

Una prospettiva sulle ricerche riguardanti la didattica della statistica

Filippo Spagnolo¹

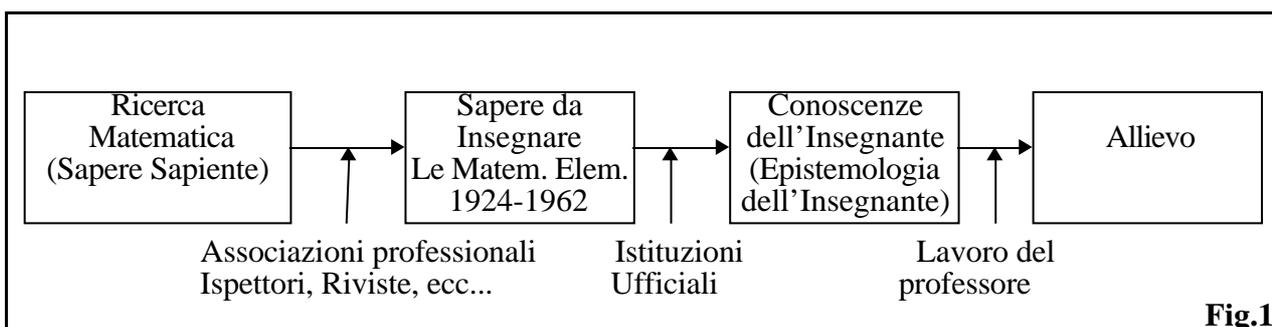
Questo intervento ha lo scopo di evidenziare i lavori riguardanti la Didattica della Statistica e della Probabilità condotti dai Gruppi di ricerca finanziati dal C.N.R. ed operanti presso i Dipartimenti di Matematica Italiani dal 1975 ad oggi. I commenti ai lavori tenderanno di mettere in evidenza l'evoluzione della linea di ricerca sino ai nostri giorni.

1.0 La didattica delle matematiche ha in Italia una tradizione oramai secolare. Le riflessioni storiche, storico-epistemologiche ed epistemologiche sulle matematiche avevano permesso alla comunità matematica degli inizi del secolo di poter mettere a punto una Enciclopedia delle Matematiche Elementari. Questo lavoro ebbe inizio con la pubblicazione del 1° volume nel 1924² che trattava di argomenti di utilizzo immediato nella trasposizione didattica. Il primo capitolo é però dedicato alla logica in quanto la sistematizzazione dei linguaggi matematici aveva assunto agli inizi del secolo un ruolo particolarmente rilevante non soltanto nell'ambito dei matematici professionisti.

L'Enciclopedia delle Matematiche Elementari e Complementari sarà portata a compimento soltanto nel 1962 con il volume dedicato alla "Metodologia Statistica: Integrazione e comparazione dei dati" (a cura di C.Gini e G.Pompilj).

Questo fatto é estremamente significativo dell'atteggiamento della comunità dei Matematici (nel senso più generale del termine) riguardo al problema della Statistica e della sua trasposizione didattica.

In generale ogni trasposizione didattica può essere così schematizzata:



Per ogni passaggio bisogna tenere conto delle condizioni storico-culturali del periodo che si va ad esaminare. Riferendoci alla situazione Italiana il volume di metodologia Statistica fornisce delle indicazioni per una possibile trasposizione didattica, in quel determinato periodo storico, presumibilmente per l'insegnamento universitario.

2.0 Tra il 1975 ed il 1980³ vengono creati in Italia dei Gruppi di Ricerca in Didattica delle Matematiche in parecchie sedi universitarie della penisola. I prodotti relativi alle riflessioni teorico-sperimentali vengono pubblicati, anche se ancora nei programmi ministeriali non compare né statistica né probabilità:

- G.Prodi, *Matematica come scoperta* (3 volumi con guide per gli insegnanti), Ed. D'Anna. Il testo ha un approccio metodologico per "problemi" e privilegia il momento della scoperta. I problemi proposti agli allievi devono consentire un utilizzo dei linguaggi matematici i più svariati. Proprio per questo motivo i primi capitoli sono dedicati alla probabilità e statistica (descrittiva e induttiva). La probabilità aiuta l'attività euristica nella risoluzione di problemi. La statistica viene presa in considerazione per il suo apporto di collegamento tra la matematica e un gran numero di scienze naturali ed umane. Il terzo volume riguardante l'Analisi Matematica (in collaborazione con E. Magenes) si serve del linguaggio probabilistico soprattutto nell'introduzione delle successioni.

