

La seriazione nella Scuola dell’Infanzia

Oliveri Antonella¹

Sommario

L’obiettivo di questa ricerca è quello di indagare sull’attualità della tesi piagetiana con particolare riferimento all’epistemologia genetica e agli stadi che interessano lo sviluppo delle forme di pensiero prelogico-intuitivo verso quelle propriamente definite come logico/operatorio-concreto, le prime governate da un’intelligenza, definita dallo stesso Piaget, <<pratica>> e le seconde da una forma di pensiero <<reversibile>>.

Il campo di interesse di queste operazioni coinvolge direttamente quello della ricerca in didattica della matematica, focalizzandosi su quanto affermava Piaget circa la seriazione di oggetti da parte di bambini di 4-5 anni di età. Lo studioso svizzero attraverso le proprie ricerche era giunto a delineare la famosa teoria stadiale dello sviluppo dell’intelligenza. In essa Piaget ebbe il merito di analizzare anche l’insorgere di concetti matematici come il concetto di numero, di classe, di seriazione. Proprio sulla seriazione, a seguito della sperimentazione del ben noto “test dei righelli”, giunse a sostenere che tale concetto matematico facesse esordio intorno ai sette anni, mentre bambini di età inferiore non riuscissero a seriare più di tre-quattro elementi.

Scopo del mio lavoro di tesi è stato quello di verificare, attraverso una ricerca sperimentale presso diverse Scuole dell’infanzia del Comune di Enna, se tale teoria fosse ad oggi valida o falsificarla qualora si fosse giunti a risultati discordanti.

Ad essere messo in discussione, oltre alla tesi piagetiana circa la nascita della capacità di seriazione, è stato anche l’approccio metodologico adottato dallo stesso. A differenza di Piaget che impostava le sue esperienze in ambito clinico (bambino-test e dunque in assenza di terze figure), l’esperienza da me condotta aderisce al paradigma metodologico della Teoria delle Situazioni Didattiche formulato da Guy Brousseau. L’idea centrale, portata avanti, da Brousseau non era una teoria puramente cognitiva ma una costruzione che permetteva di comprendere le interazioni sociali tra alunni, insegnante e saperi matematici, preoccupandosi di studiare quello che gli allievi apprendevano e come lo apprendevano². Il ruolo dell’insegnante viene ridefinito ed esaltato all’interno della situazione apprendimento/insegnamento; non più figura che indottrina e fornisce soluzioni preconfezionate ma mediatore del sapere, in grado di saper creare un clima idoneo e condizioni che stimolino la curiosità del bambino. E’ importante che gli studenti comprendano il testo del problema, scoprino i rapporti che intercorrono tra le varie informazioni, sviluppino un piano di risoluzione e verifichino il risultato³.

¹ Laureanda in Scienze della Formazione Primaria presso l’Università di Palermo. L’articolo è tratto dal lavoro di tesi sullo stesso argomento. La tesi è stata seguita dal Prof. Filippo Spagnolo.

² http://math.unipa.it/~grim/Brousseau_Laudatio_07.pdf

³ <http://math.unipa.it/~grim/dipaola2001.pdf>

Tale paradigma è un modello assolutamente aperto ed in evoluzione che tiene conto sia delle questioni riguardanti l’epistemologia sia di un’analisi a-priori di una situazione didattica, sia dei comportamenti attesi da parte dell’allievo⁴.

Parole – chiave: epistemologia genetica, pensiero intuitivo, intelligenza pratica, pensiero logico, operazione reversibile, classificazione, ordine, seriazione, dimostrazione, argomentazione.

Abstract

The objective of this research is to investigate the relevance of Piaget’s theory with particular emphasis on the genetic epistemology and the development from prelogical-intuitive thinking to logical operational-concrete thinking. The first is ruled by a “practical” intelligence, as Piaget called it; the second by a particular feature known as “reversibility”. Piaget’s ideas about the seriation of objects by four-five year old children can be applied to teaching mathematics.

The Swiss scholar, through his research, enunciated the theory of stadial development of cognitive processes. Piaget analysed the appearance of methodical concepts: the concept of number, class, seriation. After the well known “rulers test”, Piaget claimed that the seriation concept appeared first in seven year old children, while younger children couldn’t seriate more than three or four elements.

The goal of my thesis is to validate or refute Piaget’s theory; I based it on the results of experimental research conducted at Nursery Schools in Enna.

Piaget’s theory about the birth of seriation capabilities has been strongly criticized as well as his methodological approach. Piaget performed his experiments in a clinical setting (child-test; nobody is present). The result of my research in this field has led me to endorse Guy Brousseau’s theory of Didactical Situations.

At a time when the dominant view was cognitive and strongly influenced by the Piagetian epistemology, Brousseau stressed the importance of a theory which allowed us to understand the social interactions between students and teachers in relation to mathematical concepts taught in the classroom, as well as what students learn and how they learn it. The teacher’s role is redefined and heightened in the learning-teaching context. The teacher is no longer seen as a figure that indoctrinates or gives the correct solution to a problem, but as a mediator of knowledge, a person capable of drawing out children’s sense of curiosity by creating the right conditions and the correct atmosphere. Students have to understand the text of the problem, determine how all the information is related, develop a correct solution and then verify the result.

Such a paradigm is an open and evolving model which takes into account both the questions of epistemology and history in an a priori analysis of a didactic situation and the expected behaviours of the pupils.

Key words: genetic epistemology, intuitive thinking, practical intelligence, logical thinking, reversible operation, classification, order, seriation, demonstration, argumentation.

⁴ http://dipmat.math.unipa.it/~grim/spagnolo_lamatsuaidd_02.pdf

Sommaire

L'objectif de cette recherche est d'enquêter sur l'actualité de la thèse de Piaget avec une attention particulière à l'épistémologie génétique et aux stades qui intéressent le développement des formes de pensée prélogique-intuitive vers celles proprement définies comme logique/opérateur-concret, les premières gouvernées d'une intelligence, définie du même Piaget <<pratique>> et en suite d'une forme de pensée <<réversible>>.

Le champ d'intérêt de ces opérations implique directement celui de la recherche en didactique des mathématiques, en se focalisant sur combien Piaget affirmant environ la sériation d'objets de la part d'enfant de 4-5 ans d'âge. Le spécialiste suisse, à travers ses recherches, était arrivé à délinéer la célèbre théorie du développement de l'intelligence. Piaget eut aussi mérite d'analyser l'apparition de la conception de concepts mathématiques, comme le concept de nombre, de classe, de sériation.

Par suite à l'expérimentation du bien connu <<test des petites règles>>, Piaget soutenait que ce concept mathématique se mettait en évidence dans les sept ans, alors que des enfants d'âge inférieur n'arrivaient pas à sérier plus de trois-quatre éléments.

L'objectif de mon travail est de vérifier, à travers une recherche expérimentale près de différentes écoles de l'Enfance de la Commune d'Enna, si cette théorie était aujourd'hui valide ou lui falsifier en présence de résultats opposés.

C'est aussi important l'approche méthodologique de Piaget. Mon expérience, contrairement à Piaget qui établissait ses expériences en domaine clinique, adhère au paradigme méthodologique de la Théorie des Situations Didactiques formulé de Guy Brousseau. L'idée centrale n'était pas une théorie cognitive mais une construction qui permettait de comprendre les interactions cognitives entre des élèves, de l'enseignant et des savoirs mathématiques, en se préoccupant d'étudier ce que les élèves apprennent et comme ils apprennent.

Le rôle de l'enseignant est redéfini et exalté à l'intérieur de la situation de l'apprentissage/enseignement ; pas plus une figure qui donne des solutions mais un médiateur du savoir, en mesure de créer un climat apte, en stimulant la curiosité de l'enfant.

C'est important que les étudiants comprennent le problème, les rapports entre les différentes informations et développent un plan de résolution et vérifient les résultats.

Ce paradigme est un modèle absolument ouvert et une évolution qui tient compte des questions concernant l'épistémologie et l'histoire d'une situation didactique, soit des comportements attendus de la part de l'élève.

Introduzione

Il fattore che stimola la curiosità e l'interesse nel procedere alla ricerca descritta nel seguente progetto, consiste nel voler offrire un'occasione, non simulata ma reale, d'indagine in ambito educativo, fruendo delle grandi risorse insite nell'osservazione e nella sperimentazione, per rilevare informazioni sui fattori che intervengono lungo lo sviluppo della crescita dell'uomo, rivolgendo particolare attenzione ad una fase scolastica importante quale, per l'appunto, l'approccio al numero e alle relazioni d'ordine nella Scuola dell'Infanzia (la seriazione).

Questo, vorrà essere un lavoro di “conferma” o di “falsificazione” ad alcune ipotesi di ricerca che meglio espliciterò nel corso di questo lavoro ma che traggono origine dall'epistemologia genetica di Piaget ed in particolare dalle tante critiche ad essa rivolte da grandi studiosi.

Credo che non si può assolutamente sottovalutare o trascurare una teoria che non ha lasciato spazi inesplorati (dallo sviluppo del pensiero, al concetto di intelligenza, dallo studio delle strutture logiche che stanno alla base del ragionamento a quello del linguaggio e della sua funzione simbolica,...), che ha mostrato interesse verso la ricerca empirica e che a sua volta è stata da molti criticata.

