

Università degli studi di Palermo
Facoltà di Scienze della Formazione
Corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria

*Osservazioni sperimentali sull'acquisizione
ordinale e/o cardinale del Numero Naturale
nella scuola dell'infanzia*

Relatori:

Prof.ssa La Marca Alessandra

Prof.re Spagnolo Filippo

Studentessa

Picone Chiara

Anno Accademico 2002/2003

Indice.

Introduzione.

Capitolo 1

- 1.0 Presentazione del lavoro sperimentale didattico.
- 1.1 Analisi epistemologica e storico-epistemologica.
- 1.2 Ipotesi di ricerca.
- 1.3 La sperimentazione: Il gioco "Quantità numeriche".
- 1.4 Campione.
- 1.5 Metodo.
- 1.6 Analisi a priori dei comportamenti attesi da parte degli allievi.
- 1.7 Analisi dei dati sperimentali.
 - 1.7.1 Analisi descrittiva.
 - 1.7.2 Analisi implicativa delle variabili.
- 1.8 Conclusioni.

Capitolo 2

- 2.0 La ricerca sperimentale.
- 2.1 La sperimentazione nella scuola.
- 2.2 La teoria delle situazioni.

Capitolo 3

- 3.0 I Nuovi Orientamenti del '91.
- 3.1 Lo spazio, l'ordine e la misura.
- 3.2 Indicazioni nazionali delle Attività educative del '99.
- 3.3 Proposte operative.

Conclusioni.

Appendice.

Bibliografia.

Capitolo 1

1.0 Presentazione del lavoro sperimentale didattico

Nel presente capitolo, vengono descritte e presentate le fasi del lavoro sperimentale didattico che ho condotto in due scuole statali dell'infanzia di Palermo, nell'anno scolastico 2003 (Febbraio).

Le sezioni coinvolte sono state quattro, di cui due dell'Istituto comprensivo Scuola materna-elementare-media "G. Falcone", presso il plesso "M. C. Luinetti", e due sezioni del Circolo Didattico "A. De Gasperi", scuole diverse dal punto di vista socio-culturale.

Il fine della ricerca sperimentale è stato quello di individuare le concezioni, presenti nei bambini di età compresa tra i 5/6 anni, sull'acquisizione ordinale e/o cardinale del Numero Naturale nella scuola dell'infanzia.

Naturalmente prima di iniziare la sperimentazione ho preparato e formulato le ipotesi da sperimentare.

L'indagine è stata rivolta a 81 alunni. Il primo intervento si è attuato in due sezioni dell'Istituto comprensivo Scuola materna-elementare-media "G. Falcone", dove sono stati coinvolti 40 bambini.

Il secondo intervento si è svolto in due sezioni della scuola dell'infanzia del Circolo Didattico "A. De Gasperi" con 41 bambini.

È stata eseguita inizialmente l'analisi a priori (previsione dei comportamenti attesi dei bambini), sulla base dei comportamenti attesi e predefiniti si sono costruiti degli strumenti di verifica per registrare la presenza/assenza dei comportamenti.

Al termine della sperimentazione si sono messe a confronto le risposte fornite da tutti gli alunni delle sezioni della scuola dell'infanzia alla stessa prova di somministrazione.

Una volta raccolti i dati, per vedere fino a che punto i risultati ottenuti sul campione scelto hanno validità generale, si è ricorso all'analisi statistica.

1.1 Analisi epistemologica e storico-epistemologica.

In questa prima parte del capitolo ho voluto riportare l'analisi epistemologica e storico-epistemologica per quanto riguarda le varie definizioni sugli approcci cardinale ed ordinale dei numeri naturali, consultando alcuni testi.

Tutti conosciamo l'insieme $N = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$ dei numeri naturali; essi sono parte così profondamente innestati nel nostro modo di pensare da poter far ritenere oggi come innato il concetto di numero naturale; <<i numeri naturali li ha creati Dio, gli altri sono opera dell'uomo>> sosteneva Leopold Kronecker, matematico tedesco vissuto nel secolo scorso.

Ma la conoscenza matematica, contrariamente alle più diffuse credenze in proposito, non è mai conclusa; un concetto pur profondamente acquisito, non è mai archiviato, ma costituisce oggetto di ulteriori speculazioni ed approfondimenti, che spesso aprono nuove prospettive e nuovi orizzonti. Nella stupefacente <<corsa a tappe>> costituita dallo studio della Matematica, una di queste è la sistemazione assiomatica dei numeri naturali data da Giuseppe Peano (1858-1932).

In questa prima parte (Analisi epistemologica e storico-epistemologica) si prendono in visione i due approcci del Numero Naturale che possono essere utilizzati da un'insegnante per introdurre il concetto di numero.

L'idea di numero naturale è molto complessa e richiede un approccio che si avvale di diversi punti di vista (ordinalità, cardinalità, ricorsività...).

Ma analizziamo più da vicino i primi due approcci.

La concezione **cardinale** determina il numero di oggetti contenuto in un insieme, non attraverso un conteggio, ma mediante un confronto.

Così, ad esempio il numero cardinale “cinque” viene determinato dalla corrispondenza degli elementi con il numero delle dita di una mano.

Questo tipo di approccio era ritenuto dai Bourbakisti prioritario e quindi più semplice rispetto a quello ordinale.

Alcune ricerche sperimentali hanno invece dimostrato che i bambini acquisiscono la nozione di numero sotto forma di sequenza ordinata e solo più tardi sotto forma di quantità.

È la concezione **ordinale** secondo cui il bambino determina il numero di oggetti contenuti in un dato insieme, non con un confronto, ma contando “uno, due, tre” per cui l'ultimo numero pronunciato è anche il numero cardinale.

Tuttavia, non si tratta di stabilire quali delle due concezioni sia più valida da un punto di vista matematico, ma piuttosto è importante focalizzare l'attenzione su ciò che il bambino sa già ed avviarlo alla concezione del numero in un approccio pluralistico.

Fatta questa breve introduzione, che ci ha aiutato a capire meglio i due approcci al Numero Naturale, risulta interessante analizzare l'analisi epistemologica e storico-epistemologica.