¹ Componente del G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche), Dipartimento di Matematica dell'Università di Palermo.

² A cura di L.Berzolari-G.Vivanti-D.Gigli. Gli argomenti trattati riguardavano: Logica, Aritmetica Generale, Aritmetica pratica, Teoria dei numeri, Analisi indeterminata, Progressioni, Logaritmi, Calcolo numerico.

³ G.Prodi, Una scuola senza memoria, Lettera Pristem, n.24, 1997.

- F.Speranza-A.R.Dell'Acqua, *Matematica* (1, 2, 3, 4, 5), Ed. Zanichelli. Le matematiche sono vissute come linguaggi e viene privilegiata (nella prima edizione) la sistematizzazione Bourbakista. Ha rappresentato un buon testo di riferimento per la preparazione dell'insegnante. Gli elementi riguardanti la probabilità sono presenti, come nella impostazione classica, nel capitolo introduttivo all'analisi. In una nuova edizione dal titolo "Il linguaggio della Matematica" (3 vol., 1979) nei complementi al 1° volume compare sia la probabilità che la statistica. Nel terzo volume vi è una sistematizzazione della statistica e della probabilità. L'approccio metodologico è quello a spirale. Uno stesso argomento viene ripreso in periodi successivi.
- L.Lombardo Radice-L.M.Proia, *Il metodo matematico* (3 volumi), Ed.Principato. L'approccio è ancora per problemi ma con una angolazione di tipo storico-culturale. Viene privilegiato il "metodo" matematico. Già nel primo volume un capitolo è dedicato alla probabilità (Anche nel caso entra la matematica: calcolo combinatorio, probabilità, genetica). Nel secondo volume si ritorna sulla probabilità, sulla correlazione, la formula di Bayes ed infine la definizione assiomatica di probabilità. Anche in questo caso l'approccio metodologico è a spirale attraverso delle sistematizzazioni formali successive.
- V.Villani-B.Spotorno, *Matematica, idee metodi* (2 volumi), Ed. La Nuova Italia. L'approccio segue la metodologia della scoperta scientifica: "il momento induttivo in cui, dopo essere "inciampati" in un problema, si intuiscono e si formulano le sue possibili soluzioni (anche tra loro diverse); il momento della riflessione e sistemazione teorica dei procedimenti usati a livello intuitivo; il momento dell'utilizzazione dei procedimenti elaborati nella teoria, per affrontare e risolvere con metodi "standard" altri problemi, dello stesso tipo di quelli dai quali la teoria ha tratto origine."(presentazione al 1° volume). La statistica e la probabilità sono quindi un motivo conduttore dei due volumi e li ritroviamo completamente integrati nel percorso didattico.

Queste esperienze riuscirono, in parte, ad entrare nelle attività scolastiche dei corsi sperimentali e qualche volta anche in quelli non sperimentali. Servirono molto per la formazione degli insegnanti. Ma la mancata riforma delle secondarie superiori ben presto fece perdere le tracce di questo lavoro. Bisogna dire che le riflessioni teoriche di questi progetti erano soprattutto legate all'innovazione ma già si intravedevano anche le problematiche di ricerca didattica riguardanti i processi di apprendimento

I programmi del 1979 della scuola media riprendono il discorso sulla trasposizione didattica delle matematiche. I gruppi di Ricerca didattica preparano anche delle interpretazioni alle tracce dei programmi ministeriali. Iniziano in questo momento le prime ricerche organiche sui processi di apprendimento delle matematiche. I riferimenti teorici sono quelli di Piaget. Nei programmi ministeriali vi sono anche dei riferimenti all'approccio metodologico. Queste ricerche avranno un impulso maggiore con l'entrata in vigore dei programmi per la scuola elementare del 1981. Nelle riviste di didattica della matematica si dibattono problemi del tipo: "Che cosa è il pensiero algebrico?", "Quando si raggiunge il pensiero formale sulla probabilità?", ecc...⁴.