Flawell, nel 1963, afferma e sottolinea certe “lagnanze” relative ai problemi di interpretazione di molte affermazioni piagetiane: *“anzitutto vi è molta genericità, imprecisione, instabilità nella definizione dei concetti, e altri ostacoli alla comunicazione negli scritti di Piaget. Riesce spesso arduo capire ciò che Piaget tenta di dire, e spesso alla fine non ci si riesce...vi è anche la tendenza, connessa, a lasciare dei larghi vuoti fra la teoria e i dati empirici, quasi ad isolarli l'una dagli altri...[...]*La seconda categoria di appunti concerne gli aspetti empirici del sistema, il modo, cioè, in cui Piaget prospetta ed esegue uno studio, analizza i dati e riferisce su ciò che ha fatto e trovato...[...]*Il lettore è spesso indotto a chiedersi quali verifiche effettive e quali procedimenti di indagine siano stati applicati, e da chi, in quali condizioni si sia svolta l'esperienza, quanti bambini siano stati sottoposti ad essa, di quale età...[...]*Tipicamente, il processo di verifica e di indagine varia sensibilmente da soggetto a soggetto, almeno in parte come conseguenza del fatto che Piaget ha scelto, esplicitamente, il <<metodo clinico>>. [...]Vi è in fine il problema dell'organizzazione e dell'analisi dei dati. E ciò che egli in genere omette di fare è dare anche un'informazione quantitativa, sia pure rudimentale, sui suoi risultati. [...]il terzo gruppo di lagnanze concerne il modo in cui Piaget interpreta le sue dimostrazioni empiriche. [...]Per un verso, egli tende a trarre delle conclusioni definitive da prove che altri avrebbero considerato incerte; d'altro canto, un dato di evidenza incerta o solida è frequentemente uno stimolo per quella che appare essere una discussione teorica prolissa ed eccessivamente elaborata. I libri e gli articoli di Piaget sono spesso difficili e anche noiosi da leggere a causa di questo fatto; dopo aver riferito un risultato, riempie pagine su pagine di teorizzazioni su di esso.⁵”

Altri rilievi critici su aspetti della teoria piagetiana riguardano “i tempi di passaggio tra i vari stadi dello sviluppo”.

“Attualmente è assodato che i tempi di passaggio sono molto più lenti, disomogenei ed incompleti di quanto potesse sembrare sulla base delle prime formulazioni. [...] Si tratta di una critica forse non sostanziale – afferma Renzo Vianello – ma importante sia sul piano teorico che su quello applicativo (a livello divulgativo, infatti, spesso i riferimenti cronologici sono stati presi troppo alla lettera). Tale critica, inoltre, ridimensiona

⁵ R. Vianello, “Psicologia dello sviluppo”, per l'Università III edizione, Edizioni junior. p. 115-116.

notevolmente la credenza piagetiana di uno sviluppo “solidale”, cioè armonico, in cui le varie strutture di uno stesso stadio si “sostengono” a vicenda. In altre parole è molto facile, ad esempio, trovare bambini di 4-8 anni (cioè con età fra loro molto diverse) che alternano prestazioni di livello operatorio con altre di livello preoperatorio.⁶”

Come sottolineano Berti e Bombi (1985, p. 110 e ss.) sintetizzando i risultati di varie ricerche condotte al riguardo, <<la stessa nozione di “stadio” è stata ritenuta scorretta. Il fatto che varie nozioni, che secondo Piaget appartengono allo stesso raggruppamento, vengano acquisite in periodi diversi potrebbe indicare che si è di fronte a nozioni fra loro diverse e che non ha quindi senso parlare di stadio, cioè di qualcosa che accomuna fra loro queste nozioni.>>⁷.

Ne “La genesi delle strutture logiche elementari, classificazione e seriazione” (1970) Piaget scriveva: <<L’epistemologia è la teoria della conoscenza valida e, anche se tale conoscenza non è mai uno stato, ma costituisce sempre un processo, tale processo è essenzialmente il passaggio da una minore validità ad una validità superiore>> ed è proprio in questa frase che si racchiude l’essenza di questo lavoro di ricerca.

Se si guarda secondo la prospettiva piagetiana di epistemologia, appena citata, la sua stessa teoria stadiale dello sviluppo dell’intelligenza, prendendola in considerazione non come uno stato ma come un processo, appare evidente e giustificato l’insorgere della domanda che mi ha guidata in questa ricerca:

D: La tesi di Piaget può essere considerata ad oggi valida?

Tale percorso sperimentale ha previsto diverse fasi:

- I. Fase dedicata alla riflessione teorica, alla ricerca delle fonti e alla formulazione dell’ipotesi di ricerca; una strutturazione di un quadro teorico di riferimento atto a controllare/interpretare i processi cognitivi messi in atto nella fase sperimentale del lavoro.
- II. Fase di valutazione, scelta e analisi a priori delle situazioni-problema; valutazione sia del materiale in possesso (come esempi di esercizi di logica) sia delle prove utilizzate da Piaget; scelta delle cinque situazioni-problema in base a cosa si volesse osservare in ciascuna; analisi a priori delle possibili strategie che avrebbero messo in atto i piccoli protagonisti della sperimentazione.
- III. Fase di sperimentazione delle cinque situazioni-problema sul campione di riferimento; tale scelta è stata effettuata principalmente in base all’età che si è voluta studiare ed in secondo luogo in riferimento alle Scuole dell’Infanzia del comune di Enna in cui ho svolto tirocinio.
- IV. Fase di analisi dei dati; prende avvio da quanto appuntato durante la sperimentazione e dalle videoregistrazioni. In base a quanto ho rivisto le strategie da me supposte durante l’analisi a priori, cassandone qualcuna e completandole di nuove. Tutti i dati sono stati in seguito riportati secondo una griglia excell a doppia entrata che mostrava sia i nominativi dei bambini partecipanti sia le strategie da loro adottate durante le cinque situazioni-problema.
- V. Fase di riflessione conclusiva, con eventuali questioni rimaste aperte. In questa ultima fase riassumo quanto appreso a seguito della sperimentazione, i dati positivi e quelli negativi, le osservazioni personali e i dubbi che ne son nati in seguito all’esperienza.

⁶ Flawell, J. H. (1963). The developmental psychology of Jean Piaget. Princeton: Van Nostrand. (trad. 1971. La mente dalla nascita all’adolescenza nel pensiero di Jean Piaget. Roma: Astrolabio).

⁷ Berti, A. E., e Bombi, A. S. (1985). Psicologia del bambino. Bologna: Il Mulino.

Quadro teorico di riferimento: L’Epistemologia genetica di Piaget.

Il crescente interesse con cui oggi si guarda al discorso di Piaget, si giustifica in primo luogo con la novità del tipo di discorso che ha da sempre sostenuto. Le sue formulazioni teoriche hanno per decenni suscitato critiche severe da punti di vista diversi; nello stesso tempo, sono venute sempre più ampiamente penetrando il discorso psicologico in materia di “sviluppo”. La possibilità di penetrazione delle impostazioni piagetiane sono forse da porre in relazione con la stessa indeterminatezza ed ambiguità di certi concetti-base – assimilazione, accomodamento, equilibrio, genesi, struttura, modello – che li rendono suscettibili di essere incorporati nell’ambito di impostazioni diverse; si dovrà cominciare a riconoscere a Piaget il merito d’aver ignorato limitazioni di prospettiva proprie della ricerca specialistica, impostando lo studio dei problemi dello sviluppo in modo unitario, e con maggiori aperture nei confronti di una vasta gamma di problemi che nell’ambito di altre impostazioni potevano apparire estranei alla ricerca psicologica.

Al fine di comprendere la teoria di Piaget è essenziale avere presente che il suo interesse fondamentale fu di tipo epistemologico: attraverso le sue opere, fondate empiricamente, cioè attraverso ricerche, intendeva costruire una teoria dello sviluppo della conoscenza.

La sua opera, dal punto di vista filosofico, è stata particolarmente influenzata da Kant. Come Kant anch’egli credeva che la mente umana sia obbligata ad interpretare la realtà, o in altre parole a conoscere, usando certe nozioni o schemi o principi tipici della mente e non derivati dall’esperienza. Egli, tuttavia, differisce da Kant, come dagli epistemologi classici, dal fatto che concepisce la conoscenza non come uno stato, ma come un processo, una serie di passaggi da una conoscenza con la propria validità ad una conoscenza ancora più valida⁸.

<<L’epistemologia è la teoria della conoscenza valida e, anche se tale conoscenza non è mai uno stato, ma costituisce sempre un processo, tale processo è essenzialmente il passaggio da una minore validità ad una validità superiore>> - Piaget, 1970.

Il fatto che ogni conoscenza consista nel passaggio da una minore conoscenza ad uno stato più completo e più efficace comporta una ridefinizione, secondo Piaget, dei rapporti fra epistemologia generale e psicologia.

<< Il primo scopo perseguito dall’epistemologia generale è quindi, se si può dire, quello di prendere la psicologia sul serio e di fornirle verifiche in tutte le questioni di fatto necessariamente sollevate da ogni epistemologia, sostituendo però alla psicologia speculativa o implicita, di cui ci si accontenta in generale, analisi controllabili (pertanto sul modello scientifico di ciò che è detto un controllo)>> - Piaget, 1970.

Per Piaget, perciò, l’epistemologia generale non può fare a meno dell’apporto della psicologia, in quanto senza i suoi contributi non sarebbe possibile nessuna verifica.

Molto importante per Piaget è, anche, il rapporto fra la logica e la psicologia. Per Piaget la logica è utile per descrivere l’insieme dei principi che vengono seguiti dal pensiero nei suoi diversi stadi di sviluppo⁹.

Per quanto riguarda la genesi delle strutture intellettuali, lo studioso svizzero distingue quattro stadi:

1. Intelligenza senso-motoria (10-18/24 mesi):

Fino ad 8-10 mesi si assiste ad un perfezionamento dei riflessi e da azioni sul reale non ancora caratterizzate dall’intelligenza vera e propria. Dai 10 mesi circa (periodo della coordinazione delle reazioni circolari secondarie e dal loro impiego in situazioni nuove)

⁸ R. Vianello, “Psicologia dello sviluppo”, per l’Università III edizione, Edizioni junior.

⁹ Piaget farà uso della logica per spiegare in che cosa consiste il pensiero logico concreto e quello formale.

possiamo parlare di intenzionalità (rapporto mezzi-fini). In questo stadio si può parlare di atti di intelligenza veri e propri, caratterizzati dalla capacità di risoluzione dei problemi con coordinazione intenzionale mezzi-fini.

