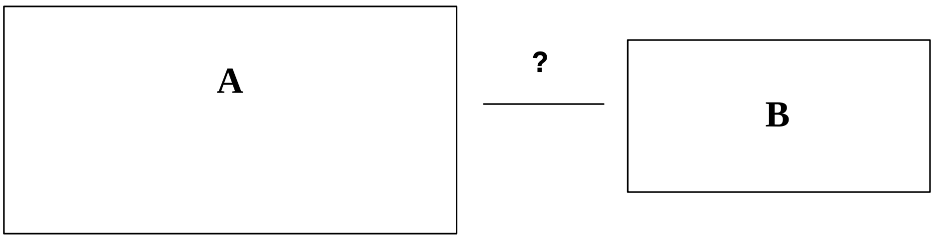
Disegna tre poligoni diversi, ottenuti unendo le figure che vedi qui sotto.



Domanda: Le tre figure che hai ottenuto sono equivalenti? Motiva la tua risposta.

Situazione – problema B

Osserva le due figure poste qui sotto.



Esse sono simili e misurano

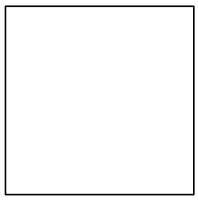
A = 6 cm X 3 cm

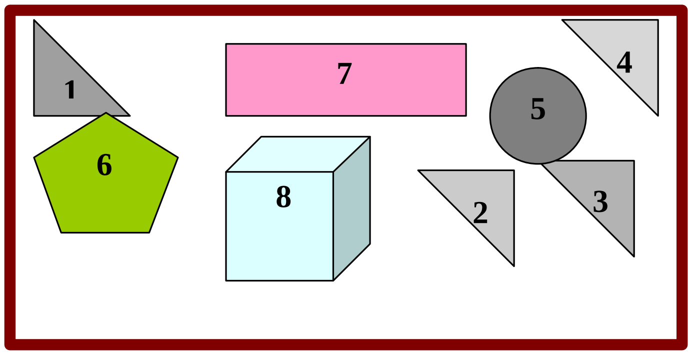
B = 4 cm X 2 cm

Domanda: Come fai a passare dalla figura A alla figura B? Sai trovare l'operatore che trasforma la figura A nella figura B? Spiega il procedimento che intendi utilizzare e motivalo.

Una situazione – problema di geometria

Disegnate il maggior numero di figure contenute nel pannello all'interno del quadrato, ricoprendolo esattamente senza uscire fuori, e spiegate quali figure avete scelto e perché.



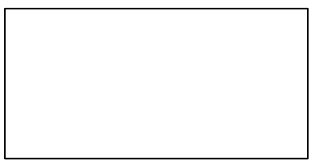


1. Quali figure avete scelto? Quali non avete scelto? Perché?

2. Pensate che il quadrato e le figure del pannello unite siano equivalenti? Perché?

3. Come fate a stabilire con certezza che le due figure (il quadrato e quella formata dai 4 triangoli) sono equivalenti?

Spiegate con parole vostre come fareste ad ottenere una figura equivalente a quella data.

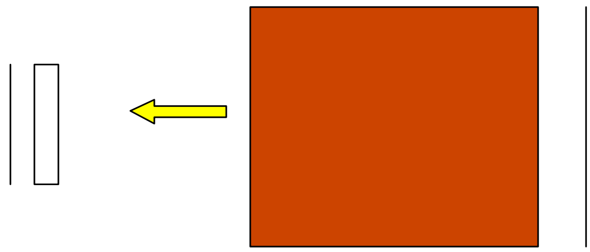


2 cm

Una situazione – problema di aritmetica

Vogliamo far passare un tavolo largo 6 m attraverso una porta larga solo 2 m.

2 m



6

m

Riuscite a trovare tra gli operatori scritti nella tabella quelli che vi permettono di rimpicciolire il tavolo per farlo passare attraverso la porta? Puoi scegliere di fare anche più di una operazione.

+ 0,5	x 0,5	x 1,2	x 0,15	: 0,5	+ 0,3	x 0,4
x 0,25	x 0,3	: 0,3	x 0,2	x 0,1	: 2	:0,1

1. Quali operatori avete scelto? Perché?

2. Quali operatori avete scartato subito? Perché?

3. Quali operatori vi permettono di ottenere esattamente la misura della porta?

4. Per rimpicciolire la figura mi serve conoscere la misura dell’area? Perché?

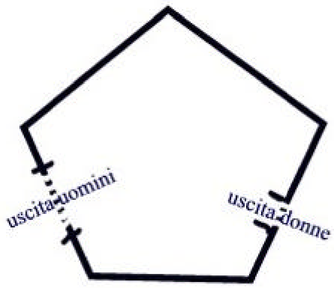
Descrizione della situazione a – didattica di geometria: «Chi invitiamo alla festa?»

La situazione a – didattica proposta al gruppo classe multiculturale si articola in quattro fasi.