3.0 I gruppi di ricerca che si occupano di statistica e probabilità pubblicano a partire dal 1987 alcuni "Quaderni" relativi ad un progetto strategico del C.N.R. sulle "Tecnologie e Innovazioni Didattiche":

- A.Pesci-M.Reggiani, *Statistica e probabilità nella scuola media inferiore: una proposta didattica*, Quaderno n.1, 1987⁵. Vengono esplicitate le proposte didattiche attraverso del materiale didattico (schede) e con note didattiche per l'insegnante.
- Autori vari, *Tre proposte didattiche per l'insegnamento di statistica e probabilità con l'utilizzo del computer*, Quaderno n.5, 1990⁶. Sintesi di una sperimentazione (841 insegnanti della regione Friuli- Venezia Giulia) cogestita dal gruppo di ricerca C.N.R. del Dipartimento di Matematica e l'I.R.R.S.A.E.. L'introduzione del computer agevola la riflessione e la discussione su argomenti di didattica delle matematiche innovative.

⁴ Le riviste di didattica della matematica riferimento di questi lavori sono:

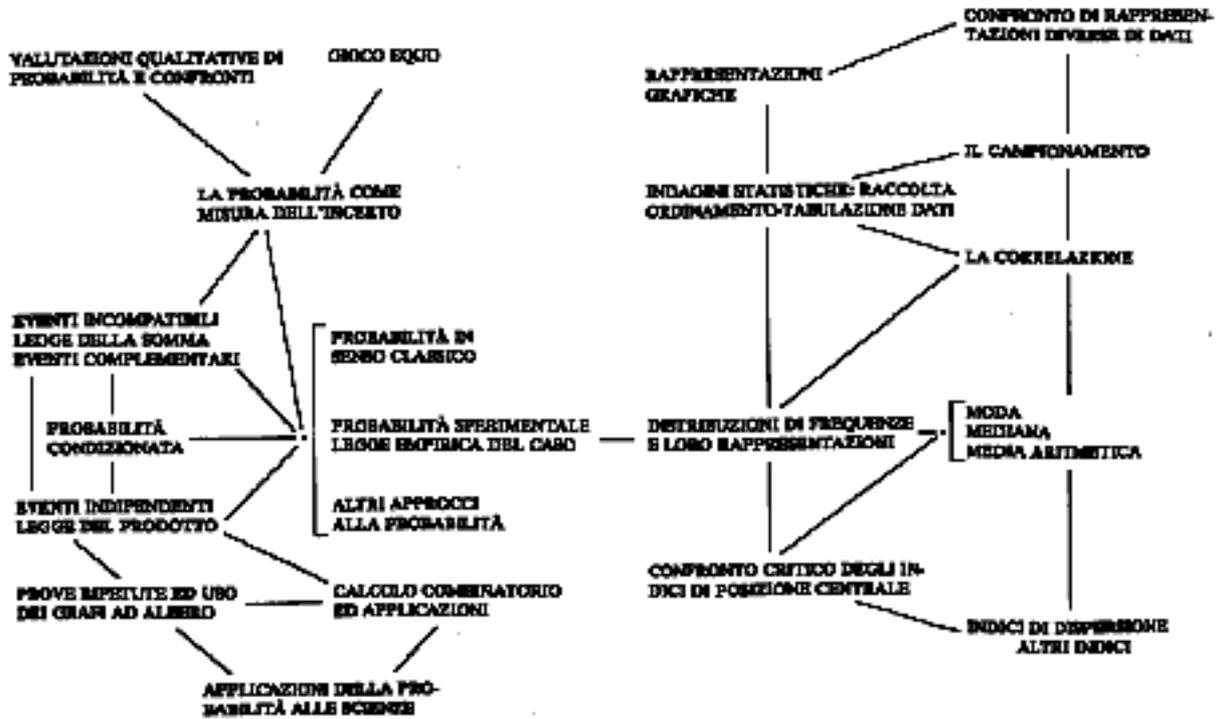
- L'Insegnamento della matematica e delle scienze integrate, Istituti Filippin, Paderno del Grappa.
- L'Educazione della Matematica, C.R.E.S.M. di Cagliari, viale merello, 92.
- La Matematica e la sua didattica, Editrice Pitagora, Bologna.