2. Pensiero preconettuale ed intuitivo (18/24 mesi a 6/7 anni):

Fra i due e i sette anni troviamo tutte le fasi di transizione tra le due forme estreme di pensiero. La prima di queste forme è quella del pensiero mediante incorporazione o assimilazione pura, in cui l'egocentrismo esclude ogni oggettività; la seconda forma è invece quella del pensiero adeguato agli altri e al reale, che prepara quindi al pensiero logico. Fra queste forme si trova la grande maggioranza degli atti del pensiero infantile, che oscilla fra queste direzioni contrarie.

Il pensiero egocentrico puro appare in quella sorta di gioco che possiamo chiamare simbolico, di immaginazione ed imitazione in cui il linguaggio, come simbolo o segno verbale, rappresenta il canale d'espressione per eccellenza del pensiero del bambino.

All'altro estremo troviamo la forma di pensiero più adeguata al reale che sia possibile nella prima infanzia e che possiamo chiamare pensiero intuitivo: si tratta dell'esperienza e del coordinamento senso-motorio stessi, ricostruiti o anticipati dalla rappresentazione.

L'intuizione è in un certo senso la logica della prima infanzia e rappresenta un aspetto che colpisce molto nel pensiero del bambino: in questa fase, il soggetto afferma sempre e non dimostra mai. Si nota d'altra parte che questa carenza della <<prova>> deriva naturalmente dai caratteri sociali della condotta in quell'età, cioè dall'egocentrismo concepito come una mancanza di differenziazione tra il proprio punto di vista e quello degli altri, almeno sino a quando gli altri ci abbiano insegnato a discutere le obiezioni, e di conseguenza si sia interiorizzata quella forma di discussione interiore che è la riflessione.

“L'intelligenza pratica” svolge, tra i due e i sette anni, una considerevole funzione, prolungando da una parte l'intelligenza senso-motoria del periodo preverbale, e preparando dall'altra parte le nozioni tecniche che si svilupperanno sino all'età adulta. Questa intelligenza “pratica” allo stato nascente è stata molto studiata (A. Rey) per mezzo d'ingegnosi dispositivi ed è stato effettivamente constatato che il bambino era spesso più maturo nelle azioni che nelle parole.

Sul terreno sperimentale, si è voluto analizzare il comportamento del bambino in occasione di esperienze precise di manipolazione di materiali. Tale studio era finalizzato a rispondere ad un preciso interrogativo: ragionerà in modo logico oppure gli schemi di assimilazione conserveranno una parte del loro egocentrismo, pur accomodandosi, per quanto possibile, all'esperienza in corso?

L'analisi di un gran numero di fatti si è dimostrata decisiva: fin verso i sette anni il bambino resta un essere prelogico¹⁰, e supplisce alla logica attraverso il meccanismo di

¹⁰ Dai primi studi di Piaget emerge chiaramente la differenza che intercorre tra il modo di ragionare tra un bambino piccolo e un adulto. Il carattere “prelogico” che Piaget attribuisce al bambino non era rivolto ad attestare una fondamentale eterogeneità fra lui e l'adulto, ma una necessità: quella di una progressiva costruzione delle strutture logiche. Infatti ciò che al bambino piccolo manca per poter ragionare come un adulto normale è lo sviluppo di alcune strutture logico-matematiche che non sono in funzione di ogni età e dunque non sono innate.

Tali studi, focalizzati sull'aspetto dello sviluppo delle strutture linguistiche e del pensiero verbale, vennero aspramente criticate in Inghilterra e soprattutto da N. e S. Isaacs, sostenendo che il bambino piccolo fosse più logico nelle azioni che a parole.

Negli studi successivi di Piaget sulla funzione delle azioni nello sviluppo del bambino, si trova la conferma alle critiche mossegli contro dai colleghi inglesi: in particolare lo psicologo svizzero aveva capito che le azioni costituiscono il punto di partenza delle future operazioni

intuizione, semplice interiorizzazione delle percezioni e dei movimenti sotto forma di immagini rappresentative e di esperienze mentali, che prolungano in tal modo gli schemi senso-motori senza una coordinazione propriamente razionale¹¹.

3. Pensiero operatorio concreto (6/7-11/14 anni):

Una operazione è prima di tutto, dal punto di vista psicologico, un'azione qualsiasi (raggruppare individui o unità numeriche, spostarli, ecc.) la cui origine è sempre motoria, percettiva o intuitiva. Tali azioni, che sono all'origine delle operazioni, hanno anch'esse come radice schemi senso-motori, esperienze affettive o mentali (intuitive) e costituiscono, prima di diventare operative, la materia dell'intelligenza senso-motoria, poi dell'intuizione.

Piaget spiega che le prime si trasformano nelle seconde non appena costituiscono sistemi globali componibili e reversibili ad un tempo. In altre parole, le azioni diventano operative quando due azioni dello stesso tipo possono venir composte in una terza che appartiene ancora a quel tipo e quando le diverse azioni possono venir invertite o rovesciate.

È notevole constatare che verso i sette anni si costituisce appunto tutta una serie di questi sistemi globali, che trasformano le intuizioni in operazioni di ogni tipo¹²; per esempio:

dell'intelligenza, in quanto l'operazione è un'azione interiorizzata, che diviene reversibile e che si coordina con le altre strutture operative globali. A corollario della sua teoria, Piaget specifica che tale completamento avviene soltanto verso i sette o otto anni: esiste allora un periodo <<preoperativo>> dello sviluppo, che corrisponde a quello che in passato era stato da lui definito <<prelogico>>.

Questo parallelismo tra l'im maturità del pensiero verbale e delle strutture operative (logico-matematiche) veniva giustificata dall'iniziale fase egocentrica dello sviluppo infantile, non intesa come "un'ipertrofia dell'io" ma come un accentramento del proprio punto di vista; solo mediante un decentramento dal proprio punto di vista, dalla propria prospettiva – che Piaget definisce come una specie di rivoluzione copernicana in piccolo – si può raggiungere all'obiettività.

Non vi è quindi differenza di fondo fra la logica verbale e la logica inerente al coordinamento delle azioni, ma la logica delle azioni è più profonda e più primitiva: si sviluppa più rapidamente e supera più velocemente le difficoltà che incontra, che sono però le medesime difficoltà di decentramento che si presentano più tardi sul piano del linguaggio.

¹¹ PIAGET, "Lo sviluppo mentale del bambino e altri studi di psicologia", Six études de Psychologie, Piccola Biblioteca Einaudi, Psicologia, Psicoanalisi, Psichiatria.

¹² <<Se il linguaggio non costituisce la causa unica delle strutture operatorie (anche per quanto riguarda le sole classificazioni), e se queste dipendono da meccanismi più profondi e soggiacenti all'utilizzazione della lingua, si potrebbero concepire questi meccanismi come legati a coordinazioni nervose indipendenti dall'ambiente e che giungono progressivamente a maturazione.

Ci troviamo qui di fronte ad uno dei problemi più difficili della psicologia genetica contemporanea, perché se si è usato ed abusato in psicologia del concetto di maturazione a tutti i livelli dello sviluppo, la neurologia non si è pronunciata per quanto si riferisce alle tappe effettive di questa strutturazione endogena, salvo per quanto concerne i primi mesi di vita.

Siamo dunque obbligati, come misura di prudenza, a riservare una parte di maturazione, supponendo per esempio che la svolta dai 7 agli 8 anni, così notevole sotto tanti punti di vista per lo sviluppo delle strutture operatorie nelle nostre società cosiddette civilizzate [...], corrisponde senza dubbio a qualche trasformazione delle strutture nervose.

Ma noi di fatto non ne sappiamo niente e non conosciamo soprattutto nessuna struttura cognitiva di cui si possa dimostrare che risulti esclusivamente da fattori endogeni legati alla maturazione. La nozione di maturazione sembra un po' più chiara dal punto di vista negativo, nel senso che attribuire alla mancanza di apparati nervosi sufficienti l'assenza di un comportamento (per esempio l'assenza tra i 2 e i 4 anni di qualunque ragionamento ipotetico-deduttivo) sembra avere

un concetto o una classe logica (raggruppamento di individui) non si costruisce isolatamente, ma necessariamente all'interno di una classificazione globale, di cui rappresenta una parte. Una rappresentazione logica di famiglia (fratello, zio, ecc.) è compresa soltanto in funzione di un sistema di relazioni analogiche, la cui totalità costituisce un sistema di parentela. I numeri non appaiono indipendenti gli uni dagli altri (tre, dieci, due, cinque, ecc.) ma sono colti come elementi di una serie ordinata: uno, due, tre, ..., ecc. i valori esistono soltanto in funzione di un sistema totale o <<scala di valori>>; una relazione asimmetrica come $B < C$ è intelligibile soltanto come una possibile seriazione globale $0 < A < B < C < D \dots$, ecc.

Ma ciò che è ancora più notevole, i sistemi globali si formano nel pensiero del bambino solo in connessione con la puntuale reversibilità di tali operazioni, e assumono quindi immediatamente una struttura completa e definita. Un esempio particolarmente chiaro è appunto quello della seriazione qualitativa $A < B < C \dots$, ecc.

A qualsiasi età il bambino sa distinguere due bastoncini in rapporto alla loro lunghezza, e dire che l'elemento B è più grande di A. ma nella prima infanzia si tratta soltanto di un rapporto percettivo o intuitivo, non di una operazione logica. Infatti se mostriamo prima $A < B$ e in seguito due bastoncini $B < C$ nascondendo A sotto la tavola, e chiedendo se A (che è stato appena paragonato con B) è più grande o più piccolo di C (che è sul tavolo insieme a B), il bambino non riesce a concludere (purché le differenze non siano troppo grandi da restare legate ad immagini-ricordo nella memoria). Il bambino chiederà allora di vederli insieme perché non sa dedurre $A < C$ da $A < B$ e da $B < C$.