Per l'analisi epistemologica e storico-epistemologica ho consultato i seguenti testi: Francesco Speranza et al (1990), *Insegnare la Matematica nella scuola elementare* ; e il C.B. Boyer (1976), *Storia della matematica*.

Le strategie risolutive individuate, e nella riorganizzazione epistemologica possono arricchire lo stato dei comportamenti ipotizzati sulla risoluzione del problema dato.

L'analisi epistemologica è lo studio delle sistematizzazioni date all'interno dei linguaggi matematici: in base ai sistemi di assiomi scelti, sono costruite modellizzazioni diverse. Le rappresentazioni epistemologiche sono dei percorsi conoscitivi di un particolare concetto matematico o scientifico in generale; tali rappresentazioni possono essere messe a punto da un soggetto apprendente o da una comunità scientifica in un dato periodo storico.

L'analisi storico-epistemologica si differenzia da quella prettamente epistemologica, perché si cerca di ricostruire mediante l'indagine storica, i linguaggi matematici: attraverso percorsi che individuino la riorganizzazione della grammatica del linguaggio e attraverso il recupero dei significati dimenticati.

Le rappresentazioni storico-epistemologiche sono dei percorsi conoscitivi di un particolare concetto matematico o scientifico in generale; tali rappresentazioni possono essere messe a punto da una comunità scientifica in un dato periodo storico.

Rispetto al testo di Francesco Speranza et al, *Insegnare la Matematica nella scuola elementare*, si parla dell'approccio cardinale nel seguente modo:

Per l'approccio cardinale è indispensabile avere come pre-requisito la conoscenza della teoria ingenua degli insiemi.

“Due insiemi si dicono *equipotenti* se è possibile stabilire fra essi una corrispondenza biunivoca”.

Così, per esempio, sono equipotenti gli insiemi $A = \{ 1, 2, 3 \}$ e $B = \{ x, y, z, \}$ mentre non lo sono gli insiemi $C = \{ a, b, c, \}$ e $D = \{ a, \beta \}$.

Ricordiamo che se A e B sono due insiemi qualsiasi, si chiama *unione* di A e di B e si indica con $A \cup B$ l'insieme i cui elementi sono elementi di A o di B (<<o>> nel senso del <<vel>> latino); cioè gli elementi $A \cup B$ sono gli elementi che stanno in almeno uno dei due insiemi A, B . Per esempio se è $A = \{ 1, 2, 3 \}$ e $B = \{ 3, 5, 7 \}$, è $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 5, 7 \}$.

Dalla definizione è immediato se è $A \cup B = B \cup A$ (proprietà *commutativa* dell'unione). Siano A, B, C insiemi qualsiasi; si ha: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (proprietà *associativa* dell'unione). Le parentesi indicano quali operazioni di unione bisogna eseguire per prima. Naturalmente un esempio non basta per essere certi che la proprietà *associativa* dell'unione valga sempre.

Ricordiamo che indichiamo con $A \setminus B$ l'*insieme differenza* di A e B cioè l'insieme degli elementi che stanno in A ma non in B .

Per esempio se è $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ e $B = \{ 1, 3 \}$ si $A \setminus B = \{ 2, 4, 5 \}$. Consideriamo ora insiemi finiti, cioè insiemi che non si possono mettere in corrispondenza biunivoca con una loro parte propria.

Il concetto di insiemi finiti equipotenti produce il concetto di numero (naturale) cardinale. Ricorriamo all'esempio (ormai classico) del pastore che non sapendo <<contare>> esegue su un bastone una tacca per ogni pecora che si reca a pascolare; *egli ha così stabilito una corrispondenza biunivoca fra l'insieme delle sue pecore e l'insieme delle tacche eseguite sul bastone*. Alla sera il pastore controlla che non manchi alcuna pecora, contrassegnando per ciascuna pecora che rientra uno (ed uno solo) dei segni tracciati al mattino, cioè *controlla che la corrispondenza biunivoca definita al mattino sussista ancora*. È chiaro che in questo <<calcolo>> l'ordine di uscita o di rientro delle pecore non ha alcuna importanza; quel che emerge è il concetto di <<tanti quanti>>: *tante pecore quante tacche*. Questo concetto di <<tanti quanti>> produce il concetto di numero (naturale) cardinale: diciamo che *due insiemi finiti A e B hanno lo stesso numero (naturale) cardinale (o hanno la stessa cardinalità, card A = card B) se sono equipotenti*.

Anche ora va sottolineato che non si è data una definizione di numero naturale ma il *numero naturale* è stato colto *come attributo comune ad insiemi finiti equipotenti*.

All'insieme vuoto si assegna cardinalità 0 (zero), all'insieme $A = \{ 1, 2, \dots, n \}$ si assegna cardinalità n (si scrive $\text{card } A = n$).

Il concetto di numero cardinale può anche essere esteso anche ad insiemi non finiti; il merito della trattazione dei numeri cardinali <<transfiniti>> è di G. Cantor (le sue prime memorie fondamentali in tale ambito sono del 1877-1878). Cantor non è stato il primo che ha <<confrontato>> gli insiemi mediante il concetto di corrispondenza

biunivoca; tale metodo era stato infatti già usato da Galileo Galilei circa 250 anni prima.

Il merito di Cantor consiste nella coerenza e nel coraggio con cui ha affrontato i paradossi che un tale confronto sembrava comportare (per esempio si ha che i numeri naturali pari sono <<tanti quanti>> i numeri naturali: basta infatti associare ad ogni numero naturale n il suo doppio $2 \cdot n$, per avere una corrispondenza biunivoca tra gli insiemi considerati). Può anche essere provato che l'insieme dei punti di un quadrato è equipotente all'insieme dei punti di un suo lato; lo stesso Cantor, comunicando per lettera a Dedekind nel 1877 la dimostrazione di ciò, affermava <<Je le vois, mais je ne le crois pas!>> (lo vedo ma non ci credo!).

I precedenti esempi non devono trarre nell'inganno di pensare che due qualsiasi insiemi infiniti siano sempre equipotenti; per esempio può essere provato che l'insieme dei punti di una retta *non* è equipotente all'insieme dei numeri naturali.

