

GUY BROUSSEAU	GUY BROUSSEAU
RECHERCHES EN ÉDUCATION MATHÉMATIQUE	RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION <i>First Translation by Ginger Warfield</i>
I. VOUS DITES DIDACTIQUE ?	I. YOU SAID DIDACTIQUE?
<p>Dans le sens classique, la pédagogie est l’art d’éduquer les enfants ; la didactique est l’art d’enseigner une science, un art, une langue à n’importe qui.</p> <p>Ainsi la pédagogie prend à son compte une intention éducative et morale que ne partage pas la didactique : l’enseignement n’est éducatif que par les vertus propres à la chose enseignée.</p> <p>L’usage tend à confondre les deux termes. De plus comme on oppose habituellement art et science, la pédagogie et la didactique semblent condamnées à échapper à la démarche scientifique. Or depuis la fin du 19^{ième} siècle, des efforts considérables sont tentés dans ce domaine, pour compléter l’art par des connaissances scientifiques et des techniques importées de nombreux domaines.</p> <p>Un champ scientifique propre est nécessaire pour fédérer et contrôler la compatibilité et l’adéquation de ces apports.</p> <p>Pour Comenius (17^{ième} siècle) la didactique ne dépendait pas de la nature de ce qui est enseigné.</p> <p>Dès les années 70 nous avons montré qu’en mathématiques au moins, la nature et la pratique des connaissances enseignées jouait, dans l’organisation de l’enseignement, un rôle beaucoup plus important que ne le disait Comenius.</p> <p>Alors, nous avons choisi le terme didactique pour désigner ce champ avec la définition très large suivante :</p> <p>« La Didactique (didactics) comme science, étudie la diffusion des connaissances utiles aux hommes vivant en société. Elle s’intéresse à la production, à la diffusion et à l’apprentissage des connaissances ainsi qu’aux institutions et aux activités qui les facilitent ».</p>	<p>In the classical sense, pedagogy is the art of <i>educating</i> children; didactics is the art of <i>teaching</i> a science, and art, a language, to anybody.</p> <p>Thus pedagogy takes into account an educational an moral <i>intention</i> not shared by didactics: teaching is only educational in terms of the virtues specific to the thing being taught.</p> <p>Common usage tends to mix the two terms. Further, since art and science are habitually taken as opposites, pedagogy and didactics seemed condemned to elude scientific procedures. But since the end of the 19th century, considerable effort has been made in this domain, to complete the art with scientific knowledge and techniques imported from numerous domains.</p> <p>To federate and monitor the compatibility and adequacy of these contributions, a science proper to the field was needed.</p> <p>For Comenius (17th century) "didactics" did not depend on the nature of what was being taught.</p> <p>From the last seventies, We have shown that in mathematics, the nature and practice of the knowledge being taught played a far larger role in the organization of teaching than Comenius thought.</p> <p>Hence we have chosen the term <i>Didactique</i> to designate this field with the following rather wide definition:</p> <p><i>"Didactique</i> as a science studies the diffusion of the knowledge that is useful to people living in society. (May be we can said it <i>didactics</i>?) It interests itself in the production, diffusion and learning of knowledge as well as the institutions</p>

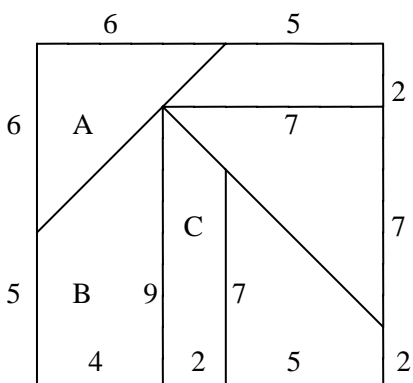
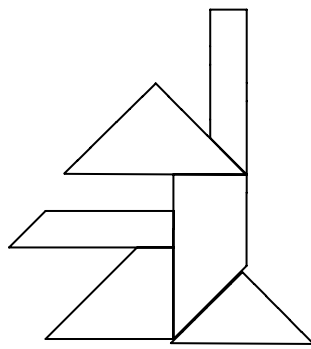
<p>Ainsi, la didactique, comme activité sociale ou professionnelle, est tout ce qui tend ou concourt spécifiquement à l’enseignement d’une connaissance, d’une science, d’un art ou d’une langue.</p> <p>Cette activité est l’objet étudié par la Didactique comme science.</p> <p>Quand nous parlons de « didactique », nous parlons des relations entre un apprenant, quelque chose, une connaissance, qui doit être appris (sur la décision de quelqu’un), un « milieu » qui provoque l’apprentissage.</p> <p>Nous avons montré que les savoirs culturels ne peuvent pas être appris sans la présence :</p> <p>a) d’un milieu, un dispositif qui justifie objectivement l’emploi de la connaissance</p> <p>b) d’un système enseignant. (en Didactique des mathématiques la chose qui doit être apprise est généralement un concept mathématique).</p> <p>Je me suis efforcé d’utiliser les méthodes classiques des sciences expérimentales et principalement l’observation, la modélisation, et les méthodes statistiques.</p> <p>Mais dans ce champ nouveau qu’est la didactique, nous avons dû parfois les adapter ou nous écarter des pratiques communes comme pour l’observation dont je vais parler. Parfois même nous avons pu concevoir des instruments nouveaux comme <i>l’analyse statistique de la dépendance implicite</i> (Régis Gras), ou comme <i>les théories des situations</i> que je présenterai plus loin.</p> <p>Beaucoup s’interrogent sur les rapports entre les théories, les méthodes de recherche, les expériences d’ingénierie, les expériences scientifiques, les résultats et la pratique des enseignants. Peut être mon témoignage peut-il les aider.</p> <p>Par exemple, l’observation consistait à regarder des classes ordinaires. Mais <i>l’école pour l’observation</i> a permis davantage : modifier les conditions de l’enseignement et observer les effets produits.</p> <p>D’abord nous avons appris plus de pédagogie et de didactique par ce que nous avons dû faire pour pouvoir observer les classes, que par l’observation ordinaire elle-même.</p>	<p>and activities which facilitate it."</p> <p>Thus, <i>Didactique</i> as a social or professional activity consists of everything that leads towards the teaching of a piece of knowledge, of a science, of an art or of a language.</p> <p>This is the activity that is the object of study of <i>Didactique</i> as a science.</p> <p>When we speak of "<i>Didactique</i>", we are speaking of the relations among a learner, something like a knowledge, that needs to be learned (by someone's decision) and an "environment" (a <i>milieu</i>) that produces learning.</p> <p>We have shown that cultural knowledge cannot be learned without the presence :</p> <p>a) of a milieu, a device which justifies the use of knowledge objectively</p> <p>b) of a teaching system. (In <i>Didactique</i> of mathematics, the thing being learned is generally a mathematical concept.)</p> <p>I restricted myself to the use of the classical methods of experimental science, principally observation, modeling and statistical methods.</p> <p>But in this new field of <i>Didactique</i> we have sometimes had to adapt them or break away from common practice. I will speak a little later of how we did this for observation. At times we have even had to devise new instruments such as <i>the statistical analysis of implicative dependence</i> (Régis Gras), or such as <i>the Theories of Situations</i> which I will present further.</p> <p>Many people today are inquiring into the relationships among theories, research methods, experimentation of engineering, scientific experiment, results and the practices of teachers. Perhaps my account could be of assistance to them.</p> <p>For example, the observation consisted of watching ordinary classes. But beyond that, the school for observation made it possible to modify the teaching conditions and observe the result.</p>
---	---