Per Piaget tale deduzione il bambino sarà in grado di farla, soltanto quando sarà in grado di costruire sulla tavola una serie o scala di bastoncini, cosa che non avverrà prima dei sei sette anni.

4. Pensiero formale (dagli 11/14 anni in poi):

verso gli 11-12 anni, con un assestamento dell'equilibrio intorno ai 14-15 anni, inizia la fase della costruzione delle operazioni caratteristiche della fanciullezza e dell'adolescenza. La caratteristica più vistosa è il fatto che il soggetto non si limita più a ragionare direttamente sugli oggetti concreti e sulle manipolazioni, ma giunge a dedurre operatoriamente, partendo da semplici ipotesi enunciate verbalmente (logica delle proposizioni). A causa di ciò, la forma di queste nuove strutture operatorie si dissocia dal suo contenuto; da qui la possibilità del ragionamento ipotetico-deduttivo o formale¹³.

I motivi dell'interesse per le posizioni piagetiane possono essere diversi.

Per chiunque abbia interesse ai problemi dello sviluppo, confrontarsi con il discorso teorico piagetiano è estremamente utile, poiché con esso lo sviluppo diventa il nodo centrale di una problematica che si amplia e si approfondisce mettendo in gioco prospettive proprie di contesti disciplinari diversi e la loro reciproca integrazione.

Il lavoro sperimentale (fasi della sperimentazione)

qualche significato. Nel suo aspetto positivo, la maturazione del sistema nervoso si limita in compenso ad allargare continuamente il campo delle possibilità accessibili al soggetto: ma tra la possibilità di un comportamento e la sua effettiva attuazione, rimane da fare intervenire l'azione dell'ambiente fisico (esercizio ed esperienza acquisita) e, all'apprendimento di questo genere, ogni influenza educatrice dell'ambiente sociale.>>, Ibidem nota 24.

¹³ Piaget, Inhelder, 1967.

Le ricerche condotte da Piaget con A. Szeminska¹⁴ hanno analizzato seriazioni effettuate su oggetti percepiti per vie tattili-cinestesiche e confrontato queste <<seriazioni tattili>> alle seriazioni visive ordinarie. I due studiosi, utilizzando un materiale di 10 righelli da 9 a 16,2 cm ed un assortimento di righelli di dimensioni intermedie da intercalare a seriazione terminata. Individuarono tre livelli:

- nel corso del I di questi livelli, il bambino (di 4-5 anni) fallisce nella seriazione dei dieci elementi iniziali: procede per coppie o per serie di 3 o 4 che egli non riesce a coordinare dopo aver eseguito la seriazione;
- nel corso del II livello il soggetto (di 6-7 anni) riesce nella seriazione, ma attraverso tentativi empirici, e non giunge ad interporre gli elementi intercalari che con nuovi tentativi e in genere ricominciando il tutto;
- nel corso del III livello, invece, che inizia verso i 7-8 anni, il soggetto riesce nella seriazione utilizzando un metodo sistematico che consiste nel cercare dapprima il più piccolo elemento (o il più grande) di tutti, poi il più piccolo di tutti quelli che restano, ecc.: solo questo metodo è da considerare come operatorio, poiché testimonia che un elemento qualunque E è allo stesso tempo più grande dei precedenti ($E > D, C$, ecc.) e più piccolo dei seguenti ($E < F, G$, ecc.). Questa reversibilità operatoria del terzo stadio si accompagna ad una capacità di intercalare correttamente (senza tentativi) gli elementi supplementari.

Nel progetto di ricerca che mi accingo a descrivere, focalizzo l'interesse sul primo livello, quello che vede protagonisti bambini della Scuola dell'infanzia presso cui ho svolto tirocinio. Il perché di questa mia scelta sorge in seno ad alcune “sfumature metodologiche” notate nel corso dello studio dei suoi scritti. In essi Piaget descriveva le sue procedure sperimentali in ambiente clinico; tale scelta veniva sostenuta dallo stesso come la più corretta, la più asettica, la situazione ideale per osservare il bambino che agisce liberamente, senza alcuna influenza. Per quanto possibile ciò ho ritenuto più corretto impostare esperienze sperimentali simili in ambiente classe o quanto meno per coppie di bambini, in modo da poter osservare anche il grado di argomentazione di ciascuno oltre che applicare il rigoroso paradigma formulato da Guy Brousseau¹⁵ e rivisitato da Filippo Spagnolo¹⁶.

A queste motivazioni si aggiungono i risultati tratti da una mia precedente sperimentazione che, benché annoverasse un campione molto ristretto, gettava alcune ombre sull'attualità delle teorie piagetiane. Dal precedente lavoro gran parte dei bambini esaminati riuscirono a seriare nell'ordine corretto 6 vignette raffiguranti un castello. Per complicare l'esercizio ho sottoposto gli stessi bambini ad una successiva situazione problema in cui presentavo le sei vignette con alcuni ritocchi che “sfumavano” il disegno del castello; nonostante l'ostacolo la maggior parte di loro sono riusciti nella seriazione.

Partendo dalle critiche espresse da Flawell, R. Vianello, Berti, Bombi e forte dei risultati del precedente lavoro sperimentale, che ha mostrato la fondatezza di queste, e alla

¹⁴ *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchatel-Paris, Delachaux et Niestlé, 1941, cap. VI (trad. it. *La genesi del numero nel bambino*, Firenze, La Nuova Italia, 1968)

¹⁵ G. Brousseau, *Théorie des Situations didactiques*, La pensée Sauvage, Grenoble, 1998.

Vedi anche riferimento abstract.

¹⁶ Facoltà Scienze della Formazione Università di Palermo. Componente del G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica, Palermo). E-Mail: spagnolo@math.unipa.it. F. Spagnolo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze, 1998, Italia.

supervisione del Professore Filippo Spagnolo ho tracciato quella che è divenuta la mia domanda di ricerca:

D: *La tesi di Piaget è tuttora valida?*

La domanda di ricerca si focalizza sui contenuti della teoria piagetiana su quanto afferma sulla seriazione; la conseguente ipotesi mette in discussione una metodologia di ricerca differente da quella utilizzata da Piaget (in ambiente clinico).

H0: *Se costruisco delle situazioni-problema in ambiente classe, la tesi di Piaget è ancora valida.*

A verifica della mia ipotesi, ho pensato di preparare cinque situazioni-problema che possano (per la loro strutturazione o per l'esecuzione) descrivere al meglio quali passaggi mentali compia il bambino. Si presuppone, infatti, una “verbalizzazione” di ciò che sta accadendo, cioè si intervisterà il bambino sul suo modo di agire e operare. Inoltre, per ovviare l'ostacolo del <<metodo clinico>> adoperato da Piaget, verrà scelta la modalità di osservazione “video-registrata” in ambiente classe, e per alcune delle prove si richiederà la cooperazione di due alunni per volta: proprio al fine di vedere come lavorino, se sono entrambi d'accordo sulle scelte, se sono in grado di “discutere” per supportare la propria tesi e se ne riescono a dimostrare e convincere l'altro della propria validità.

Secondo il metodo della “falsificazione”, qualora i risultati ottenuti dopo la sperimentazione dovessero confermare la mia tesi, ne consegue che la tesi di Piaget è a tutt'oggi ancora valida; altrimenti:

H1: *Se i risultati empirici, derivati dalla sperimentazione, non dovessero confermare la mia ipotesi iniziale (H0), “si verificherebbe l'ipotesi contraria”.*

Analisi a priori dei test

L'analisi a priori costituisce uno degli strumenti professionali di supporto per le decisioni da prendere; in un lavoro di ricerca come questo, permette di anticipare certe reazioni degli allievi e dunque di orientare le scelte dell'insegnante. Comprende, dunque, l'insieme di tutti quei comportamenti ipotizzabili dagli allievi nei confronti della “situazione-problema” cioè, tutte le possibili strategie risolutive corrette e non.

Per verificare la mia domanda di ricerca ho pensato a cinque situazioni-problema:

- a) **TEST DELLE BARRETTE:** Questo test è stato ripreso dal famoso test “dei righelli” che lo stesso Piaget con A. Szeminska (*La genèse du nombre chez l'enfant, Neuchatel-Paris, Delachaux et Niestlé, 1941, cap. VI (trad. it. La genesi del numero nel bambino, Firenze, La Nuova Italia, 1968)*) facevano fare in ambito clinico, utilizzando un materiale di 10 righelli da 9 a 16,2 cm ed un assortimento di righelli di dimensioni intermedie da intercalare a seriazione terminata.

Diversamente dai due studiosi, ho pensato di utilizzare 15 bacchette di diversa dimensione tra cui ne ho posto quattro di eguale dimensione, per cui ci saranno: 2 barrette da 15 cm; 1 da 14 cm; 2 da 13 cm; 1 da 12 cm; 2 da 11 cm; 1 da 10 cm; 2 da 9 cm; 1 da 8 cm; 1 da 7 cm; 1 da 5 cm; 1 da 3 cm. La scelta di mettere delle coppie di barrette uguali è stata adottata per verificare:

- se i bambini a “prima vista” potessero individuare uguaglianze e disuguaglianze;
- se, una volta iniziato a seriare, trovavano delle uguaglianze e dunque se possedevano a priori il concetto di uguaglianza e di differenza (fondamentale per la seriazione e il concetto di “numerosità”).