La successione dei numeri naturali permette di precisare il concetto di *numero ordinale*. Sia A un insieme finito; contare *uno per uno* gli elementi di A significa determinare un ordinamento totale in A che rispecchi l'ordinamento di \mathbb{N} , cioè l'ordinamento <<naturale>>. Questa operazione conduce al concetto di numero ordinale. Sia A un insieme finito; diremo (numero) ordinale di A , $\text{ord } A$, il numero naturale 0 se A è vuoto, il numero naturale n se si è ordinato l'insieme A in modo che esista una *corrispondenza biunivoca ordinata* (o *isomorfismo d'ordine*) fra l'insieme ordinato A e l'insieme $\{ 1, 2, \dots, n \}$ ordinato in modo naturale.

Dalla definizione segue subito che per ogni insieme finito A lo stesso numero naturale rappresenta tanto il cardinale quanto l'ordinale di A : ma il primo è il <<risultato>> di una corrispondenza biunivoca, il secondo è il <<risultato>> di una corrispondenza biunivoca ordinata. Dicendo che due insiemi hanno lo stesso cardinale esprimiamo il fatto che i due insiemi sono equipotenti; dicendo che hanno lo stesso ordinale esprimiamo il fatto che esiste fra loro una corrispondenza biunivoca ordinata. Così, per esempio, il numero naturale 9 può indicare sia <<quanti>> oggetti ha un dato insieme (cardinale), sia il posto di una persona o di un oggetto in una graduatoria o elenco (ordinale). Sia A un insieme finito avente n elementi; siano $=$ e \prec due relazioni di ordine totale definite in A . In base al primo ordinamento, possiamo scrivere gli elementi di A nella successione $a_1 = a_2 = \dots = a_n$; in base al secondo ordinamento possiamo scrivere gli elementi di A in un'altra successione che chiamiamo $b_1 \prec b_2 \prec \dots \prec b_n$. Facendo corrispondere all'elemento a_1 l'elemento b_i (per $i = 1, 2, \dots, n$) abbiamo una corrispondenza biunivoca di A in A tale che $a_r \leq a_s$ se e solo $b_r \prec b_s$ cioè abbiamo una corrispondenza biunivoca ordinata (o isomorfismo d'ordine) fra gli insiemi ordinati $(A, =)$ e (A, \prec) .

Se vediamo allora il *numero ordinale come attributo comune ad insiemi totalmente ordinati finiti ordinatamente isomorfi*, possiamo affermare che se A è un insieme finito, ad A risulta assegnato un *solo numero ordinale* (il quale può pertanto essere indicato con lo stesso simbolo che indica $\text{card } A$).

1.2 Ipotesi di ricerca.

Tutta la ricerca sperimentale (osservazioni sull'acquisizione ordinale e/o cardinale del Numero Naturale nella scuola dell'infanzia) nell'ambito scolastico è partita da due ipotesi di ricerca:

H¹: L'approccio cardinale precede o segue l'approccio ordinale?

H²: L'ipotesi H¹ dipende dall'ambiente sociale di appartenenza del bambino?

La fase della formulazione delle ipotesi richiede molta attenzione. Non è difficile per chi insegna intuire quali sono gli ostacoli all'apprendimento durante un percorso di insegnamento, è molto più difficile però ipotizzare in termini precisi di acquisizioni, che cosa favorisce l'apprendimento in una determinata situazione didattica.

Per potere falsificare queste due ipotesi di ricerca, dato che la caratteristica fondamentale di una ipotesi, è la sua **falsificabilità**, ovvero la possibilità, attraverso tentativi sistematici, di dimostrarne la falsità, ho somministrato delle schede strutturate.

1.3. La sperimentazione : Il gioco “Quantità numeriche”.

Nelle prima fase ho voluto esplicitare il motivo per cui invitassi ogni bambino per compilare le schede che ho somministrato, esponendo ai bambini le regole del gioco.

Tale gioco è nato principalmente dalla necessità di verificare le due ipotesi precedentemente formulate e miranti ad evidenziare quale dei due approcci al Numero Naturale prevalga in ogni bambino. Ho consegnato loro una scheda per volta rispettando il loro tempo di formulazione di risposta.

Le schede strutturate, da me realizzate e completate dai bambini, sono le seguenti:

a) La scheda **A** presenta quattro insiemi con immagini a contorno, dei quali solo due sono equipotenti e i bambini devono unire gli oggetti degli insiemi equipotenti: *“Unite gli oggetti dei due insiemi che hanno un numero uguale di oggetti”*, riportata in appendice (vedere allegato n. 1).

b) La scheda **B** presenta un insieme con pochi oggetti e un insieme con molti oggetti a contorno. Al centro una colonna doppia di quadratini per individuare dove ce n'è di più e dove ce n'è di meno. I bambini agiscono in base alla consegna: *“Porta con la matita ogni oggetto ad un quadratino che colori. Sai dire dove ci sono DI PIU' oggetti? Colorali. Cerchia di rosso l'insieme dove ce ne sono DI MENO”*, riportata in appendice (vedere allegato n. 2).

c) La scheda **C** presenta tre insiemi di oggetti e i bambini devono disegnare nell'etichetta un uguale quantità di

pallini (tanti pallini quanti sono gli oggetti presenti nell'insieme) o il numero corrispondente in cifra (1.2.3.ecc...), riportata in appendice (vedere allegato n. 3).

d) La scheda **D** presenta quattro insiemi con quantità diverse di elementi e a lato sono trascritti i numeri corrispondenti. I bambini agiscono in base alla consegna: *“Collega con una freccia ogni insieme al numero corrispondente”*, riportata in appendice (vedere allegato n. 4).

e) La scheda **E** presenta dieci caselle, ciascuna contenente un numero cardinale, in ordine sparso. I bambini devono provare a sistemare all'interno di un serpentone la serie di numeri secondo un ordine di marcia che preferiscono: crescente o decrescente, riportata in appendice (vedere allegato n. 5).

f) La scheda **F** presenta un gruppo di giovani passerotti molto indisciplinati: ognuno va per conto suo senza rispettare le indicazioni del maestro di volo. Il maestro passero prova a fare un po' di ordine dicendo ad alta voce: <<Ragazzi! Tutti qui davanti a me: mettetevi in fila per uno, dal più piccolo al più grande!>>. Il bambino dovrà scrivere sopra ogni passero la sequenza esatta di numeri ordinali, riportata in appendice (vedere allegato n. 6).