<p>Autre exemple, dans l'expérimentation nous ne comparions pas les résultats des élèves pour décider si une pratique était meilleure qu'une autre, nous nous efforcions seulement d'avoir des résultats <i>équivalents</i>, malgré les modifications que nous apportions, et nous comparions les efforts des élèves et des enseignants (en particulier le temps) nécessaires dans chaque cas.</p> <p>Je vais donc évoquer comment l'observation et la modélisation des connaissances et des processus nous ont conduits à défricher ce nouveau champ scientifique.</p> <p>Comme la plupart d'entre vous j'ai appris le métier d'enseignant de mathématiques et je l'ai pratiqué durant toute ma vie professionnelle à presque tous les niveaux. Le reste est venu de mon goût pour : les mathématiques, le plaisir des enfants de la scolarité obligatoire à faire et découvrir des mathématiques, et l'observation d'une enseignante qui aimait provoquer les élèves à cette activité (mon épouse).</p>	<p>First we learned more about pedagogy and <i>Didactique</i> from what we had to do in order to observe classes than we did from ordinary observation itself.</p> <p>Another example: in our experimentation, we did not compare the results of the students to another, but restricted ourselves to having the results be equally good <i>despite the modifications</i> that we made and compared the <i>efforts</i> in particular the time) required by the students and teachers in each case.</p> <p>I am therefore going to describe how the observation and modeling of knowledge and processes led us to clear the way for this new scientific field.</p> <p>Like most of you, I learned the teaching of mathematics as a profession, and I have practiced that profession throughout my career on almost all the levels. The rest came from my taste for three things: mathematics, the pleasure of school children in doing and discovering mathematics and the observation of a teacher who loves provoking these activities in her students (my wife).</p>
<p style="text-align: center;">II. L'INSTRUMENT DE L'OBSERVATION : LE COREM</p> <p style="text-align: center;">(CENTRE POUR L'OBSERVATION ET LA RECHERCHE EN ÉDUCATION MATHÉMATIQUE).</p> <p>Je l'ai conçu en 1964, après plusieurs tentatives il a ouvert en 1973 dans les écoles Michelet de Talence. Je l'ai conduit jusqu'en 1988, Avec l'aide d'une bonne centaine de personnes j'y ai travaillé jusqu'en 1999, où il a terminé son activité.</p> <p>Le fonctionnement de cette institution peut vous intéresser à plus d'un titre. D'abord il présente un modèle des positions respectives et des relations entre les enseignants, les chercheurs et les formateurs. Ce modèle est à la fois très concret et très différent des modèles habituels. Les rapports entre théorie et pratique y sont essentiellement fonctionnels.</p>	<p style="text-align: center;">II. THE OBSERVATION INSTRUMENT: THE COREM</p> <p style="text-align: center;">(CENTER FOR OBSERVATION AND RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION)</p> <p>I devised the COREM in 1964, and it opened at the 'École Jules Michelet' in Talence in 1973 after a number of attempts. I led it until 1988 with the help of at least a hundred people, and I continued to work there until the end of its activities in 1999.</p> <p>The functioning of this institution is of interest for more than one reason. In the first place, it presents a model of the respective positions and relations among teachers, researchers and an academic support system – a model which is both very concrete and very different from the standard models. The relationship between theory and practice was an essential part of its functioning.</p>

¹ The school had 14 classes -- 4 pre-school and 10 elementary (age 6 – 11). It was supplied with 21 teachers (3 for every 2 classes), 2 directors and a school psychologist.

<p>Mais surtout il illustre parfaitement les fondements de la théorie des situations. Et ceci de deux façons, par l’objet des recherches et par le moyen de les produire.</p> <p>1. Vous voyez sur ce diaporama la dotation de cette école en personnel enseignant¹. Elle comprenait en outre un bâtiment spécial équipé pour l’enregistrement des observations. Tous étaient volontaires et avaient des contrats renouvelables tous les trois ans.</p> <p>2. Un encadrement didactique ordinaire de 10 heures hebdomadaires était assuré par des formateurs mathématiciens de l’école normale de Bordeaux. Ils aidaient les professeurs à réaliser le programme ordinaire et à coordonner et modérer les propositions de la recherche.</p> <p>3. Les chercheurs étaient les membres du Laboratoire et leurs doctorants. Les enseignants étaient considérés comme des techniciens sous la responsabilité de l’université pour une part de leur service</p> <p>4. Les postes techniques (séminaires et formation, enregistrement et stockage vidéo, matériel didactique, système informatique, statistiques etc.) étaient tenus par des membres du groupe..</p> <p>Tous étaient formés à ce genre d’observations et aux méthodes et interactions spécifiques au projet.</p> <p>L’école n’avait aucune fonction ni d’innovation ou de recherche pédagogique, ni de démonstration, ni de formation de professeurs. Elle suivait les programmes officiels et n’adhérait à aucune école pédagogique. Seule une très petite partie des enseignements faisaient l’objet d’observations, mais tous les résultats scolaires et les progrès de chaque élève étaient suivis attentivement.</p> <p>Certaines des observations réalisaient un dispositif expérimental convenu entre des chercheurs et les enseignants. Les autres étaient préparées par les seuls enseignants.</p> <p>Le moyen général principal était un équilibre entre les pouvoirs des différentes catégories de participants, maintenu par des régulations pertinentes.</p> <p>Les situations ou les processus que nous</p>	<p>But above all, it provides a perfect illustration of the foundations of the theory of situations. It does so on two levels, that of the ideas being studied and that of the sources of those ideas.</p> <p>1. This slide shows you the teaching personnel with whom the school was equipped. It had in addition a special building equipped for recording observations. All the staff were there voluntarily and had contracts which had to be renewed every 3 years.</p> <p>2. In addition, some members of the mathematics faculty of the Normal School (College of Education) of the University of Bordeaux were regularly available. They helped the teachers to carry out the regular program and to coordinate and moderate the research propositions.</p> <p>3. The researchers belonged to what we call in France a University Laboratory. Teachers were considered <i>for part of their service</i> to be "technicians" under the responsibility of the University</p> <p>4. The technical activities (seminars and training, recording and maintaining videotape supplies, didactical materials, computer system, statistics, etc.) were maintained by members of the group.</p> <p>All members had training in this sort of observation and in the specific methods and interactions within the COREM.</p> <p>The school absolutely did not function as a place of pedagogical innovation or research, nor as a demonstration school, nor as a training ground for teachers. It was an ordinary school. It followed the official programmes. The teachers hired did not adhere to any particular school of pedagogy. Only a very small portion of the lessons were observed, but the progress of every student was carefully monitored.</p> <p>Certain of the observations were done in an experimental set-up agreed to by the researchers and the teachers. The rest were prepared by the teachers only.</p> <p>The most important principle was that the powers should at all times stay balanced among</p>
--	--