I Fase: Consegna

L’insegnante legge un breve brano tratto da *Flatlandia* per presentare il mondo a due dimensioni: «Immaginate un vasto foglio di carta su cui delle Linee Rette, dei Triangoli, dei Quadrati, dei Pentagoni, degli Esagoni e altre Figure geometriche, invece di restar ferme al loro posto si muovano qua e là, liberamente, sulla superficie o dentro di essa, ma senza potersene sollevare e senza potervisi immergere, come delle ombre, insomma – consistenti, però e dai contorni luminosi. Così facendo avrete un’idea abbastanza corretta del mio paese e dei miei compatrioti».

In seguito, l’insegnante enuncia le regole del gioco: a Flatlandia si sta organizzando una grande festa per soli uomini in una delle caratteristiche abitazioni: «La forma delle case più comune è a cinque lati o pentagonale, come nell’annessa figura. I due lati settentrionali RO, OF, costituiscono il tetto, e in genere non hanno porte; […] il lato meridionale o pavimento è in genere privo di porte».



Vince la squadra che riesce a configurare il maggior numero di abitanti di Flatlandia che possono entrare nella casa, facendoli accedere dalla porta di ingresso, lunga 3 cm.

Bisogna tenere presente che nel paese di Flatlandia esistono:

- Triangoli Isosceli (soldati e operai della classe inferiore);
- Triangoli Equilateri (esponenti della borghesia);
- Quadrati e Pentagoni (professionisti e gentiluomini);
- Esagoni (esponenti dell’aristocrazia);
- Cerchi (appartenenti all’ordine sacerdotale).

L’insegnante rappresenta graficamente, con il supporto della carta a quadretti, la casa di Flatlandia che deve ospitare la festa.

II FASE: Situazione d’azione.

Ogni gruppo di due allievi ha a disposizione una pianta della casa a base pentagonale (allegato 9) ed una serie di *abitanti* di Flatlandia rappresentanti i potenziali partecipanti alla festa (allegato 10). Per ciascuna delle classi di abitanti suddette vi sono individui simili ma di diverse dimensioni, per cui nel rispetto delle regole del gioco, occorrerà verificare che i probabili invitati possano passare dalla porta d’ingresso.

A ciascun gruppo di allievi viene chiesto di giocare applicando la regola.

Ogni allievo posto di fronte alla situazione deve prendere delle decisioni, spinto da una sana competizione nei confronti del compagno.

È immediato cogliere che non è funzionale operare delle scelte casuali, ma è vantaggioso utilizzare, anche in modo implicito, le proprie conoscenze e quindi operare una selezione logica, basata su di un criterio, degli *invitati* per utilizzare le figure più idonee.

Una strategia è messa alla prova dalla situazione d’azione stessa, la quale mette in evidenza la sua efficacia in rapporto al problema.

Tali strategie consentono all’allievo di operare delle anticipazioni e vincere sul tempo il compagno avversario.

Al termine di questa fase, l'insegnante raccoglie le composizioni proposte e segnala quelle che prevedono il massimo numero di *ospiti*.

III FASE: Situazione di formulazione.

Questa fase è contraddistinta dalla formulazione della conoscenza, ovvero dalla possibilità dello studente di riprendere, identificare, decomporre e ricostruire in uno specifico sistema linguistico la propria conoscenza. A questo punto la classe viene suddivisa in due gruppi, con due portavoce.

La situazione è formata dalla partita giocata dai due portavoce.

Ciascuna squadra ha 10 minuti di tempo per formulare una strategia comune e comunicarla al portavoce, il quale è tenuto a rispettarla durante la partita.

La strategia di ciascun gruppo dovrà essere documentata da un breve protocollo in cui il gruppo indicherà quali figure sono state scelte ed in base a quali criteri.

Ciascun allievo, durante questa fase, si fa carico di essere opportunamente compreso dal proprio gruppo perché dal livello di chiarezza con il quale vengono esposte e motivate le proprie strategie dipende la vincita del gioco.

Successivamente i due portavoce giocano una nuova partita; ciascuno sceglie gli *ospiti* da invitare alla festa e vince la squadra che ne individua il numero più elevato.

L'insegnante fissa alla lavagna gli ospiti all'interno della casa e gli allievi hanno un'ulteriore retroazione alle strategie adottate.

L'allegato 11 riporta una delle possibili configurazioni vincenti.

IV FASE: Situazione di validazione.

La situazione di validazione ha lo scopo di condurre gli studenti a rivedere le proprie opinioni per individuare una serie di strategie che non siano esclusivamente l'adesione alla regola, ma che siano il risultato di un processo di interiorizzazione e di riorganizzazione delle strategie in una Teoria riconosciuta socialmente.

A questo punto alle due squadre viene data un'ulteriore consegna, ovvero proporre delle congetture, argomentarle alla squadra avversaria ed evidenziare, qualora queste venissero accettate, dei Teoremi. L'argomentazione consente a discrezione degli studenti l'uso sia della discussione sia la dimostrazione pratica, per provare la falsità o la veridicità della congettura.

Ogni proposizione accettata vale 1 punto e per ogni proposizione provata falsa si danno 3 punti alla squadra che ne ha argomentato la prova. Vince la squadra con il massimo numero di punti.