Foto n. 1



Foto n. 2

b) **SCHEDA OPERATIVA << Sa riconoscere se c'è un ordine?>> tratta da “Seriazione in pratica” di R. Medeghini e D. Quaresmini, Trento, Erickson.**

La scheda, come si può ben vedere dall'immagine, presenta tre file di elementi che il bambino ha avuto modo di ben osservare per poi rispondere ad alcune domande (oltre quelle della scheda stessa):

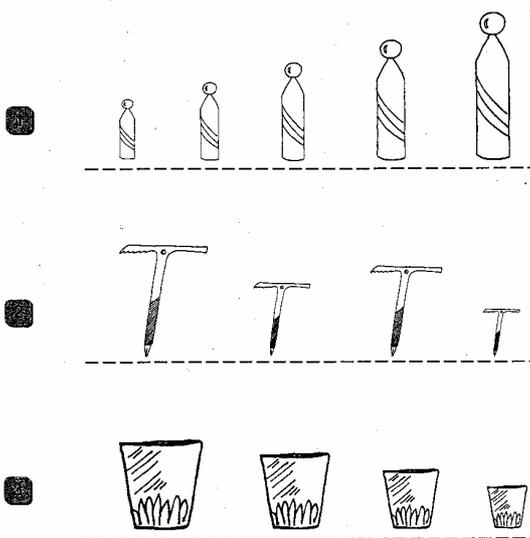
- come sono questi elementi (ripetuto per ognuna delle tre file)? Sono tutti uguali?
- Perché secondo te sono in ordine? Come sono sistemati?
- Perché secondo te sono in disordine?
- Cosa trovi di sbagliato?
- Cambieresti il posto di qualche elemento? Dove l'avresti messo?

Fondamentalmente con questa scheda si vuole attestare la presenza o assenza del concetto di ordine e se il bambino ne riesce a dedurre anche il criterio (se crescente come per la prima serie o decrescente per la terza). Inoltre le domande poste al di fuori di quelle già presenti nella scheda hanno avuto come obiettivo quello di constatare se il bambino di questa età (5 anni) riesce a cogliere l'errore di seriazione ed individuarne la soluzione corretta.



RICONOSCERE SE C'È UN ORDINE?

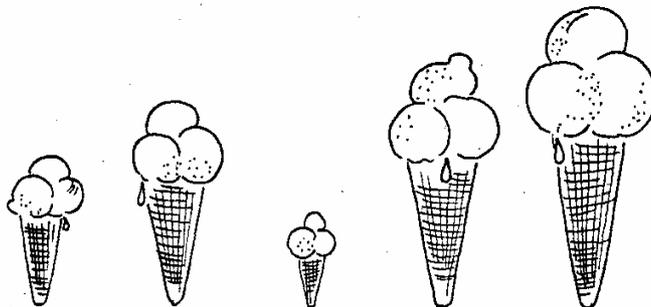
Osserva bene i disegni e rispondi poi alle domande.



- I birilli sono in ordine?
- Le piccozze sono in ordine?
- I bicchieri sono in ordine?

<input type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no
<input type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no
<input type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no

- c) **SCHEDA OPERATIVA <<Fai una crocetta sul gelato che è nella posizione sbagliata>>** tratta da “Seriazione in pratica” di R. Medeghini e D. Quaresmini, Trento, Erickson.



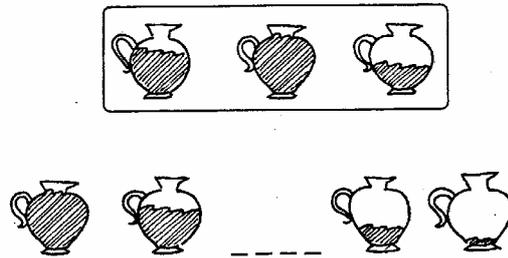
Questa scheda è stata scelta per andare a rafforzare quanto voluto esaminare con la precedente. L'unica variante nella presentazione di questo test è stata quella di non dire subito, a priori, che vi è un gelato nella posizione sbagliata. Nella consegna della scheda ho chiesto ai bambini di osservare bene la serie e di rispondere alle stesse domande fatte precedentemente:

- come ti sembrano questi gelati?
- Sono tutti uguali o diversi?
- Secondo te sono ordinati bene?
- (nel caso di risposta negativa) Cosa trovi di sbagliato?
- C'è un errore?
- (nel caso di risposta positiva) Indicami quale gelato vedi nella posizione sbagliata.
- Dove l'avresti sistemato?

- d) **SCHEDA OPERATIVA <<Le brocche sono ordinate partendo da quella che contiene più acqua. Quale brocca tra quelle nel riquadro inseriresti nello spazio vuoto?>>** tratta da “Seriazione in pratica” di R. Medeghini e D. Quaresmini, Trento, Erickson.

La scheda riporta una serie incompleta, che il bambino doveva completare optando tra le brocche del riquadro. Con questo test si è cercato di verificare se il bambino di 5 anni è in grado di inserire elementi “intercalari” all'interno di una serie o, come in questo caso, di una semi serie. Per di più bisogna ricordare che questa verifica presenta una maggiore difficoltà, legata alla percezione delle quantità d'acqua rappresentate (esigue differenze per l'occhio non esperto) e alla mancata possibilità di manipolazione. Anche durante questa attività sono state rivolte ai bambini delle domande che possano mettere in luce la loro percezione:

- queste brocche sono tutte uguali o trovi delle differenze (indicando la serie e non le brocche del riquadro)?
- Cosa noti di diverso?
- Com'è l'acqua nelle brocche?
- L'acqua della seconda brocca (sempre indicandola) è maggiore o minore (di più o di meno) dell'acqua della prima brocca?
- E rispetto alle altre (ripetendo il paragone con tutte)?
- In questo spazio vuoto quale delle tre brocche del riquadro dobbiamo scegliere?
- Perché?



- e) **TEST “I BOTTONI DEL NONNO”:** In questa quinta ed ultima situazione-problema, proponevo ai bambini un breve racconto suggeritomi dal ricordo del mio caro nonnino, una delle persone più ordinate e sistematiche che abbia mai conosciuto.

Ho cercato di proporre ai bambini un racconto “leggero” in cui potersi facilmente rispecchiare nelle vicende dei protagonisti:

<< E’ la storia di due nipoti, Francesca e Agostino, bimbi molto vivaci che amano giocare con i bottoni colorati che il loro nonnino sarto conserva in una grande scatola.

Agostino e Francesca sono attratti da tutti quei bottoni: sono colorati, ce ne sono di grandi, di piccoli e di medi. Dopo aver giocato a lungo con i bottoni non riescono a metterli mai al posto giusto...

Il nonnino purtroppo, data l’età, non vede più tanto bene e per questo tiene sempre ordinati i suoi bottoni, sia per colore che per dimensione, in modo tale da trovare subito il bottone giusto per ogni abito.

Se Agostino e Francesca non riusciranno a sistemare in tempo i bottoni rischieranno di far sbagliare il loro nonnino...

Saresti capace di aiutarli? Ricorda che il nonnino ordina i suoi bottoni sia per colore che per dimensione!>>

Per questo test le consegne si deducono dalla semplice lettura del testo.

I bambini (chiamati a coppia) avevano a disposizione 36 bottoni di legno di 6 colori e di 6 dimensioni differenti e una grata 6X6 in legno in cui inserire un bottone per ogni cella:

- 6 bottoni rossi dal diametro di 8,7,6,5,4,3 cm;
- 6 bottoni blu
- 6 bottoni gialli
- 6 bottoni rosa
- 6 bottoni viola
- 6 bottoni verdi



Foto n. 3

Analisi dei risultati

La sperimentazione è stata portata avanti, sottoponendo le cinque situazioni-problema a coppie di bambini appartenenti alla stessa classe o a classi differenti. Per ciascuna coppia ho preso nota su come/cosa facevano: se collaboravano, se decidevano di dividersi i rispettivi compiti, se c'era uno che voleva prevalere sull'altro, se non vi era collaborazione e ciascuno operava secondo un proprio criterio, se uno dei due ritrattava il proprio criterio d'ordine per aderire al criterio del/la compagno/a, se si accorgevano dei propri errori e se cercavano di rettificarli, ...

I dati ricavati dalla sperimentazione, sono stati annotati attraverso tabelle Excell, videoregistrazioni e rappresentati attraverso strumenti grafici e statistici.

Le tabelle Excell sono pensate con una struttura a doppia entrata che permettesse la simultanea lettura dei nominativi dei partecipanti, delle loro scelte e delle non scelte effettuate. Attraverso i numeri binari 0 e 1 si è segnato con il primo tutte le non scelte, mentre con il secondo le strategie adottate dai bambini in ciascuna delle cinque situazioni-problema. Grazie a queste si è potuto procedere all'analisi statistica dei risultati.

La modellizzazione attraverso argomentazioni statistiche fornisce alla ricerca in didattica delle matematiche una maggiore possibilità di trasferibilità dell'esperienza. Risulta evidente, come è stato ampiamente dibattuto in G.Brousseau & E. La Casta (1995), R. Gras (2000), F. Spagnolo (1998), che senza una riflessione teorica dal punto di vista della didattica e quindi della epistemologia dei contenuti matematici, l'argomentazione statistica non avrebbe alcun peso. Soltanto uno studio in parallelo di tutti i possibili percorsi argomentativi della ricerca può portare a risultati considerati attendibili¹⁷.

Lo strumento utilizzato per la costruzione del grafico delle similarità e del grafico implicativo delle variabili, a partire dalle strategie individuate attraverso l'analisi a priori, è il software di statistica CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive), messo a punto dal Prof. R. Gras e dai suoi collaboratori dell'università di Rennes che si occupano di ricerca in didattica.

¹⁷ http://math.unipa.it/~grim/asi/asi_05_spagnolo_2.pdf

Il programma per PC CHIC (Classification Hiérachique Implicative et Cohésive), messo a punto dal gruppo I.R.MA.R¹⁸ consente di fare abbastanza celermente differenti statistiche¹⁹:

- statistiche elementari tipo media, variabilità, correlazioni tra variabili;
- l'analisi delle similarità di Lerman;
- L'analisi implicativa secondo R.Gras, con le seguenti informazioni:
 1. Grafo Implicativo;
 2. Gerarchia implicativa e i Nodi Significativi dove si formano le classi della gerarchia;
 3. Contribuzione degli individui nei cammini significativi del grafo e alle classi significative della gerarchia;
 4. Comparazione tra il grafo implicativo ed il grafo inclusivo.