<p>observations étaient généralement assez courts et très peu denses mais ils pouvaient, exceptionnellement, être longs.</p> <p>Nos observations ont porté d’abord pendant une dizaine d’années sur des résolutions de problèmes par les élèves ou sur des leçons où les interventions des professeurs étaient minimales et définissables à l’avance. Il s’agissait d’observer directement l’activité mathématique des élèves. La construction des dispositifs nécessaires nous a conduits à jeter les bases de <i>l’ingénierie didactique</i> (nous allons en donner un exemple) et d’une théorie des situations mathématiques (dont nous parlerons plus loin).</p> <p>Nous modifiions aussi les relations entre les professeurs. Par exemple pour révéler les concepts réellement utilisés par les professeurs dans leurs décisions nous avons ménagé le dispositif suivant :</p> <p>deux professeurs préparaient ensemble deux leçons successives à donner dans une même classe. Le premier dirigeait la première en l’absence du second, alors nous observions :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Quels renseignements le second demandait-il au premier ? - que pouvait lui répondre le premier ? - Ces renseignements étaient-ils suffisants pour la gestion de la seconde leçon ? etc. <p>Nous avons pu mettre ainsi en évidence plusieurs phénomènes, dont certains rôles de la « <i>mémoire didactique</i> ».</p>	<p>the different categories of participants. maintained by relevant feed backs.</p> <p>The lessons or sets of lessons being observed could in exceptional cases be rather long, but in general they were fairly short and didn’t happen terribly frequently.</p> <p>For the first ten years or so our observations had to do with watching students solve problems, or with lessons where the teacher's interventions were minimal and could be defined in advance. The objective was a direct observation of the mathematical activity of the students. Constructing the necessary set-ups led us to establish the foundations of <i>didactical engineering</i> (I will give an example in a few minutes) and of a theory of mathematical situations (about which I will talk later.)</p> <p>But we also used and studied modifications in the relations between teachers. For example, to try to find out what concepts teachers really use in making their decisions we set up the following :</p> <p>two teachers prepared together a pair of successive lessons to be taught to the same class. One of them carried out the first lesson without the other being present. We then looked at the questions:</p> <ul style="list-style-type: none"> - What information did the second request of the first? - What answers could the first one give? - Was that information enough to manage the second lesson? Etc. <p>We were able to use this to bring to light many phenomena, including certain roles of the "<i>didactical memory</i>".</p>
<p style="text-align: center;">III. MODÉLISATION : L’AGGRANDISSEMENT D’UN PUZZLE</p> <p>Prenons un exemple bien connu du genre de situations que nous construisions. Il s’agit de modéliser les situations mathématiques où intervient une proportionnalité.</p> <p>Presque toutes les fonctions évoquées à l’école primaire sont des proportionnalités, et cette propriété est admise comme évidente ou est enseignée sans justification. Comment faire que des élèves choisissent la proportionnalité parmi plusieurs possibilités, et qu’ils le fassent pour des raisons mathématiques et non pas seulement empiriques.</p>	<p style="text-align: center;">III. MODELING: ENLARGING A PUZZLE</p> <p>Let us take up a well known example of the type of situation we construct. The issue is to model mathematical situations where proportionality comes into play.</p> <p>Almost all of the functions introduced in elementary school are proportionalities, and this property is presented as obvious or else taught without justification. What should we do so that the students choose proportionality from amongst several possibilities, and that they do so for mathematical reasons, and not only empirical ones?</p>

<p>Le professeur montre aux élèves un puzzle carré de 11 cm de côté (fig. 1) utilisable pour reproduire des formes (fig. 2).</p>	<p>The teacher holds up a square puzzle (Tangam) 11 centimeters on a side (figure 1) which can be used to make shapes (figure 2),</p>
<div style="text-align: center;">  <p>Figure 1</p> </div>	<div style="text-align: center;">  <p>figure 2</p> </div>
<p>Il leur dit :</p> <p>« - Vous devez découper dans du carton un puzzle semblable à celui-ci (le modèle). Mais pour les enfants de l'école maternelle, vous devez le faire plus grand. Ce côté qui mesure 4 cm sur le modèle devra mesurer 7 cm sur l'image (ou reproduction). Mais il faut pouvoir faire les mêmes figures avec le grand puzzle image qu'avec le modèle. »</p> <p>« Pour réaliser ce grand puzzle vous allez vous mettre par groupes. Chaque groupe fera une seule pièce et vous raccorderez vos pièces ensuite. »</p> <p>Presque tous les groupes commencent par penser qu'il faut « ajouter 3 cm » à chaque mesure.</p> <p>Désastre ! Les morceaux ne se raccordent pas ! La première hypothèse c'est que le découpage n'est pas bien fait...</p> <p>Après l'élimination de diverses hypothèses les élèves admettent bien la proportionnalité « il faudrait que le côté 2 soit la moitié du côté 4 ». Mais si cette observation est acceptée par les élèves, elle n'est pas justifiée et elle ne donne pas de méthode de calcul (de fonction) permettant d'obtenir 7 à partir de 4.</p> <p>Alors certains élèves proposent alors de doubler la longueur du modèle et d'enlever un. La méthode est « presque acceptable ».</p> <p>$4 \rightarrow (2 \times 4) - 1 = 7$ $6 \rightarrow (2 \times 6) - 1 = 11$ $2 \rightarrow (2 \times 2) - 1 = 3$</p> <p>D'autres ont obtenu par tâtonnements des</p>	<p>He tells the class:</p> <p>"You have to cut out a puzzle for the kindergarten class that looks like this one but you need to make it bigger. The side of this piece that's 4 centimeters long needs to be 7 centimeters long on the new puzzle. But they have to be able to make the same shapes with the big pieces that we have been making with the little ones.</p> <p>To make this big puzzle you are going to get into groups Each group will make one piece and then we will see how well they fit."</p> <p>Almost all of the groups start off thinking they need to add 3 centimeters to every measurement.</p> <p>Disaster! The pieces don't fit together! The first hypothesis is always that somebody messed up the cutting.</p> <p>After eliminating various hypotheses, the students assume proportionality. "The side of length 2 is going to have to be half of the side of length 4." Unfortunately, even if this observation is accepted by the other students, it still doesn't give a method of calculation that turns the side of length 4 into one of length 7.</p> <p>Then some of the students suggest doubling the side length and subtracting one. The method is "almost acceptable."</p> <p>$4 \rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7$ $6 \rightarrow 2 \times 6 - 1 = 11$ $2 \rightarrow 2 \times 2 - 1 = 3$</p>

<p>solutions « acceptables » puisqu'on peut jouer comme avec un bon puzzle.</p> <p>Finale^{ment} les élèves doivent remarquer qu'il est nécessaire que l'image de la somme de deux segments soit la somme des images de ces segments (fig. 3), ce qui n'est pas vrai dans les autres solutions (figure 4)</p>	<p>Others have managed by this time to make a solution by trial and error that is "acceptable" because they can play with it as with the original.</p> <p>Finally the students have to notice that the image of the sum of two segments must be the sum of the images of those segments. (fig. 3), which is not true in the other solutions (figure 4).</p>
--	--

<p style="text-align: center;">Figure 3</p>	$2 \rightarrow 2 + 3 = 5$ $4 \rightarrow 4 + 3 = 7$ $6 \rightarrow 6 + 3 = 9$ <p style="text-align: right;">Alors $2 + 4 = 6$ Mais $5 + 7 > 9$</p>
<p style="text-align: center;">Figure 4</p>	

Ils vérifieront alors que les rapports sont bien conservés. Grâce à quoi ils utiliseront la définition des « fractions mesures » soit directement : 7 est les 7 quarts de 4, soit en calculant l'image de 1.