⁵ I quaderni possono essere richiesti al Gruppo di ricerca didattica di Pavia, via Abbiategrosso n.215. Una versione del testo è stata pubblicata dalla SEI nel 1988. Nel 1990 la SEI pubblica un analogo volume per la scuola elementare: M.Boffa-C.Caredda, Probabilità e insegnamento elementare.

⁶ I quaderni possono essere richiesti al Gruppo di ricerca didattica di Trieste, Piazzale Europa, 1.

- N.Malara, *Probabilità e statistica nella scuola media: analisi di alcuni libri di testo*, Quaderno n.6, 1990⁷. Il testo propone una griglia di classificazione dei testi scolastici per la scuola media.

La griglia di analisi tratta da pag.14 é la seguente:



⁷ I quaderni possono essere richiesti al Gruppo di ricerca didattica di Modena, Via campi, 213/B.

- G.Coletti-F.Menconi-M.A.Pannone, *L'insegnamento della probabilità e della statistica nella scuola media inferiore: una proposta di aggiornamento*, Quaderno n.11, 1990⁸. Raccoglie il materiale didattico per l'aggiornamento degli insegnanti. La presentazione dei contenuti é di tipo epistemologico con la presentazione di itinerari didattici come ad esempio quello di progettare un'inchiesta.

Una sintesi dei lavori riguardanti l'attività dei gruppi di ricerca didattica in Italia al 1990 la si può ritrovare nel N.U.M.I. (notiziario dell'Unione Matematica Italiana) del Marzo 1990 (suppl. al n.3) sul "13° Convegno sull'Insegnamento della Matematica: I programmi di matematica nella scuola media 10 anni dopo (Brescia 1989)". In particolare A.Pesci e M.Reggiani analizzano proponendo una sintesi i lavori di ricerca dei gruppi. Oltre ai citati "Quaderni" vengono esaminate le comunicazioni a convegni, gli articoli apparsi nelle riviste e i reports interni dei gruppi.⁹

4.0 Per quanto riguarda la scuola secondaria superiore, dopo le riflessioni della prima metà degli anni settanta, si ritorna a *parlare* di riforma e nel 1988 il 12° Convegno nazionale dell'U.M.I. (Unione Matematica Italiana) é dedicato alla Matematica nella scuola secondaria superiore¹⁰. Da segnalare gli interventi di: 1) G.Lolli, "Matematica e ragionamento", argomento trasversale all'insegnamento di tutti i linguaggi matematici ; 2) F.Furinghetti, "Un questionario per insegnanti di matematica nella scuola secondaria superiore", lavoro di indagine conoscitiva condotto in collaborazione con l'I.R.R.S.A.E. Liguria e C.I.D.I. di Genova sulle sperimentazioni dei programmi riguardanti il Piano Nazionale Informatica. Il questionario affronta gli aspetti metodologici ed educazionali del fare matematica analizzando anche Statistica e Probabilità.

Il 16° Convegno dell'U.M.I. (Ott. 1993) é dedicato a "Probabilità e statistica nella scuola secondaria"¹¹. Di particolare interesse l'intervento di C.Rossi sul "Ragionamento induttivo - ragionamento deduttivo: problemi e implicazioni nell'insegnamento del calcolo delle probabilità e della statistica". Gli argomenti trattati riguardano sia gli aspetti epistemologici che di metodologia didattica. Sono presentate anche esperienze riguardanti l'introduzione del computer. Una traccia di discussione viene proposta da G.Prodi su "La Probabilità e i suoi rapporti con gli altri temi matematici nella scuola secondaria superiore". Tale proposta oltre ad affrontare le questioni classiche dei collegamenti interviene anche sul significato del "pensare probabilisticamente o pensare statisticamente".