Per ogni scheda somministrata, il bambino è invitato a formulare il proprio modello implicito, verbalizzando le proprie strategie, corrette e non, argomentandole e difendendole, ed elaborando progressivamente un linguaggio tale da essere compreso

da tutti, infatti, in questo modo l'errore diviene una tappa indispensabile nel processo di costruzione della conoscenza.

Le schede strutturate devono, così, condurre i bambini a rivedere i loro ragionamenti e formulare le strategie.

Con queste schede i bambini colgono le relazioni fra gli oggetti della realtà e possono essere guidati a scoprirne i rapporti quantitativi, mediante esperienze di raggruppamento, che li aiutano a scoprire a cogliere:

- Il concetto di insieme;
- Il rapporto tanto-quanto fra due insiemi equipotenti;
- Il rapporto di più-di meno fra due insiemi non equipotenti;
- I concetti uno-pochi-tanti;
- L'approccio ordinale al numero naturale;
- L'approccio cardinale al numero naturale.

Gli obiettivi che si propone il gioco (Quantità numeriche), adatto ai bambini di 5/6anni, sono i seguenti:

- Conteggiare oggetti;
- Scoprire insiemi equipotenti (tanti-quantità);
- Scoprire insiemi equipotenti (di più-di meno);
- Quantificare e attribuire un numero ad un gruppo di oggetti;
- Individuare le quantità di insiemi;
- Quantificare, numerare, contare in situazioni diverse;

- Scoprire e costruire corrispondenze e seriazioni da ordinare con i numeri ordinali e con i numeri cardinali.

1.4 Campione.

Per la sperimentazione sono state scelte quattro classi terminali di scuola dell'infanzia, nelle quali i bambini coinvolti saranno di età compresa fra i cinque e i sei anni.

Le classi terminali di scuola dell'infanzia, in cui si somministreranno le schede operative, si differenzieranno da una sola variabile: il livello socio-culturale di provenienza.

1.5 Metodo.

Inizialmente sarà elaborata l'analisi a priori (previsione dei comportamenti dei bambini); sulla base dei comportamenti attesi e predefiniti si sono costruiti degli strumenti di verifica (schede operative e interviste individuali) per registrare la presenza/assenza dei comportamenti.

Le schede operative, che ho somministrato a 81 alunni della scuola dell'infanzia, presentano diverse attività che favoriscono lo sviluppo delle competenze relative alle operazioni matematiche, quali ordinare, classificare, contare, misurare..., attività che invitano i bambini, con semplici gesti grafici, a compiere operazioni di osservazione, relazione, attenzione, che favoriscono la crescita dell'intelligenza e dell'intera personalità.

Le schede, quindi, presentano all'alunno delle situazioni problematiche da analizzare: si richiede di individuare gli elementi che le compongono, di formulare ipotesi di soluzione e di valutare e scegliere quella che si ritiene migliore.

Ho voluto verificare per ogni singola scheda, così come in modo analogo si fa abitualmente per gli item di un test, se fosse rappresentativa degli obiettivi che mi ero proposta di far conseguire agli alunni e se ogni scheda, prima di somministrarla, fosse coerente con l'età degli alunni e con il loro livello di scolarità e quindi se il contenuto complessivo di tutte le schede costituisse una campionatura adeguata dell'universo di abilità matematiche.

Naturalmente, per la progettazione grafica di ogni scheda ho voluto inserire delle figure che possano catturare l'attenzione, l'interesse e la motivazione degli alunni.

L'altro strumento di verifica utilizzato, una tecnica di più larga diffusione, è l'intervista.

Ho condotto cinque interviste individuali di tipo semi-strutturata con domande aperte per raccogliere ulteriori informazioni per la sperimentazione del lavoro didattico, in quanto la formulazione e la sequenza delle domande sono state stabilite in anticipo. Tutti i soggetti intervistati hanno ricevuto le stesse domande, secondo lo stesso ordine. Le domande sono state di tipo aperto e il bambino intervistato ha potuto articolare in modo libero le sue risposte.

Per quanto riguarda le interviste individuali, ho formulato le seguenti domande con le risposte:

- Come hai fatto a capire la quantità degli oggetti?
 - Ho contato gli oggetti in silenzio.

- Ho contato gli oggetti con le dita.
- Non lo so.
- Ho contato ad alta voce gli oggetti.
- Ho contato gli oggetti perché mi piacciono.
- Cosa fai per contare?
 - Guardo la mano e conto con le dita.
 - Con le dita tocco gli oggetti degli insiemi e li conto.
 - Mi ricordo le forme dei numeri.
- Come hai fatto a capire che dopo un numero (esempio il numero 1) abbiamo un altro numero (esempio il numero 2)?
 - Mi ricordo la canzoncina dei numeri.
 - Dopo un numero piccolo c'è un numero più grande.

1.6 Analisi a priori dei comportamenti attesi da parte degli allievi.

L'analisi a priori consente di individuare:

- “Lo spazio degli eventi” cioè l'insieme delle possibili risposte corrette e non, che si possono ipotizzare in quel contesto;
- In base allo spazio degli eventi, il “buon problema” da sfruttare nell'unità didattiche o nuclei progettuali;
- Le variabili didattiche, cioè quelle che permettono un cambiamento dei comportamenti degli allievi;

- Infine dà la possibilità di analizzare in modo più accurato lo strumento valutativo.

Sono stati individuati sei comportamenti attesi relativi alle risposte possibili dei bambini:

- A. Il bambino unisce gli oggetti degli insiemi che hanno un numero uguale di oggetti.
- B. Il bambino collega con la matita ogni oggetto ad un quadratino che colora.
- C. Il bambino disegna tanti pallini quanti sono gli oggetti presenti nell'insieme.
- D. Il bambino collega con una freccia ogni insieme al numero corrispondente.
- E. Il bambino sistema all'interno del serpentone la serie di numeri secondo un ordine.
- F. Il bambino scrive sopra ogni passero la sequenza esatta di numeri ordinali.

Le possibili strategie errate, utilizzate dal bambino, che non portano alla soluzione corretta, potrebbero essere le seguenti:

- Il bambino unisce gli oggetti degli insiemi che hanno un numero diverso di oggetti.
- Il bambino collega con la matita due oggetti o più oggetti ad un quadratino che colora.
- Il bambino disegna più o meno pallini rispetto agli oggetti presenti nell'insieme.
- Il bambino collega con una freccia l'insieme al numero non corrispondente.