J'ai choisi cet exemple parce qu'il permet de comprendre notre méthode de travail.

Nous établissons des listes de conditions à satisfaire telles que celle-ci :

- a. La connaissance mathématique visée doit être le seul moyen de bien résoudre le problème.
- b. la consigne ne doit faire appel à aucune des connaissances qu'on veut faire apparaître. Elle détermine les décisions permises et les situations initiale et finales réalisant le gain ou la perte
- c. Les élèves peuvent commencer à agir avec des « connaissances de bases » inadéquates.
- d. Ils peuvent constater eux-mêmes la réussite ou l'échec de leur tentative.
- e. Sans déterminer la solution, ces constatations sont suggestives (elles favorisent des hypothèses, apportent des

So they verify that the ratios are indeed conserved. Thanks to which they are able to use the definition of "measure-fractions" either directly: 7 is 7 fourths of 4, or by calculating the image of 1.

I chose this example because it makes it possible to understand our method of work.

We establish a list of conditions to satisfy such as these:

- a. The mathematical knowledge aimed at should be the only good method of solving the problem.
- b. The assignment should make reference to any of the knowledge that one wishes to have appear. It determines the decisions permitted and the initial and final situations determining the gain or loss.
- c. Students can start to work with inadequate "basic knowledge".
- d. They can tell for themselves whether their attempt succeeded or failed.
- e. Without determining the solution, these verifications are suggestive (they favor some hypotheses, bring in some appropriate

<p>informations appropriées, ni trop fermées ni trop ouvertes).</p> <ul style="list-style-type: none"> - f. Les élèves peuvent faire rapidement des tentatives successives mais l'anticipation doit être favorisée - g. Parmi les solutions empiriquement acceptables une seule peut répondre à toutes les objections. - h. Elle peut être trouvée et prouvée par quelques élèves dans un temps raisonnable dans une classe ordinaire et très vite partagée et vérifiée par les autres. - i. Elle se prête à des tentatives de réutilisation et fait poser des questions qui relancent le processus (par exemple est-ce que tous les agrandissements se font ainsi ?). - etc. <p>Ces conditions sont celles qui assurent le maximum d'autonomie à l'élève. Nous cherchions pour chaque connaissance – ici la proportionnalité - des situations qui en satisfaisaient le plus possible. La situation du puzzle est une de celles que satisfait cette liste. De plus elle illustre bien le catalogue des moyens techniques utilisés :</p> <p>Il existe a priori différentes sortes de connaissances</p> <ul style="list-style-type: none"> • « connaissances en actes » et répertoires de schèmes, • messages et langages, • « théorèmes », preuves et théorie). <p>Nous avons associé à chacune de ces sortes de connaissance des organisations typiques de « <i>situations mathématiques</i> » :</p> <ul style="list-style-type: none"> • situations d'action, • de formulation, • de preuve... <p>Nous avons remarqué qu'il leur correspond des modes d'apprentissages différents.</p> <p>Nous retrouvons ces types de situations comme phases successives dans le déroulement de la leçon sur le puzzle.</p> <p>Nous vérifiions alors la possibilité de réaliser ces situations avec les élèves, et nous observions les résultats (durée du travail ou la probabilité de réussite), ainsi que les effets des <i>variantes</i> et des modifications de leurs <i>variables didactiques</i>.</p>	<p>information, neither too open nor too closed.)</p> <ul style="list-style-type: none"> f. Students can make a rapid series of attempts, but anticipation should be favoured. g. Amongst the empirically acceptable solutions only one takes care of all objections. h. The solution can be found and tested by some of the students in a reasonable amount of time in an ordinary class, and swiftly shared and verified by the others. i. It can be re-used and it provides some questions that re-launch the whole process (for example, is this the way to do all enlargements?) - and so on <p>These are the conditions that insure the maximum amount of autonomy of the student. Our goal is for each piece of knowledge (here it was proportionality) to find situations satisfying as many as possible of these conditions. The situation of the puzzle is one of the ones that satisfy this list. Moreover it gives a good illustration of the catalogue of technical means used:</p> <p>There exist a priori different types of knowledge:</p> <ul style="list-style-type: none"> • "knowledge in action" repertoires of "schemes", • messages and languages • "theorems", proofs and theories. <p>We associated to each of these types of knowledge, typical organizations of "<i>mathematical situations</i>":</p> <ul style="list-style-type: none"> • situations of action • situations of formulation • situations of proof or validation <p>We observed that different modes of learning are associated with them.</p> <p>We find those types of situations as successive phases in the progression of the lesson on the puzzle.</p> <p>We therefore verified the possibility of realizing these situations with students and we observed the results (length of work or probability of success) as well as the effects of the variants and some modifications of their <i>didactical variables</i>.</p>
---	--