5.0 La quasi totalità delle ricerche didattiche hanno le seguenti caratteristiche:

1. si occupano di innovazioni riguardanti i contenuti: riflessioni epistemologiche¹² (approcci alla probabilità, ad esempio), riflessioni storico-epistemologiche (il percorso storico come modello da riprodurre per l'insegnamento, ad es.).
2. si occupano di innovazioni riguardanti la metodologia.
3. si occupano di problemi riguardanti i processi di apprendimento dal punto di vista dello psicologo cognitivista: interpretazione dei "comportamenti" degli allievi di fronte ad un problema attraverso diversi schemi di riferimento teorici¹³.

Un paradigma di ricerca in Didattica delle Matematiche può consentire di poter argomentare efficientemente i "fenomeni di Insegnamento". Uno dei paradigmi che si sta affermando é quello della "Teoria delle situazioni didattiche". I fenomeni di insegnamento /apprendimento inseriti in un Modello di "Epistemologia sperimentale" hanno il seguente schema di riferimento:

⁸ I quaderni possono essere richiesti al Gruppo di ricerca didattica di Perugia, Via A.Pascoli.

⁹ Analogo lavoro per le Scuole Elementari viene presentato nel N.U.M.I. del Maggio 1991 (suppl. al n.5) atti del "14° Convegno sull'Insegnamento della Matematica: la prima educazione matematica". La parte riguardante la Probabilità e la Statistica é curata da C.Caredda.

¹⁰ N.U.M.I. Luglio 1989, suppl. al n.7.

¹¹ N.U.M.I. Luglio 1994, ssuppl. al n.7.

¹² In questo quadro vanno riferiti i lavori riguardanti la "Filosofia della probabilità" (D.Costantini-L.Geymonat, Feltrinelli, 1982) e la storia della Probabilità e statistica.

¹³ Altro discorso é il lavoro di epistemologia genetica di Piaget sul raggiungimento del pensiero formale da parte del soggetto per quanto riguarda la probabilità. Questo ci fornisce uno schema di riferimento riguardante i livelli di apprendimento, ma sempre in una situazione sperimentale non di insegnamento/apprendimento.

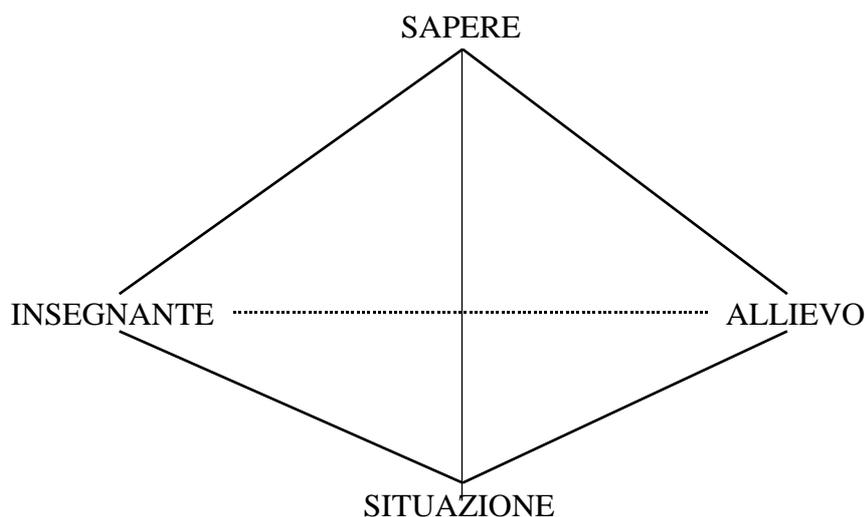


Fig.2

Ciascuno di queste relazioni rappresenta una parte della questione riguardante i “fenomeni di insegnamento”. La relazione Sapere-Insegnante ad esempio rappresenta l’epistemologia dell’insegnante. La teoria delle situazioni didattiche é dovuta a G.Brousseau¹⁴.

Nell’ambito di questo paradigma viene presentato un lavoro sperimentale sulle concezioni della nozione di probabilità condizionale¹⁵.

Nella teoria della probabilità si riconosce l’importanza delle nozioni di indipendenza stocastica e di probabilità condizionale e certe difficoltà didattiche ed epistemologiche che li accompagnano:

- confondere l’indipendenza degli eventi e la loro incompatibilità;
- credere che l’indipendenza stocastica condizionale comporta l’indipendenza stocastica incondizionale;
- ammettere che l’indipendenza stocastica di n ($n \geq 3$ eventi presi a due a due comporta l’indipendenza stocastica di quegli n eventi nel loro insieme, ecc...