- Il bambino sistema all'interno del serpentine la serie di numeri senza un ordine.
- Il bambino scrive sopra ogni passero una sequenza errata di numeri ordinali.

1.7 Analisi dei dati sperimentali.

L'analisi dei dati sperimentali è stata svolta attraverso l'analisi a priori dei comportamenti ipotizzabili, l'applicazione della statistica descrittiva (con l'uso delle tabelle in EXCEL) e attraverso l'uso di CHIC che permette di studiare le implicazioni fra gli item, un programma su PC che consente differenti statistiche, tra le quali ho eseguito l'analisi delle similarità di Lerman e l'analisi implicativa secondo R. Gras.

1.7.1 Analisi descrittiva.

Una volta raccolti i dati, per vedere fino a che punto i risultati ottenuti sul campione hanno validità generale, si ricorre all'applicazione della statistica descrittiva, scienza rivolta all'analisi delle caratteristiche di un collettivo osservato nella sua totalità.

Una ricerca senza criteri statistici è inconcepibile; certi elementari concetti di statistica devono entrare come necessarie componenti del bagaglio di conoscenze del ricercatore che abbia propositi scientifici non limitati e modesti.

La statistica, come strumento e metodo di elaborazione quantitativa, consente di stabilire dei confronti indispensabili perché si

possa giungere a calcolare la frequenza delle variabili, in modo da ottenere un quadro chiaro delle tendenze rispetto al problema. È indispensabile conoscere la statistica nei metodi, negli scopi, nei suoi gradi di validità per potere risalire al significato di questo o quel valore rapportandolo sia alle caratteristiche dello strumento, sia alle caratteristiche del gruppo di riferimento. Per descrivere l'insieme delle informazioni in un collettivo possiamo impiegare la distribuzione di frequenze o un grafico appropriato, ma in alcuni casi è potrebbe essere sufficiente riportare il valore di indici che evidenziano le caratteristiche essenziali della distribuzione.

Per le quantità, le misure di variabilità si servono sia delle modalità (ciascuno dei modi in cui il carattere può esprimersi), che delle frequenze (quante volte quel carattere si è presentato).

Esistono diversi metodi per cogliere la variabilità, tra i più importanti, troviamo le **misure di dispersione** e le **misure di disuguaglianza**.

Il primo metodo associa il concetto di variabilità allo scarto $x_i - M$, vale a dire le misure di dispersione si basano sullo scostamento dalla media del valore della modalità; mentre il secondo metodo si basa sullo scarto di $x_i - x_j$, ossia le misure di disuguaglianza si basano sullo scostamento delle unità tra di loro.

La misura di Dispersione o Indice di Varianza, è la media dei quadrati degli scarti dalla Media Aritmetica che si calcola sommando tutte le modalità di un fenomeno e dividendo il risultato per il numero totale delle osservazioni. Nella Varianza la diversità, tra una variabile (x_i) e la Media Aritmetica (M), viene misurata elevando al quadrato la differenza tra i due valori, trasformando le differenze in quantità

positive. La Varianza o Deviazione Standard assume valore minimo (zero) solo quando tutte le modalità sono uguali fra di loro, e si calcola

nel seguente modo:
$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n}}$$
.

Qui di seguito ho riportato i dati statistici:

	Occurrence	Moyenne	Ecart type	
A1	: 75.00	0.93	0.26	
A2	: 69.00	0.85	0.36	
A3	: 66.00	0.81	0.39	
A4	: 52.00	0.64	0.48	
A5	: 39.00	0.48	0.50	
A6	: 39.00	0.48	0.50	
A7	: 6.00	0.07	0.26	
A8	: 12.00	0.15	0.36	
A9	: 15.00	0.19	0.39	
A10	: 29.00	0.36	0.48	
A11	: 42.00	0.52	0.50	
A12	: 42.00	0.52	0.50	

Dall'osservazione di tali dati, ricavati tramite l'uso dello CHIC, si intravede come la Varianza possieda un valore che si colloca tra lo zero e l'uno (0.26/0.50), indicando una situazione omogenea.

Tuttavia, ho trasferito i dati dagli strumenti (le schede strutturate) con cui sono stati raccolti alle tabelle in EXCEL, riportate in appendice (vedere allegato n. 7), al fine di poterli avere agevolmente a disposizione e di poterli analizzare, elaborare ed interpretare.

Le tabelle sono quattro, tante quante sono le sezioni delle scuole dell'infanzia.

Per ogni sezione ho rilevato la presenza o l'assenza delle strategie adottate da ogni bambino. Ecco qui di seguito riportata la legenda delle tabelle :

- la lettera indica la classe d'appartenenza;
- il numero indica il singolo bambino;

- il numero 1 indica la presenza della strategia utilizzata;
- il numero 0 indica l'assenza della strategia;
- la lettera F. indica l'Istituto comprensivo Scuola materna-elementare-media G.Falcone;
- la lettera D. indica il Circolo Didattico A. De Gasperi;
- A1, A2, A3, A4, A5, A6 indicano le strategie corrette;
- A7, A8, A9, A10, A11, A12 indicano le strategie errate;
- A1: il bambino unisce gli oggetti degli insiemi che hanno un numero uguale di oggetti;
- A2: il bambino collega con la matita ogni oggetto ad un quadratino che colora;
- A3: il bambino disegna tanti pallini quanti sono gli oggetti presenti nell'insieme;
- A4: il bambino collega con una freccia ogni insieme al numero corrispondente;
- A5: il bambino sistema all'interno del serpentone la serie di numeri secondo un ordine;
- A6: il bambino scrive sopra ogni passero la sequenza esatta di numeri ordinali;
- A7: il bambino unisce gli oggetti degli insiemi che hanno un numero diverso di oggetti;
- A8: il bambino collega con la matita due oggetti o più oggetti ad un quadratino che colora;

- A9: il bambino disegna più o meno pallini rispetto agli oggetti presenti nell'insieme;
- A10: il bambino collega con una freccia l'insieme al numero non corrispondente;
- A11: il bambino sistema all'interno del serpentone la serie di numeri senza un ordine;
- A12: il bambino scrive sopra ogni passero una sequenza errata di numeri ordinali.