<p>La plupart de ces situations ne sont pas des modèles à reproduire dans les classes. En effet il n'est pas nécessaire de satisfaire toutes les conditions énumérées ci-dessus dans chaque leçon. Ce serait une perte de temps et d'efforts considérable.</p> <p>Les questions, les exercices, les problèmes, classiques peuvent naturellement être décrits comme des cas particuliers et des combinaisons de ces types de situations. On voit alors apparaître les simplifications, les restrictions, les conventions et les économies que la pratique a introduites.</p> <p>Les modèles de situations permettent par conséquent d'analyser les effets de ces économies systématiques.</p> <p>Cette leçon montre aussi à quel point il est difficile de décrire les acquisitions et les progrès obtenus de la part des élèves dans ces types de situations, à l'aide du système habituel d'évaluation. Il a donc été nécessaire de développer un répertoire épistémologique différent, adapté à la didactique réelle.</p> <p>En Didactique, l'apport d'une leçon est dans ce qui permet aux leçons suivantes de se dérouler avec profit, ce sans quoi elles ne pourraient se dérouler si cette leçon n'avait pas eu lieu. Cet apport s'exprime en termes de possibilités des élèves (apprentissages) et en possibilités offertes au professeur.</p> <p>La détermination habituelle en termes de savoir et de savoir faire des élèves, conduit à ignorer nombre d'événements et de conditions indispensables mais cachées.</p> <p>Par exemple le fait, pour les élèves, de rejeter le modèle additif, puis le modèle affiné pour choisir le modèle linéaire n'est pas un savoir, mais c'est plus qu'une simple action : c'est une connaissance, locale mais qui résout un problème. Elle n'est pas facilement formulable de façon exacte, ni « évaluable » : lorsque nous avons proposé un problème similaire quelques jours plus tard les élèves ont dû refaire des tentatives du même type et reproduire les mêmes raisonnements, mais ils ont reconnu le modèle linéaire et par la suite ils ont pu apprendre à l'utiliser, à l'énoncer et à le mettre à l'épreuve.</p> <p>La leçon du Puzzle n'est qu'une étape (la 37^e leçon sur 65) dans l'étude des rationnels et des décimaux.</p> <p>Nous avons élaboré, principalement entre 1964 et 1990 des situations de ce type pour la plupart des</p>	<p>Most of these situations are not models to be reproduced in the classroom. In fact, it is not necessary for every lesson to satisfy all of the conditions I just listed. It would be a considerable waste of time and energy to do so.</p> <p>Questions, exercises and classical problems can naturally be described as special cases and combinations of these types of situations. From this perspective, simplifications, restrictions, conventions and economies introduced by practice become apparent.</p> <p>Modeling the situations consequently makes it possible to analyze the effects of these systematic economies.</p> <p>This lesson also demonstrates the degree to which it is difficult to describe the acquisitions and progress made in the course of this lesson in terms of the habitual system. It requires the development of a different epistemological repertoire of Didactique (or didactics), adapted to real didactic.</p> <p>In Didactique, the value of a lesson is in what it permits future lessons to achieve, the things that wouldn't work if this lesson hadn't taken place. This value shows up in terms of possibilities for the students (opportunities for learning) and possibilities given to the teacher.</p> <p>Thinking just in terms of what they know and can immediately do leads to ignoring many events and conditions that are indispensable but hidden.</p> <p>Here the fact of rejecting the additive model and then that of doubling and subtracting 1, and of using the proportional model is not an appraisable knowledge, but it is more than a simple action. It is a piece of knowledge which is local but solves a problem. It cannot easily be formulated exactly or evaluated: when we proposed a similar problem a few days later the students needed to go through the same type of attempts and reproduce the same type of reasoning. But then they recognized the model and after that they were able to learn to use it, state it and put it to the test in new situations..</p> <p>The lesson of the puzzle is just one step (the 37th lesson out of 65) in the study of rational and decimal numbers.</p> <p>Between 1964 and 1990, we produced situations of this type for most of the important knowledge</p>
---	--

<p>connaissances importantes de l'enseignement obligatoire.</p>	<p>that must be taught to school children.</p>
<p style="text-align: center;">III. UNE THÉORIE DES SITUATIONS MATHÉMATIQUES - POURQUOI ?</p> <p>Intéressons-nous maintenant à ces modèles de situations Nous avons admis</p> <ul style="list-style-type: none"> - qu'à toute connaissance mathématique on peut faire correspondre une collection de situations que cette connaissance permet de résoudre et réciproquement - que dans tout environnement réel d'un élève on peut choisir les éléments d'une (ou plusieurs) situation(s) qui permet d'identifier les connaissances que les agents mettent en oeuvre dans leurs actions. - La situation détermine ce que l'agent a intérêt à faire finalement, soit parce qu'il le sait déjà soit parce qu'il le découvre en s'adaptant à elle, si elle lui en offre la possibilité. Tous les concepteurs de problèmes, d'exercices ou de manuels se livrent à ce genre de réflexion. - La modélisation permet d'étudier la cohérence des choix retenus, et leurs conséquences suivant les répertoires de connaissances engagés par les élèves. <p>Mais outre ce genre d'applications à l'ingénierie didactique, la modélisation permet de remettre en question la didactique et l'épistémologie que nous empruntons ici et là. L'objet de la théorie des situations est de contrôler la cohérence des diverses modélisations elles-mêmes.</p> <p>Elle permet par exemple de se demander si les <i>connaissances en actes</i>, leur formulation et leur validation logique peuvent s'utiliser et se développer dans le même genre de situations par les mêmes genres de processus.</p> <p>Modéliser ainsi permet de montrer que les élèves adaptent le sens des savoirs qu'on leur enseigne aux situations dans lesquelles ils les utilisent, et que ce sens ne peut pas par conséquent être à la fois « définitivement correct » et « fonctionnel » lors d'un premier apprentissage. <i>L'enseignement</i></p>	<p style="text-align: center;">III. A THEORY OF MATHEMATICAL SITUATIONS – WHY??</p> <p>Now let's look at these models of situations.</p> <p>I made the assumption that</p> <ul style="list-style-type: none"> - to every piece of mathematical knowledge there corresponds a collection of situations which can be solved using this knowledge, <p>Reciprocally</p> <ul style="list-style-type: none"> - in any real environment of a student it is possible to choose elements of one or more situations that make it possible to identify the knowledge being brought into action by his or her actions - The situation determines what is worthwhile for the student to do, either because he already knows it or because he discovers it in the course of adapting to the situation. This is the type of reflection that governs anyone designing problems, exercises or textbooks. - Modeling the situation makes it possible to study the consistency of the choices made and their consequences by looking at the repertory of knowledge that the students put into action. <p>Modeling also lets us reconsider the <i>Didactique</i> and epistemology that we use here and there. The goal of the Theory of Situations is to verify the consistency of the different models themselves.</p> <p>For example, it makes it possible to inquire whether <i>knowledge in action</i>, formulation of knowledge and its logical validation can be used and developed in the same type of situations by the same kind of process.</p> <p>Modeling also makes it possible to study a phenomenon we call "<i>didactical transposition</i>": Teachers have to adapt the meaning of a piece of mathematics to their classrooms ("number" presented to a first grader can't include irrationals!). Then students taking in the</p>