Il lavoro di R.Gras¹⁶ e dei suoi collaboratori é consistito nel verificare se le seguenti concezioni erano presenti in allievi del 1° anno di università di Rennes:

- *Concezione cronologista della probabilità condizionale $P_A(B)$ é il fatto di imporre sistematicamente una relazione temporale tra i due eventi A e B : l’evento condizionante A sarà necessariamente anteriore all’evento condizionato B . Una questione dove si chiederà di invertire questa relazione temporale e di calcolare la probabilità di un evento passato conoscendo un evento futuro potrà sembrare totalmente sprovvisto di senso a un allievo che mobilita questa concezione.*
- *Concezione causalista della probabilità condizionale $P_A(B)$ si manifesta con l’introduzione (implicita) di una relazione di causa a effetto di causa (A é la causa di B). Una questione dove si*

¹⁴ La bibliografia riguardante la teoria si trova nella rivista R.D.M. “*Recherches en Didactique des Mathématiques*”(Edition La Pensée Sauvage, B.P. 141 - F. 38002 Grenoble). Il riferimento ai lavori di G.Brousseau: 1) *Théorisation des phénomènes d’enseignement des Mathématiques*, Tesi di Stato, Università di Bordeaux I; 2) *Problemes de didactique des decimaux*, RDM, vol.2.1, 1981. In lingua italiana i riferimenti si possono trovare in alcuni articoli pubblicati sui “Quaderni di Ricerca in Didattica” del G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull’Insegnamento della Matematica) di Palermo (Indirizzo INTERNET: <http://hpdma2.math.unipa.it/grim/GRI.HTM>). Nel sito internet sono presenti gli indici dei quaderni.

¹⁵ Ci riferiremo al volume monografico di R.D.M. di Régis Gras, “*L’implication statistique: nouvelle méthode exploratoire de données*”, 1996. In questo volume vengono presentati metodi statistici messi a punto per la ricerca in didattica delle matematiche come l’implicazione statistica tra variabili o classi di variabili. Tale strumento consente, ad esempio, di poter stabilire, in un questionario, se una questione implica un’altra questione ed in che misura. Il rapporto tra l’analisi a-priori di un questionario e la contingenza viene affrontato in un lavoro di F.Spagnolo che apparirà sul prossimo numero dei “Quaderni di Ricerca in Didattica” del GRIM (“L’analisi a-priori e l’indice di implicazione statistica di Gras”).

¹⁶ Ci riferiremo al cap. IV del volume già citato (pag.175-202).

chiederà di invertire questa relazione e di calcolare la probabilità di una causa conoscendone una conseguenza potrà sembrare un nonsenso ad un allievo che mobilita questa concezione.

- *Concezione cardinale della probabilità condizionale conduce a trasferire sistematicamente la quantificazione tradizionale di una probabilità di eventi elementari (“casi favorevoli su casi possibili”) alla probabilità condizionale. questo si manifesta attraverso la sostituzione della probabilità condizionale di B conoscendo, $P_A(B)$, dal rapporto { EMBED Equation.2 } (corretto nel caso molto particolare di equiprobabilità), o { EMBED Equation.2 } che é generalmente falso. Essa si oppone dunque a una concezione rigorosa (uso della definizione formale del concetto).(pag.176-177 o.c.)*

In un altro lavoro di R.Gras e A.Totohasina¹⁷ dal titolo “*Chronologie et causalité, conceptions sources d’obstacles épistémologiques à la notion de probabilité conditionnelle*” gli autori dimostrano che le concezioni cronologista e causalista si oppongono alla reversibilità necessaria al trattamento della formula di Bayes¹⁸.

¹⁷ RDM, vol.15, n.1, ppp.49-95, 1995.

¹⁸ Per una sistemazione teorica più recente riguardo gli Ostacoli Epistemologici: F.Spagnolo, *Obstacles Epistémologiques: Le postulat d’Eudoixe-Archimede*, Tesi di Dottorato, Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM, Suppl. al n.5, 1995, Palermo.