Naturalmente la tabulazione è soltanto una prima sistemazione dei dati, un passo previo per procedere all'effettuazione dei vari calcoli statistici e alla rappresentazione grafica delle frequenze.

1.7.2 Analisi implicativa delle variabili.

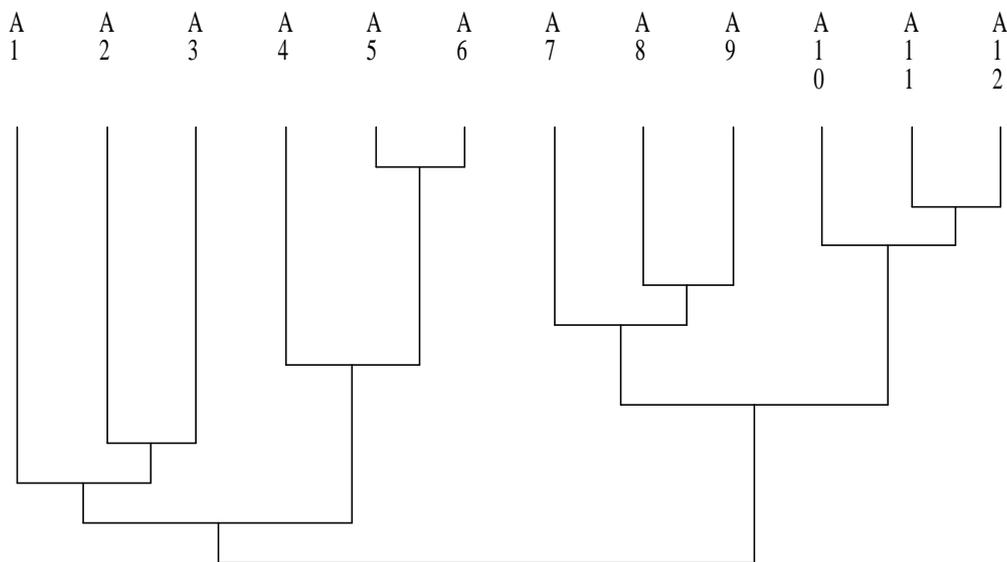
Considerando l'analisi a priori e l'analisi statistica è stato possibile ipotizzare dei profili ideali di bambini portatori di misconcetti ipotizzati (**variabili supplementari**), che sono stati inseriti nella tabulazione dei dati (indicati da lettere minuscole seguite da un numero: la lettera indica la classe d'appartenenza, il numero un particolare bambino).

Rispetto alle variabili supplementari, riportate in appendice (vedere allegato n. 7) ho ipotizzato i seguenti profili:

- *Ordinale* (il bambino determina il numero di oggetti contenuti in un dato insieme, non con un confronto, ma contando "uno, due, tre" per cui l'ultimo numero pronunciato è anche il numero cardinale);

- *Cardinale* (il bambino determina il numero di oggetti contenuto in un insieme, non attraverso un conteggio, ma mediante un confronto);
- *Formalmente corretto* (il bambino ha acquisito la nozione di numero sia sotto forma di sequenza ordinata e sia sotto forma di quantità).

Grafico delle similarità.



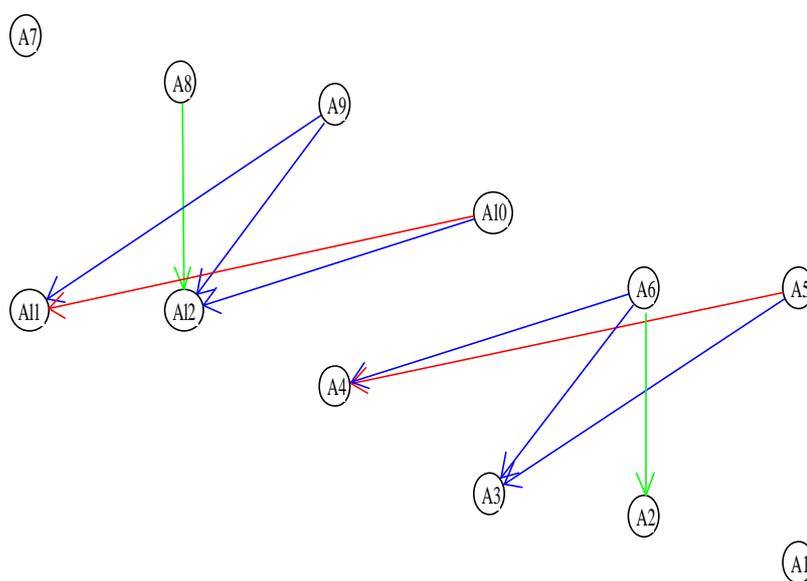
Arbre de similarité : A:\tabella n.1.csv

I raggruppamenti di variabili che appaiono evidenti sono quattro: $R1 = (A1-A2-A3)$, $R2 = (A4-A5-A6)$, $R3 = (A7-A8-A9)$, $R4 = (A10-A11-A12)$.

I quesiti relativi a $R1$ riguardano le esperienze di raggruppamento, $R2$ riguarda i quesiti relativi alle esperienze di ordinamento e quantificazione. Mentre il raggruppamento $R3$

comprende i quesiti relativi alle esperienze di raggruppamento eseguite con le strategie non corrette; l'ultimo raggruppamento R4 riguarda i quesiti relativi alle esperienze di ordinamento e quantificazione realizzate attraverso l'uso di strategie non corrette. La similarità tra R3 e R4 può essere considerata ancora degna di attenzione.

Grafico delle implicazioni.



Graphe implicatif : A:\tabella n.1.csv

99 95 90 85

Il grafo delle implicazioni è stato stampato con parametro 90 (intensità d'implicazione 90%). La lettura è abbastanza facile: il quesito A5 implica direttamente il quesito A4, ma non è implicato, con questa intensità, da nessuna variabile. Ciò significa che “è necessario saper rispondere al quesito A4 per poter rispondere al quesito A5”.