<p><i>utilise et produit des transformations que nous appelons « transposition didactique ».</i></p> <p>On en déduit qu'apprendre comporte nécessairement la reprise et la modification des apprentissages antérieurs, et pas seulement des adjonctions.</p> <p>Nous avons ainsi prévu puis observé comment certains apprentissages nécessaires peuvent s'ériger en « <i>obstacles</i> » à des apprentissages ultérieurs, obstacles épistémologiques, obstacles didactiques ou ontogéniques (ces derniers peuvent se rapprocher des stades de Piaget).</p> <p>Par exemple, l'apprentissage des nombres naturels doit précéder celui des nombres décimaux. Mais la compréhension et l'usage des premiers rendent difficile l'apprentissage des seconds, parce que les nouveaux nombres et leurs opérations portent le même nom que les anciens, alors que leurs propriétés ont changé de manière invisible pour les élèves, et souvent à l'insu du professeur.</p> <p>Ainsi tout naturel a un successeur, un décimal n'en a pas. Tous les raisonnements implicites qui s'appuient sur l'énumération ou le dénombrement comme l'addition sont donc à repenser. Les élèves s'aident du fait que le résultat d'une multiplication est plus grand que les deux termes pour distinguer cette opération d'une division.</p> <p>Ce n'est plus possible avec les décimaux, alors la compréhension intuitive de $0,3 \times 0,2$ n'est pas facile et le contrôle du résultat est hésitant. La ressemblance des décimaux avec les naturels qui permet d'apprendre facilement l'estimation et les algorithmes, favorise encore certains malentendus et erreurs.</p> <p>La théorie des situations mathématiques offre un bon moyen d'une approche cohérente et d'une confrontation expérimentale fondée sur l'observation et centrée sur l'instrument de travail des professeurs. En effet les seuls instruments véritables et légitimes pour influencer leurs élèves sont des situations. Celles qu'ils inventent ou qu'ils reproduisent pour eux. L'implantation directe et autoritaire d'idées incontrôlables ne peut pas toujours être évitée mais elle est toujours dangereuse et finalement moins efficace.</p> <p>Si nous pouvions revenir à l'organisation du COREM nous verrions maintenant que tout ce système était une <i>situation</i> organisée suivant les</p>	<p>knowledge automatically adapt it in the course of building their understanding.</p> <p>It follows that subsequent lessons require returning to the previous learning and modifying it, not simply adding something on top of it.</p> <p>We predicted and then observed how certain necessary pieces of learning can turn into <i>obstacles</i> to later learning them (epistemological obstacles, didactical obstacles or ontogenetic obstacles which can be compared at the stages of Piaget).</p> <p>For example, the training of the natural numbers must precede the one of the decimal numbers. But the comprehension and the use of the first make difficult the training of the seconds, because the new numbers and their operations bear the same name as the old ones, whereas their properties changed in an invisible way for the pupils, and often without the knowledge of the professor.</p> <p>Every natural number has a successor, but a decimal number doesn't. So any implicit reasoning that depends on enumeration, like addition, had to be rethought. Students use the fact that multiplication gives an answer larger than either number being multiplied to help tell multiplication from division.</p> <p>With decimals that's not true any longer. So the intuitive understanding of $0,3 \times 0,2$ [otherwise known as 0.3×0.2] is not easy, and it takes a while to verify it. The similarity between decimals and natural numbers which makes it easy to learn estimation and some of the algorithms thus also encourages some misunderstandings and errors.</p> <p>The Theory of Situations offers a good means for a coherent approach and for experimental verification based on observation and centered on the teacher's means and methods of working. In effect the only true and legitimate means a teacher has for influencing her students are situations – those which she either invents or reproduces.</p> <p>The direct and authority-based implantation of ready-made ideas can't always be avoided, but it is always dangerous, and in the end less effective.</p> <p>Returning to the organization of the COREM, we can now see that that all the system was a <i>situation</i> organized on the same principles in</p>
---	--

<p>mêmes principes pour faire produire des connaissances de didactique pertinentes en respectant les obligations de l’enseignement lui-même. J’ai conçu et entretenu les rapports entre les professeurs, les élèves, les chercheurs, les observateurs, les appuis techniques, les différents rouages de l’administration, les autorités civiles, les syndicats d’enseignant, les parents d’élèves, les médias, les autorités de la ville et de la région avec le même soin et les mêmes types de méthodes que les situations dans les classes. Le système devait nous faire produire les connaissances de <i>Didactique</i> nécessaires à la gestion des enseignements. Mais nous n’avions aucune intention d’enseigner quoique ce soit à ce système.</p>	<p>order to allow the production of relevant knowledge about <i>Didactique</i> while respecting the obligations of teaching itself.</p> <p>I conceived and maintained the relations among the teachers, the students, the researchers, the observers, the technical supports, the administration, the civil authorities, the teachers' unions, the parents of the students, the media with the same care and the same types of methods as for the situations in the classroom. The system was intended to help us produce the knowledge about <i>Didactique</i> needed for the management of the teaching.</p> <p>But we had no intention at all, to teaching anything a priori determined to this system.</p>
<p style="text-align: center;">IV. LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES EN MATHÉMATIQUES</p> <p>J’ai cru pendant un certain temps que les modèles de situations utilisés pour décrire les rapports des élèves avec les mathématiques étaient suffisants pour décrire aussi ceux des professeurs avec leurs élèves.</p> <p>Pourtant, l’observation montrait que le professeur devait intervenir pour maintenir certains équilibres entre ce qui est connu, ce qui est dicible, ce qui est montré et ce qu’il est convenu de savoir.</p> <p>Par exemple, à plusieurs reprises, des professeurs n’ont pas voulu poursuivre des enseignements théoriquement satisfaisants car ils étaient formés de suites de situations d’action, de formulation, de preuves bien conçus et bien articulés. Il a bien fallu se demander pourquoi.</p> <p>Alors divers paradoxes sont apparus. Un élève peut développer une connaissance semblable à celle déjà établie dans la société, il ne peut pas savoir quelle est sa place son importance son avenir etc.</p> <p>Comme théorie, le constructivisme radical peut convenir pour des sociétés isolées, mais pas pour l’enseignement. Nous avons dû admettre qu’un nouveau type d’interventions était indispensable : l’<i>institutionnalisation</i> des connaissances en cours d’acquisition.</p> <p>Plus concrètement le professeur doit reconnaître et interpréter certaines actions des élèves, en oublier d’autres et organiser le tout en une histoire cohérente où les élèves distinguent ce qu’ils doivent apprendre ou savoir, et ce qu’ils doivent faire pour cela. Le professeur doit</p>	<p style="text-align: center;">IV THE THEORY OF DIDACTICAL SITUATION IN MATHEMATICS</p> <p>At one time I thought that the study of mathematical situations to be used didactically, like the Puzzle Situation we just saw, would be enough to account for all of the activities of the teacher.</p> <p>But then, observation revealed that the teacher had to step in to maintain a certain equilibrium between what is known, what can be expressed, what has been shown and what is agreed on as being known.</p> <p>For example, time after time the teachers didn't want to keep going even though they had been through an elegant sequence of situations that theoretically took care of everything: action, then formulation and then validation. We wondered what was going on.</p> <p>Then various paradoxes became apparent. A student can develop a knowledge similar to what has already been established in society but cannot know its place, its importance, its future, etc.</p> <p>The ‘radical constructivism’ as theory, can be appropriate for societies or isolated companies, but not for teaching.</p> <p>We had to admit that a new type of interventions was essential : <i>the institutionalization</i> of the knowledge in the course of acquisition.</p> <p>More concretely, the teacher has to recognize and interpret some of the students' actions, forget others, and organize it all into a coherent history. From the history the students will know what they ought to learn or know and what they have to do for that. The teacher has to maintain the necessary</p>