In merito alla risoluzione dei problemi precedentemente proposti sono riportati di seguito soltanto i grafici delle similarità e implicativi dai quali è stato possibile ottenere informazioni significative.

Albero delle Similarità:

Il metodo mira a costruire un albero che mostra le similarità fra osservazioni.

Le biforcazioni indicano a quale distanza i due gruppi si distinguono. L'etichetta la scegliamo noi: è una nostra interpretazione del risultato del clustering. L'algoritmo ci dà spunti²⁰, ma l'interpretazione vale quanto vale la nostra intuizione. In questo grafico si evidenziano 6 gruppi di variabili. Le linee rosse mettono in rapporto di similarità la S1 (manipola parzialmente ma

non ordina) sta in rapporto con le S15 (crede che solo l'ordine decrescente sia quello corretto; individuando l'errore sia nella prima che seconda fila di oggetti) e S17 (trova corretto solo l'ordine decrescente per cui è corretta solo la prima serie; riordina in tal senso gli oggetti delle altre due file);

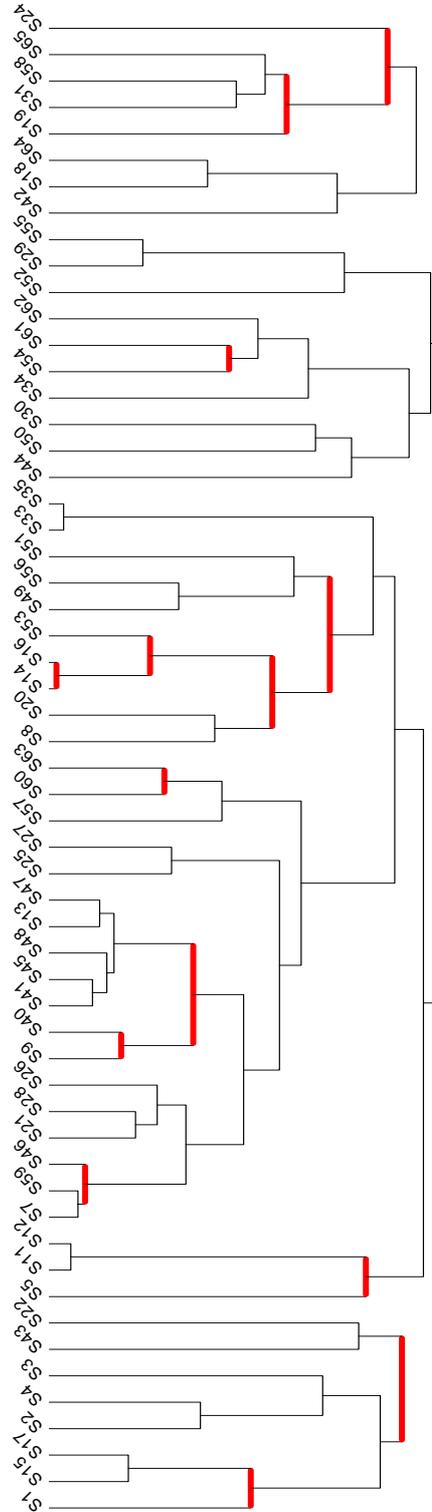
Queste strategie sono simili tra loro perché evidenziano come una scarsa manipolazione/osservazione oppure **la convinzione radicata che sia più corretto ordinare in un senso o nell'altro possa pregiudicare l'idea corretta di seriazione:**

$A>B>C>D \Rightarrow D<C<B<A \Rightarrow A>D$ e $D<A$ sempre. Nel II gruppo la variabile che le strategie simili, S2 (manipola tutto ma non ordina)-S4 (allinea alla base confrontandone 2 bacchette e poi aggiungendo le altre ma senza alcun criterio, non ordina e non trova l'eguaglianze)- S3 (allinea alla base confrontando 2 a 2, ma si ferma solo a trovare le uguaglianze di cui ne scarta una) con S43 (non argomenta/descrive ciò che fa al suo compagno)-S22 (individua l'errore ma non ne sa dare spiegazione), mettono in risalto la nocività **della mancata argomentazione/ descrizione** e scambio tra i due bambini su ciò che fanno; spesso non riescono a comunicare all'altro le loro idee, intenzioni, conoscenze. Tale mancanza non permette loro di crescere, come avviene invece per coloro argomentino le loro scelte, idee, azioni, pensieri, fungendo da esempio per l'altro. Di contro, appaiono vincenti le strategie simili S40 (argomenta logicamente)-S9(dopo aver seriato 2 elementi aggiunge una bacchetta per volta che dispone in ordine crescente o decrescente dopo averla confrontata con le altre già seriate, scartando una bacchetta degli uguali. Ordina tutte le bacchette).

¹⁸ Istituto di ricerca Matematica di Rennes, Università di Rennes I, prof. Regis Gras. Il programma CHIC è disponibile al seguente indirizzo: Prof.R.Gras IRMAR Institut Mathématique Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, Francia.

¹⁹ <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/implapriori.pdf>

²⁰ Vedi nota precedente



Analisi Implicativa:

L'analisi implicativa è uno strumento che, con un lavoro di impostazione dei dati, consente una chiara visualizzazione, per mezzo di grafici, dei rapporti di implicazione e di similarità tra le variabili analizzate. Tale analisi permette di individuare, se esistono, eventuali legami fra le risposte degli alunni. Il legame è di natura implicativa nel senso che risponde al quesito: è possibile affermare che se a è vero ciò implica anche b vero? O meglio a implica b , $a \Rightarrow b$? Ovviamente nel nostro caso a e b sono due differenti item.

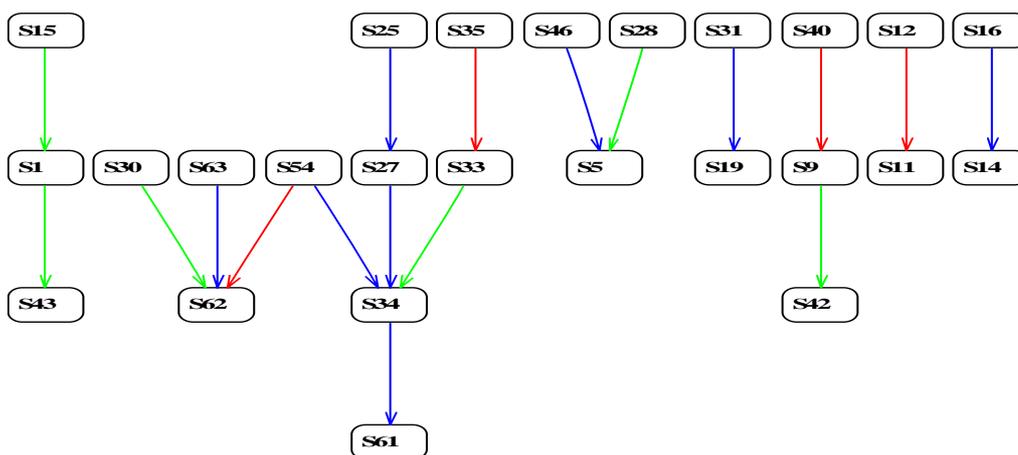
Ovviamente l'implicazione fra una coppia di item può essere estesa ad un legame implicativo fra gruppi di item o gruppi di variabili.

Qui il commento è legato al fatto che se **a implica b** significa che se ha risposto ad **a** allora ha risposto anche a **b**.

Come mette in evidenza il grafico la strategie S16 (trova corretto solo l'ordine crescente per cui è corretta solo la prima serie; riordina in tal senso gli oggetti delle altre due file) implica

S14 (suppone che solo l'ordine crescente sia quello corretto; individuando l'errore sia nella seconda che terza fila di oggetti); l'S12 (crede che in ogni fila vi sia un errore di seriazione- “pregiudizio”) implica l'S11 (non osserva bene e risponde impulsivamente in modo non corretto); **l'S40 (argomenta logicamente) implica l'S9 (dopo aver seriato 2 elementi aggiunge una bacchetta per volta che dispone in ordine crescente o decrescente dopo averla confrontata con le altre già seriate, scartando una bacchetta degli uguali.**

Ordina tutte le bacchette) e l'S42 (argomenta/describe ciò che fa al suo compagno); e così di seguito... per cui tutti i bambini che hanno scelto di attuare l'S16 a loro volta hanno scelto anche l'S14, chi ha scelto l'S12 conseguentemente ha anche scelto l'S11; chi l'S40 anche l'S9 e l'S42, ect...



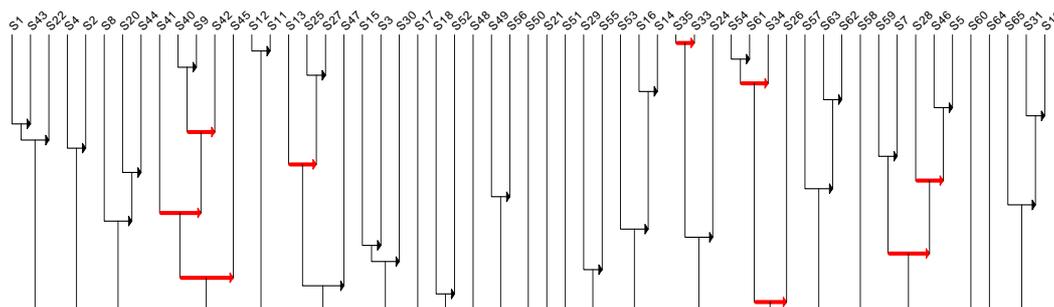
Implicazione Coesiva:

La gerarchia implicativa delle classi ci fornisce delle informazioni sulla implicazione tra classi di variabili. Per poter costruire un grafo per la gerarchia implicativa delle classi è necessario introdurre il concetto di coesione implicativa. L'implicazione si fa per aggregazioni successive di classi d'implicazione. Il principio è quello di riunire ad ogni passo di aggregazione la coppia di variabili o

la coppia di classi di variabili che presentano la massima coesione nella tappa considerata²¹.