1.8 Conclusioni.

Concludendo, il presente lavoro sperimentale mi ha dato l'opportunità e la possibilità di riflettere sull'acquisizione dell'approccio ordinale e/o cardinale al numero naturale in un bambino della scuola dell'infanzia; pertanto, tale ricerca non ha la pretesa di aver fornito apporti piuttosto significativi sull'argomento trattato, ma costituisce uno spunto di riflessione per tutti coloro (insegnanti/ricercatori/educatori) che operano o lavoreranno in un contesto scolastico.

La ricerca che ho condotto non è nata già completa e pronta all'uso, ma si è svolta in una serie di tappe che riassumono l'intero processo.

Per quanto riguarda il contesto socio-culturale delle due scuole dell'infanzia, prese in esame per la ricerca sperimentale, ho constatato come l'appartenenza socio-culturale eserciti una forte influenza sulla risoluzione dei problemi posti.

Infatti, i bambini, frequentanti l'Istituto comprensivo di scuola materna-elementare-media "G. Falcone", mi fornivano risposte più ancorate all'approccio ordinale, ossia determinavano il numero di oggetti contenuti in un dato insieme, non con un confronto, ma contando "uno, due, tre" e contemporaneamente guardando le dita della mano.

Mentre, i bambini delle sezioni della scuola dell'infanzia del Circolo Didattico "A. De Gasperi" indicavano il numero di oggetti

contenuto in un insieme, non attraverso un conteggio, ma mediante un confronto, pronunciando direttamente il numero cardinale.

E comunque, vorrei precisare che, rispetto allo strumento di verifica delle ipotesi, precedentemente formulate, le schede strutturate, frequentemente utilizzate nell'ambito scolastico, costituiscono, a mio avviso, un valido sussidio per l'insegnante o il ricercatore, al fine di rilevare in che misura gli alunni abbiano raggiunto gli obiettivi che ci si era proposti di raggiungere nell'apprendimento e quindi nella valutazione; ma durante la sperimentazione ho notato che, non sempre, le schede somministrate mettevano in luce i ragionamenti messi in atto da ogni bambino nel momento in cui risolveva un'attività logico-matematica.

Pertanto, queste mie considerazioni personali sullo strumento sperimentale adottato, mi hanno portato ad individuare un nuovo problema aperto che potrebbe essere una nuova opportunità per condurre altre ricerche sperimentali nell'ambito scolastico: è possibile ricavare gli stessi risultati utilizzando uno strumento di verifica, diverso dalle schede strutturate?

Capitolo 2

In questa seconda parte della tesi, nata da una riflessione maturata dalla ricerca sperimentale condotta nelle sezioni della scuola dell'infanzia, ho voluto affrontare in maniera sintetica le varie tappe che si percorrono quando si conduce uno studio sperimentale di un problema educativo, ma prima di addentrarmi nel processo di ricerca ho voluto fornire una trattazione specifica sul concetto di ricerca da parte di R.Viganò, ricercatore specializzata in Pedagogia Sperimentale, che ha svolto attività di ricerca e d'insegnamento, e, infine, ho deciso di riportare un quadro di riferimento teorico sulla teoria delle situazioni, che è in piena evoluzione nel campo della didattica della matematica, per approfondire ulteriormente la ricerca sperimentale da me condotta.

2.0 La ricerca sperimentale.

Il concetto di ricerca è ampio, non univoco e di difficile definizione, soprattutto allorché esso si confronta con una realtà anch'essa complessa quale è l'educazione. Molteplici sono le accezioni attribuite a tale concetto e questo capitolo non assume certo l'obiettivo di approfondire tale varietà di significati e di applicazioni possibili.

La ricerca è, in primo luogo, un processo e un'attività: si fa "qualcosa", mettendo in atto una sequenza logica e cronologica di decisioni e di operazioni. L'attività di ricerca è altresì contraddistinta da una tensione essenziale nei confronti dell'obiettività. Intendiamo quest'ultima nei termini di un'astrazione, de-temporalizzata e de-

personalizzata, come se fosse possibile e legittimo “sospendere” idee, opinioni e valori in nome di una pretesa neutralità del sapere scientifico nei confronti delle altre dimensioni dell’esperienza e del pensiero umano. L’obiettività della ricerca indica piuttosto un atteggiamento di onestà fondamentale, un modo di porsi dinanzi all’esperienza, osservata o postulata, aperto all’accettazione integrale dei fatti, volto a mettere in dubbio e ad interrogare ogni concezione preesistente piuttosto che a confermarla. Alla luce di tutto questo, un ulteriore aspetto che concorre alla definizione della ricerca è la funzione a cui questa risponde. Essa è un’attività intenzionale e obiettiva, per l’elaborazione di nuove conoscenze.

L’importanza delle considerazioni svolte risalta allorché dalla riflessione sulla ricerca in generale passiamo a quella sulla ricerca educativa in particolare. A tale riguardo, un’osservazione colpisce chi si limita anche solo a un accostamento superficiale a questa tematica, e, a maggior ragione, chi se ne interessa per motivi scientifici e pedagogici: la ricerca educativa sembra non aver ancora provato la propria pertinenza, utilità, corrispondenza ai bisogni espressi dagli individui e dalle società umane.

Non si può negare che la ricerca educativa proietta un’immagine di sé spesso poco soddisfacente. I primi a manifestare tali perplessità sono i ricercatori stessi, operanti in questo settore. Presi dall’affanno di attribuire scientificità alla propria disciplina, essi hanno dapprima ricalcato i modelli della psicologia, riferendosi soprattutto a quello sperimentale. Poi hanno rivolto l’attenzione alla sociologia, importando il modello della ricerca-azione. Ciò, non senza periodiche “riaffermazioni” di una dignità disciplinare mutuata dai

fondamenti antropologici e filosofici assunti. Ancora oggi, i ricercatori in educazione s'interrogano sulla questione della validità del loro operato scientifico peculiare. Le procedure sperimentali sono difficilmente riproducibili in situazione scolastica e i risultati ottenuti sono poco generalizzabili a contesti educativi differenziati e mutevoli. Le prescrizioni metodologiche dedotte dalla ricerca, sia essa speculativa o pratica, fondamentale o applicata, risultano spesso impraticabili in situazioni educative, di cui la complessità e la presenza di ostacoli e incertezze costituiscono tratti dominanti. Lo scarto esistente fra le conoscenze acquisite in virtù della ricerca pedagogica e le pratiche formative diffuse è palese.