<p>maintenir les équilibres nécessaires par des interventions spécifiques non représentables dans la théorie que nous venons de présenter (celle des situations mathématiques). Nous avons donc commencé à pressentir les bornes de notre point de vue initial dès 1975.</p> <p>L'observation d'enfants en difficultés a fait apparaître ensuite la nature des difficultés qu'un professeur rencontre lorsqu'il veut obtenir que l'élève agisse « de lui-même » sur un problème qu'il lui propose. Nous appelons ce transfert de responsabilité : <i>dévolution</i>. Poser une question, transmettre aux élèves un énoncé ou une consigne, faire entrer les élèves dans une situation donnée posait aux enseignants des problèmes d'un autre type.</p> <p>D'autre part l'élève doit produire personnellement ce qu'il dit ou fait comme s'il en était l'auteur et non pas citer ou réciter. Il doit donc accepter la <i>responsabilité</i> de résoudre des problèmes à l'aide de connaissances qu'il ignore encore et qu'on ne lui a pas enseignées... ce qui est formellement contradictoire. Aucun professionnel n'accepterait un tel contrat.</p> <p>Le professeur et l'élève entrent alors dans ce qui nous est apparu à l'époque comme la négociation d'une sorte de « <i>contrat didactique</i> », impossible à expliciter par ses contractants et même à tenir, toujours rompu et toujours renaissant, à travers lequel se crée la connaissance de l'élève. Nous avons observé et classé les effets des paradoxes du contrat didactique, en particulier les stratégies d'évitement des professeurs et des élèves Nous avons finalement montré que le professeur doit d'une part organiser l'activité des élèves et d'autre part la « relire » en la déformant pour rapprocher leurs connaissances adaptées à des circonstances particulières des savoirs issus de la science du moment.</p> <p>Les processus d'enseignement sont constitués d'alternances de <i>dévolutions de situations autonomes et d'institutionnalisations</i>. Et nous en avons établi la nécessité, par l'étude théorique, et la réalité par l'observation et l'expérimentation.</p> <p>Il n'est pas inutile de préciser qu'à tous les niveaux de ces recherches interviennent des théories et des techniques mathématiques très variées qu'il est inutile d'évoquer ici. Nous avons</p>	<p>equilibrium by specific interventions of a type that can't be represented in the theory I just presented – that of mathematical situations.</p> <p>We began to suspect the limitations of our initial point of view in 1975.</p> <p>After that, the observation of some struggling students brought to light the nature of difficulties that the teacher has in trying to get a student to take "ownership" of a problem of a problem the teacher has proposed. We call this transfer of ownership <i>Devolution</i>. Asking a question, transmitting an assignment or problem statement to the student and getting the student to enter into a given situation posed quite different types of problems.</p> <p>From the other side, a student is supposed to produce what she does or says personally as if she were the author, and not by citing anyone or reciting anything, using knowledge that she doesn't yet have and that nobody has taught her. No professional would accept a contract like that!</p> <p>The teacher and the student thus enter into what at the time we saw as the negotiation of a type of "<i>didactical contract</i>". Neither party could make the contract explicit, or even maintain it. It was always being broken and renewed, and it was through that contract that the student's knowledge was created.</p> <p>We observed and classified the effects of the paradoxes of the didactical contract, in particular the strategies of avoidance of the professors and the pupils</p> <p>In the end we showed that the teacher needs on the one hand to organize an activity adapted to the students and on the other to "re-read" it, re-shaping it to make it as close as possible to current mathematics.</p> <p>The process of teaching consists of an alternation of devolutions of autonomous situations and institutionalizations. We established the necessity of this alternation by theoretical study and the reality by observation and experimentation.</p> <p>It should be noted that at all levels of this research we have made use of a wide variety of mathematical theories and techniques, which there is no point listing here. It is noteworthy that in this</p>
--	---

<p>pu remarquer toutefois que dans ce domaine particulier les mathématiciens didacticiens répugnent à les utiliser pour calculer les propriétés didactiques des situations qu'ils étudient, peut être trop fascinés par les recherches dans leur domaine, ou parce qu'ils craignent de se voir mal compris.</p>	<p>particular domain mathematical didacticians avoid using mathematics to calculate the didactical properties of the situations they are studying. Perhaps they are too fascinated by the research within their domain, or perhaps it is because they fear they will be misunderstood.</p>
<p style="text-align: center;">V. CONCLUSIONS</p> <p>Quelle place tiennent les travaux dont je vous ai parlé ici dans l'ensemble des recherches sur l'éducation mathématique auxquelles ICMI s'intéresse ?</p> <p>Il est clair qu'ils ne visent pas à remplacer ou à disqualifier les autres approches. Chaque source, chaque domaine qui a la possibilité d'apporter d'intéressants résultats : les études pragmatiques, ou techniques, la construction de moyens didactiques, les recherches sur l'enseignement ou sur l'apprentissage des mathématiques qui utilisent les connaissances et les méthodes de diverses disciplines comme celles indiquées sur le diaporama², toutes les sources, tous les sujets sont susceptibles de produire des renseignements intéressants.</p> <p>Mais aucune de nos connaissances indépendantes sur les composantes du système : le savoir, l'élève, le professeur, l'environnement n'est utilisable directement dans les décisions didactiques sans réexamen des autres.</p> <p>La vocation scientifique et sociale de la didactique serait plutôt d'assigner aux connaissances exogènes, un statut, un moyen de les conjuguer, et canaliser leur intervention dans les décisions didactiques. Il s'agit de préparer et de permettre des progrès véritables, et de prévenir les destructions irrémédiables que causent les déferlantes de réformes incontrôlables et incoercibles proposées pour des raisons sans grand rapport avec leur objet déclaré.</p> <p>La capacité pour chaque génération d'humains de communiquer à la génération suivante le fruit de son expérience est aussi vieille que l'humanité et peut-être est-elle sa principale caractéristique.</p> <p>A cause de cela chaque humain possède une</p>	<p style="text-align: center;">V. CONCLUSIONS</p> <p>What is the place of these works in the world of Mathematics Education research?</p> <p>It is clear that it does not replace any one of the approaches that we assemble under this title.</p> <p>Each source, each field which has the possibility of producing interesting results: the studies pragmatic, or technical, the construction of didactical means, research on the teaching or the training of the mathematics which use knowledge and methods of various disciplines like those indicated above⁴, all the sources, all the subjects are likely to produce interesting information.</p> <p>But none of our independent knowledge about the components of the system: knowledge, pupil, teacher, society is usable directly in the didactic decisions, without re-examination of the others.</p> <p>The scientific and social vocation and functions of <i>Didactique</i> is rather to assign to this knowledge <i>that comes from outside sources</i> a status and a mode of intervening in didactical decisions. What matters is to prepare and permit genuine progress and prevent the irremediable destructions caused by the uncontrollable and incoercible unfurling of reforms proposed without much relationship to their declared objective.</p> <p>The capacity for each generation of humans to communicate the fruits of its experience to the next generation is as old as humanity, and perhaps its principal characteristic.</p> <p>Because of it, each human has a personal</p>

² psychologie, linguistique, sociologie, pédagogie, épistémologie, histoire des mathématiques, économie, médecine, psychanalyse, anthropologie, logique, intelligence artificielle, sémiologie, neurophysiologie et évidemment les mathématiques elles mêmes...