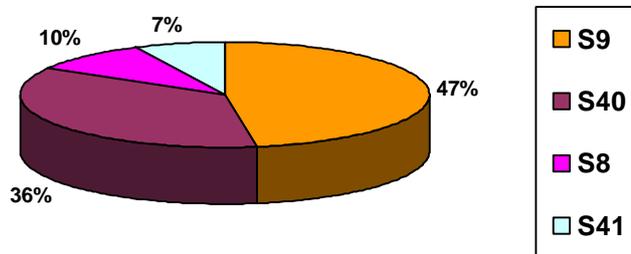
Dal grafo si notano solo dei piccoli gruppi di implicazione messi in risalto dalle frecce rosse:

Come si può notare le diverse strategie possono implicarne altre in modo diretto dando vita a semplici implicazioni, come nel caso dell'S35 con l'S33 o implicazioni molto più complesse come nel caso delle strategie S41 con i gruppi di variabili S40→S9→S42 e con S45.



Per la prima situazione-problema:

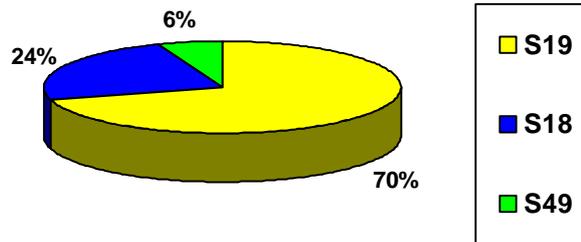
- 20 bambini hanno scelto la Strategia 42;
- 15 bambini hanno scelto la Strategia 9;
- 6 bambini hanno scelto la Strategia 40;
- 4 bambini hanno scelto la Strategia 8;
- 3 bambini hanno scelto la Strategia 41.



Per la seconda situazione-problema:

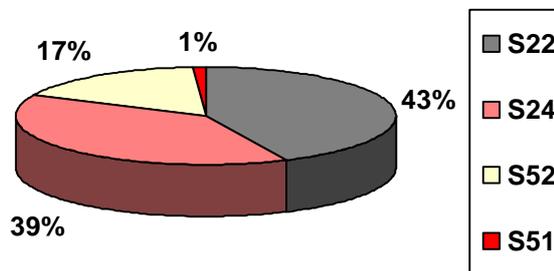
- 24 bambini hanno scelto la Strategia 19;
- 8 bambini hanno scelto la Strategia 18;
- 2 bambini hanno scelto la Strategia 49.

²¹ Ibidem nota n. 19



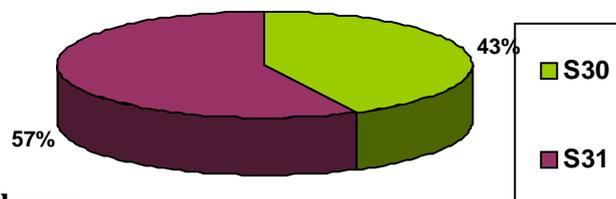
Per la terza situazione-problema:

- 38 bambini hanno scelto la Strategia 22;
- 34 bambini hanno scelto la Strategia 24;
- 15 bambini hanno scelto la Strategia 52;
- 1 bambino ha scelto la Strategia 51.



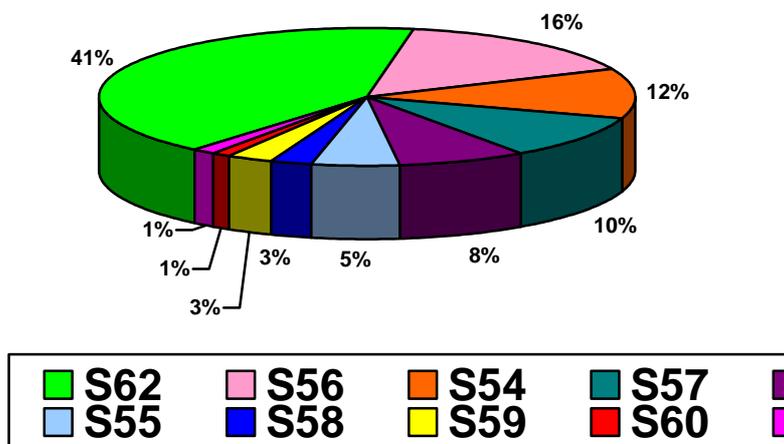
Per la quarta situazione-problema:

- 16 bambini hanno scelto la Strategia 30;
- 16 bambini hanno scelto la Strategia 31.



Per la quinta situazione-problema:

- 32 bambini hanno scelto la Strategia 62;
- 12 bambini hanno scelto la Strategia 56;
- 9 bambini hanno scelto la Strategia 54;
- 8 bambini hanno scelto la Strategia 57;
- 6 bambini hanno scelto la Strategia 63;
- 4 bambini hanno scelto la Strategia 55;
- 2 bambini hanno scelto la Strategia 58;
- 2 bambini hanno scelto la Strategia 59;
- 1 bambino ha scelto la Strategia 60;
- 1 bambino ha scelto la Strategia 64.



I grafici a torta sopra raffigurati mettono in luce le percentuali di scelta delle strategie corrette, dunque quanto di positivo si è osservato per ciascuna delle cinque situazioni problema. È bene, per poter meglio fare il punto della situazione, riportare una breve analisi comparativa tra il numero dei bambini che hanno adottato strategie corrette ed il numero dei bambini che hanno optato per strategie errate.

Da questa emerge che:

☐ Nella prima situazione problema 20/64 bambini hanno adottato delle strategie corrette e hanno dimostrato di saper argomentare al compagno ciò che facevano; gli stessi (20 bambini), descrivono ciò che vanno facendo e di questi, 6 bambini hanno saputo argomentare logicamente le proprie posizioni, riuscendo nella maggior parte dei casi a convincere il compagno (attraverso semplici argomentazioni-dimostrazioni) della correttezza delle proprie idee; 3 di loro dichiarano di voler fare una scala. 42 bambini hanno scelto strategie errate, per cui non sono riusciti a seriare le barrette; 2 si rifiutano di “seriare”; 1 bambino è assente.

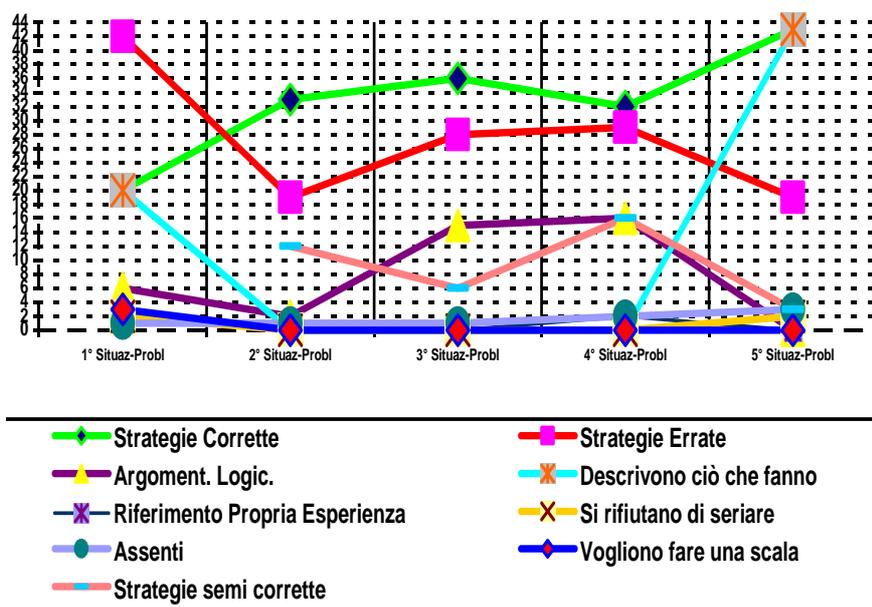
☐ Nella seconda situazione problema 33/64 bambini rispondono correttamente e di questi solo 2 argomentano logicamente (spiegano le loro scelte). 19 bambini hanno scelto strategie errate; mentre i restanti 12 bambini hanno optato scelte semi corrette in quanto in parte viziate da pregiudizi sul test (per es. se è sbagliata la prima fila di elementi lo sono anche le seguenti) oppure riguardanti il concetto di seriazione (per es. trovando corretto l’ordine crescente e giudicando errato quello decrescente, e viceversa). 1 bambino è assente.

☐ Nella terza situazione problema 36/64 rispondono correttamente al test, riuscendo a seriare i coni fuori posto ma di questi, 21 non sanno dare una giustificazione alla propria scelta, mentre 15 la argomentano. 28 bambini adottano strategie errate di cui 6 bambini individuano il cono nella posizione errata ma non sanno giustificare la loro scelta né riposizionarlo; 1 bambino è assente.

☐ Nella quarta situazione problema 32/63 bambini rispondono correttamente, di cui 16 argomentano la propria scelta; i restanti 29 bambini non rispondono correttamente e di questi 2 fa riferimento alla propria esperienza. 2 bambini risultano assenti assenti.

☐ Nell'ultima situazione problema, a mia grande sorpresa, solo 19/62 bambini non hanno saputo seriare i bottoni e di questi, 2 non hanno portato a termine l'attività. I restanti 43 bambini sono tutti riusciti a portare a termine con successo l'attività descrivendo di pari passo ciò che andavano facendo e le loro intenzioni sul da fare. 3 i bambini assenti.

Quanto detto è stato graficamente sintetizzato:



Conclusioni e problemi aperti

Le attività di ricerca e di sperimentazione s’inseriscono nell’ambito delle nuove scienze della formazione e dell’educazione e rispondono alle istanze portate avanti dal dibattito psicopedagogico con precise esigenze scientifiche, tese a migliorare la qualità dell’insegnamento-apprendimento attraverso la metodologia fondata sul principio della personalizzazione dei percorsi educativi.