³ L'individualisation forcée de l'enseignement est une erreur qui dévie les fonctions essentielles de l'éducation tout comme la conception consumériste de la culture en est une pour la vie en société.

⁴ Psychology, linguistics, sociology, pedagogy, epistemology, history of mathematics, economy, medicine, psychoanalysis, anthropology, logic, artificial intelligence, semiology, neurophysiology and obviously mathematics...

<p>expérience personnelle d'apprentissage et d'enseignement, et pour cela, contrairement à la boîte noire du sujet, l'enseignement est une boîte transparente aussi difficile à voir.</p> <p>Or chaque société a adapté les modes de transmission à ses besoins et à ses limites. La pression des sociétés modernes conduit à mettre sans cesse en procès les méthodes et les acteurs.</p> <p>Le moyen de réaliser ce projet est la connaissance et la compréhension de la didactique, de ce qui est spécifique de la transmission d'une connaissance d'une génération à une autre.</p> <p>La théorie des situations n'est qu'une des tentatives dans ce sens. Je n'ai présenté ci-dessus que la micro didactique : l'étude des interactions spécifiques de la diffusion d'une connaissance mathématique entre deux ou trois systèmes. De nombreux phénomènes restent à étudier dans ce champ, comme le montrent de nombreux travaux récents.</p> <p>Mais déjà nous percevons des difficultés d'une nature différentes qui relèvent de la macro-didactique, l'étude des rapports des systèmes sociaux et culturels aux différents secteurs des mathématiques. L'élargissement du champ tend à le constituer en une sorte d'anthropologie du didactique.</p> <p>Toutes les formes de recherches sur l'éducation des mathématiques sont les bienvenues pour peu qu'elles aient pour objet la connaissance. Je serais plus exigeant sur les recherches qui ont pour objet de modifier brutalement l'enseignement lui-même sans souci des effets prévisibles.</p> <p>Ce qui me semble important c'est l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. Non pas les réformes tumultueuses ou silencieuses hasardées au gré des pratiques, des modes, ou des suggestions improvisées à partir d'autres domaines, mais celles qui s'appuient sur une connaissance plus profonde et plus sûre de l'enseignement, et qui agit dans le respect d'une éthique humaniste.</p> <p>Plus encore je me concentre sur l'enseignement au niveau de la scolarité obligatoire. Nous demandons à nos enfants d'accomplir un véritable service civique : apprendre beaucoup de connaissances dont nous savons que la plupart risque de ne pas leur servir personnellement, mais qu'ils doivent apprendre parce la société aura besoin de trouver le moment venu, les</p>	<p>experience of learning and of teaching, and for that, rather than a black box it is a transparent box, also difficult to see.</p> <p>However each company adapted the modes of transmission to its needs and its limits. The pressure of the modern societies results in unceasingly putting in lawsuit the methods and the actors.</p> <p>The way to realize this project is to know and understand <i>Didactique</i> of what is specific to the transmission of a piece of knowledge from one generation to another.</p> <p>The theory of situations is just one attempt in this direction. I have only presented here micro-<i>Didactique</i>: the study of the interactions specific to the diffusion of mathematical knowledge between two or three systems. Numerous phenomena remain to be studied in this field, as can be seen from numerous recent works.</p> <p>But we are already seeing difficulties of a different nature arising from macro-<i>Didactique</i>, the study of the relationships between social and cultural systems and different sectors of mathematics. The widening of the field tends to constitute it in a kind of anthropology of the didactic.</p> <p>All forms of research on mathematics education are welcome as long as their goal is knowledge. I'm less enthusiastic about the research aimed at radical modifications of teaching itself without concern for the predictable results.</p> <p>What seems to me important is the improvement of the teaching of mathematics. Not tumultuous or surreptitious reforms hazarded at the pleasure of practices and modes, but ones that are supported by a deeper and surer knowledge of teaching and act with respect for humanist ethics.</p> <p>In addition, I focus most at the level of the mathematics required in school. We demand of our children that they accomplish a veritable civic service: learn a lot of knowledge of which we know that a large part may be of no personal benefit to them. They learn it because in due course society is going to need doctors, engineers, bakers and mathematicians. And because all</p>
---	---

<p>médecins, les ingénieurs, les boulangers et les mathématiciens dont elle a besoin. Et que tous ces humains auront besoin de se faire comprendre les uns des autres pour prendre chacun leur part aux décisions qui les intéressent. Alors il faut payer le prix de cette demande et faire de notre mieux pour faciliter ce service³.</p> <p>Nos travaux doivent permettre aux professeurs de mieux comprendre et de mieux faire comprendre les nécessités de leur profession afin de restaurer un dialogue et un partage des responsabilités avec la société.</p>	<p>humans need to make themselves understood by each other in order to take their part in the decisions that interest them.</p> <p style="text-align: center;">So we need to pay the price of that demand and do our best to make the service easy.</p> <p style="text-align: center;">Our work should make it possible for teachers to understand better and help others understand better the necessities of their profession so as to restore a dialogue and sharing of responsibilities with society.</p>
<p>APPENDICE</p>	<p>APPENDIX</p>
<p>Les <i>mathématiques</i> et leur <i>enseignement</i> sont apparues, d’abord, comme pratiques. Les <i>réflexions sur les mathématiques</i> sont apparues plus tard, mais bien avant les premières <i>réflexions</i> sur leur enseignement. Les institutions internationales à ce sujet ont été créées à la fin du 19^{ème} siècle. F. Klein a dirigé la commission créée à cette fin. Après les convulsions des deux guerres mondiales les <i>recherches sur l’apprentissage et sur l’enseignement des mathématiques</i> se réclament d’approches <i>scientifiques spécifiques</i> et trouvent une place dans des sous commissions de l’ICME comme PME créée à Karlsruhe.</p> <p>Un siècle de ces activités a produit un nombre et une variété considérables d’initiatives, de réformes, de nouvelles pratiques, de connaissances et de projets. La moisson est considérable mais difficile à synthétiser. Elle tend ainsi à décourager les mathématiciens, futurs professeurs, nouveaux chercheurs, ou simple curieux qui voudraient en prendre connaissance. Des synthèses et une meilleure organisation du champ seraient sans doute bien utiles.</p>	<p>In the history of humanity, mathematics and the teaching of mathematics first appeared as a set of practices. Reflection on mathematics emerged later, and long after that, reflection on teaching mathematics. It was only at the beginning of the 20th century, during the international congress of mathematics held in Rome in 1908, that F. Klein created the ICMI, an international institution serving this purpose. After the convulsions of both world wars, research in learning and teaching of mathematics took its inspiration from specific scientific approaches and was included among study groups within the ICME, such as PME created in Karlsruhe.</p> <p>A century of these activities produced a considerable number and variety of initiatives, reforms, new practices, knowledge and projects. The harvest is considerable but difficult to synthesize. It tends to discourage the mathematicians, future professors, new researchers, or simply curious people who would like to be acquainted with it. Syntheses and a better organization of the field would probably be very useful.</p>