La differenza tra il sapere nozionistico e il possedere una padronanza personale effettiva non dipende dai contenuti in sé, ma proprio dall’acquisizione di una metodologia scientifica che aiuti l’alunno ad individuare il significato delle nozioni, che agevoli la scoperta di relazioni significative tra le discipline e le esperienze di vita, imparando, dunque, a spostare l’attenzione sul processo cognitivo che sta dietro l’organizzazione dei nessi logici, l’acquisizione delle competenze linguistiche e comunicative, la rielaborazione personale dei messaggi, l’espressione della propria creatività, che fanno emergere nell’alunno il gusto di esprimere la propria personalità.

Ogni proposta o programma di sperimentazione deve fondamentalmente contenere:

- l'identificazione del problema che si vuole affrontare con una motivazione dettagliata;
- la formulazione scientifica dell'ipotesi di lavoro;
- l'individuazione degli strumenti e delle condizioni organizzative;
- la descrizione dei procedimenti metodologici nelle varie fasi della sperimentazione;
- le modalità di verifica dei risultati e della loro pubblicazione.

La ricerca e la sperimentazione in didattica sono, quindi, una risorsa importante per una scuola aperta e dinamica che sappia usufruire, con una gestione responsabile, tutte le opportunità offerte anche dell'extra-scuola. In definitiva tutti gli strumenti che la scuola ha a disposizione vanno utilizzati per fornire agli alunni un ambiente educativo in grado di stimolare le loro potenzialità naturali, di suscitare il bisogno di apprendere, di compiere esperienze significative e di arricchimento dando vita a momenti di riflessione all'interno dell'attività didattica.

L'insegnante-ricercatore, che è cosciente di tale condizione, sceglie come paradigma di riferimento la ricerca in didattica per compiere a livello epistemologico, metodologico e organizzativo un'operazione di sintesi “tra ricerca sperimentale e ricerca-azione, attraverso la messa a punto di una situazione a-didattica”. Ciò ha richiesto “un apparato-teorico sperimentale che coinvolgerà uno studio epistemologico dei linguaggi matematici, un'analisi a-priori del sistema sapere – allievo – insegnante – situazione didattica, un'analisi dell'attività sperimentale qualitativa e quantitativa attraverso strumenti statistici costruiti ad hoc per la didattica”²².

Dalla sperimentazione sono emersi elementi interessanti che avvalorano la mia ipotesi di ricerca. Si evidenzia, infatti, anche attraverso registrazioni audio e video, come una parte considerevole dei bambini testati abbia scelto, in relazione alle cinque situazioni-problema, delle strategie corrette. Ciononostante, il dato emerso non consente di generalizzare il risultato poiché il campione di bambini coinvolti nella sperimentazione era molto esiguo. In questa sede si può però dedurre che, tenendo conto degli elementi acquisiti secondo la metodologia di ricerca e le ipotesi formulate, non possiamo considerare completamente valida la tesi di Piaget. Il risultato che emerge in modo evidente dall'analisi qualitativa e quantitativa dei dati sperimentali è il seguente:

<<Se il bambino non riesce ad dominare contemporaneamente le seriazioni crescenti e decrescenti, non riuscirà mai a seriare un insieme qualunque di oggetti>>

L'esperienza condotta fa accrescere in me dei dubbi e contemporaneamente il desiderio di approfondire ulteriormente questa ricerca, soprattutto in merito al fatto della radicata convinzione che si riscontra spesso tra i bambini di ordinare esclusivamente in un senso o nell'altro, pregiudicando l'idea corretta di

²² SPAGNOLO, “*Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*”, 16.

seriazione: $A < B < C < D \Rightarrow D > C > B > A \Rightarrow A < D$ e $D > A$ sempre. Dunque l'errore sta nel **guardare al più grande o al più piccolo**; questo metodo **ostacola la seriazione** di tutto ciò che sta in mezzo.

L'esperienza condotta fa emergere la necessità di definire non soltanto un quadro teorico più ampio, che prenda in considerazione ad esempio le ricerche in Neuroscienza, ma anche domande di ricerca più specifiche capaci di focalizzare nuove prospettive di indagine in accordo/disaccordo con le teorie piagetiane.

Ringrazio il Prof. Filippo Spagnolo per la sua attenta supervisione nel lavoro di tesi e nella stesura finale dell'articolo, ed il Dott. Benedetto Di Paola per i suoi preziosi consigli.

Riferimenti bibliografici

1. Benvenuti C., Grimaldi F., *La matematica con il corpo*, Erickson, Gardolo (Trento), 2003.
2. Berti A. E., e Bombi A. S., *Psicologia del bambino*, Bologna, Il Mulino, 1985.
3. Brousseau G., *Théorie des Situations didactiques*, La pensée Sauvage, Grenoble, 1998
4. Capaldo N., Rondinini L., *La scuola dell'infanzia nella riforma*, Erickson, Gardolo – Trento, 2004.
5. Ceraulo L. et. al., “*Ricerca in didattica*” Atti del seminario di studi tenuto a Isola delle Femmine dal 15 al 19 dicembre 1997, IRRSAE SICILIA
6. Crumley J. S. II, “*Epistemology and the Nature of Knowledge*”, in Id. (eds.), “*reagings in Epistemology*”, Mayfield Publishing Company, Mountain View (California) 1999.
7. Di Nuovo S., “*Fare ricerca. Introduzione alla metodologia per le scienze sociali*”. Bonanno Editore, 2003.
8. Dispensa del Prof. Coniglione Francesco, “*Lezioni di logica e filosofia della scienza*”, per gli studenti del C.d.L. in Scienze e Tecniche Psicologiche, a.a. 2002-03.
9. Enciclopedia Garzanti di Filosofia, Garzanti, Milano 1981, p. 256.
10. Ferrier J. F., *Institutes of Metaphysics*, Paris 1854; AA. VV., *Maly słownik terminów i pojęć filozoficznych*, Inst. Wyd. Pax, Warszawa 1983; AA.VV., *Leksykon Filozofii klasycznej*, Tow. Nauk. KUL, Lublin 1997.
11. Flavell, J. H. (1963). *The developmental psychology of Jean Piaget*. Princeton: Van Nostrand. (trad. 1971. *La mente dalla nascita all'adolescenza nel pensiero di Jean Piaget*. Roma: Astrolabio).
12. Gasparski W., “*Teoria poznania*” [Teoria della conoscenza], in “*Filosofia a nauka*” [Filosofia e scienza], Ossolineum Wroclaw et al. 1987, p. 708.
13. Kim J., “*What is 'Naturalized Epistemology'?*”, in J. S. Crumley II (ed.), op. cit. alla nota 3, p. 467.
14. Kornblith H., “*In Difense of Naturalized Epistemology*”, in J. Greco & E. Sosa, eds. *The Blackwell Guide to Etimology*, Blackwell, Malden MA/Oxford 1999, p. 159.

15. Lanfredini R., *“Filosofia della scienza”*, in ‘La filosofia’ , a cura di P. Rossi, vol.I, ‘Le discipline filosofiche’, UTET, Torino 1997, p. 70.
16. Pasquinelli, *Filosofia della scienza (epistemologia)*, in Enciclopedia Feltrinelli-Fischer, Feltrinelli, Milano 1972, vol. XIV p. 184.
17. Piaget J. e Inhelder B., *La représentation de l’espace chez l’enfant*, Paris, PUF, 1948, cap. II.
18. Piaget J., *“Lo sviluppo mentale del bambino e altri studi di psicologia”*, Six études de Psychologie, PICCOLA BIBLIOTECA ENAUDI-PSICOLOGIA. PSICOANALISI. PSICHIATRIA.
19. Piaget J., Inhelder B., *“La genès des structures logiques elementaires”*. Paris Neuchatel: Delachaux et Niestlè (1967). Trad. 1977 *“La genesi delle strutture logiche elementari, classificazione e seriazione”*. Firenze: La Nuova Italia.
20. Piaget J., Szeminska A., *La genèse du nombre chez l’enfant*, Neuchatel-Paris, Delachaux et Niestlé, 1941, cap. VI (trad. it. *La genesi del numero nel bambino*, Firenze, La Nuova Italia, 1968
21. Popper K., *“I due problemi fondamentali della teoria della conoscenza”* (1930-33), Il Saggiatore, Milano 1987, p. 8, 58-59,111.
22. Popper K., *“Logica della scoperta scientifica”* (1934), Einaudi, Torino 1970, p. 32.
23. Popper K., *“Prefazione alla prima edizione inglese”*, in Id., *“Logica della scoperta scientifica”*, Cit., p. XXII, di Popper.
24. Popper K. R., *“Scienza e Filosofia”*, Torino, Einaudi, 1983.
25. Rorty Richard nel suo celebre volume *“La filosofia e lo specchio della natura”* del 1979, Bompiani, Milano 1986.
26. Rubagotti G., *Manuale di Formazione e Aggiornamento per i docenti della scuola materna*, Milano, Fabbri Editore, 1992.
27. Spagnolo F., Scimone A., *Argomentare e congetturare nella Scuola Primaria e dell’Infanzia*, Palumbo editore, 2005.
28. Spagnolo F., *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, Firenze, La Nuova Italia, 2000.
29. Vianello R., *“Psicologia dello sviluppo”*, per l’Università III edizione, Edizioni junior. p. 115-116.
30. Zingarelli minore, *Vocabolario della lingua italiana (C) 2001 Zanichelli editore.*

Altre fonti visionate:

- <http://math.unipa.it/~grim/>
 - Tesi di laurea di Alongi
 - Tesi di laurea di Miceli
 - Tesi di laurea di Sardisco
 - Tesi di laurea di Lucchese
 - Tesi di laurea di Grimaldi
- www.istruzione.it