Dinanzi a siffatta situazione, il conservatorismo dei sistemi educativi è spesso additato come pesante remora per un dialogo efficace fra ricerca e pratica pedagogica. Tale osservazione è senza dubbio opportuna, ma altri aspetti del problema in esame meritano attenzione critica e pongono in luce non solo le difficoltà ma anche le responsabilità della ricerca educativa, dei luoghi e dei modi in cui essa è condotta e resa oggetto di riflessione e d'insegnamento.

La pedagogia è ad un tempo un'arte che non può prescindere dalla filosofia, una scienza e, in quanto scienza pratica, è una tecnica o per meglio dire un'articolazione razionale e intenzionale di tecniche. Perché allora non accettare tale sfida e impegnarsi finalmente, sostiene R. Vigano, per costruire una scienza non più *dell'*educazione ma *per* l'educazione, luogo di sintesi e non più di contrapposizione di arte, ragione, tecnica, scienza, filosofia, sapienza? L'illusione scienziata, che celebra nell'apoteosi della ragione l'emarginazione dell'uomo e della coscienza dal sapere, ha permeato un lungo periodo della storia

umana ma ha anche palesato, oggi in termini ancora più acuti e problematici, la sua inadeguatezza. Converrebbe tuttavia non cadere, per eccesso opposto, nell'illusione di un'età d'oro in cui la filosofia e l'arte sarebbero sufficienti non solo per pensare ma anche per costruire l'universo. La necessità e la complessità di tale compito costituiscono l'obiettivo attuale di una ricerca autenticamente pedagogica.

C'è bisogno di proposte educative realistiche, senza che siffatto orientamento operativo indebolisca il necessario riferimento all'orizzonte teorico e interpretativo fondamentale, il quale contestualizza le prime e ne indica il senso. In ciò consiste il compito e la forza della ricerca educativa, che sappia uscire dai solchi della mera speculazione o dell'empirismo cieco per aprirsi alla sinergia feconda fra approcci diversi e complementari: la deduzione teorica ma anche l'induzione esperienziale, l'analisi e la comprensione storica ma anche la verifica sperimentale.

Occorre, a tale riguardo, riflettere in modo critico sul criterio di efficienza, il quale assurge a paradigma normativo in molti discorsi e modelli attuali *sull'*educazione. Ci riferiamo, per esempio, all'attenzione quasi esclusiva posta agli aspetti connessi con il "qui ed ora" e con il "come" dell'attività educativa, a scapito degli interrogativi riguardanti il "perché" ed il "per chi" di essa. Eppure, questi interrogativi si compenetrano nell'esperienza e nell'esistenza personale e sociale.

La ricerca dei *perché* senza l'attenzione ai *come* resta infeconda; l'affanno dietro ai *come* senza la riflessione sui *perché* rischia la perdita di senso.

Tale dicotomia non è senza conseguenze sotto il profilo dei metodi impiegati dalla ricerca pedagogica. Quest'ultima palesa forti "polarità" metodologiche, inadeguate dinanzi alla complessità della relazione educativa, suo oggetto specifico e differenziato.

Da un lato, prevale un modello di ricerca teorico-deduttiva: questa ha prodotto contributi di indiscutibile valore ma non può pretendere da sola di comprendere l'ampiezza, la varietà e la profondità degli eventi, dei significati, delle dinamiche costituenti la realtà educativa. Da un altro lato, si privilegiano modelli sperimentali che, assunti in modo improprio in nome di una scientificità intesa in termini riduttivi, finiscono anch'essi per indurre ad accostamenti parziali e frammentari. Questi ultimi fanno astrazione dalla complessità descritta e hanno perciò scarsa incidenza sulla pratica formativa.

In realtà, le caratteristiche della situazione educativa non corrispondono a quelle che definiscono un oggetto sperimentale. Essa postula una relazione dinamica fra soggetti, nella quale sono presenti intenzionalità variabili e differenziate, spesso connesse con strutture, sistemi relazionali e significati complessi. I soggetti della relazione educativa hanno memoria, la reversibilità e l'irreversibilità nei rapporti di causa ed effetto assumono contorni sfumati, la differenziazione procede in modo tutt'altro che lineare. In altri termini, le caratteristiche della situazione educativa sono antitetico alle condizioni fondamentali della sperimentazione classica: isolamento delle variabili, manipolazione controllata di queste, neutralizzazione degli effetti secondari. La "spiegazione" del fenomeno, volta a ricondurre quest'ultimo nell'orizzonte applicativo

di leggi razionali generali, le quali pongono in secondo piano il particolare – elemento di distinzione – e mettono in risalto gli aspetti generali – criteri di categorizzazione – è in sé contraddittoria con il fine stesso dell'educazione.

Quest'ultima intende promuovere ciò che rende ogni persona unica, originale e perciò complementare alle altre; "l'alunno medio" è un'astrazione concettuale e non l'interlocutore reale in una relazione educativa.

Siffatto realismo irriducibile della situazione formativa implica ulteriori elementi di complessità per la ricerca pedagogica. Gli oggetti di studio, gli elementi d'indagine sono spesso saturi di connotazioni valoriali, etiche, culturali, ideologiche. Per esempio, il contenuto dell'insegnamento, i modelli educativi e le attese nei confronti di questi non sono esenti da connotazioni e pressioni ideologiche e sociali, più o meno istituzionalizzate, le quali influiscono sulla scelta e sulla costruzione dell'oggetto di ricerca. Se si resta ancorati all'ideale di una scienza positiva "pura", la pedagogia non ha alcuna possibilità di soddisfarne i criteri.

La questione fondamentale riguarda proprio la possibilità stessa e le caratteristiche di una pedagogia sperimentale, fuori di qualsiasi accostamento riduttivo e superficiale.

Le prospettive teoriche e pratiche delineate lueggiano il compito aperto della scienza del processo educativo. In essa, la cura del particolare, l'analisi di eventi e fenomeni attentamente circoscritti trovano senso solo nel più ampio contesto di significati e di relazioni in cui si collocano; l'orientamento propositivo non contraddice bensì completa e fa appello al rigore ed alla finezza della sistematizzazione

descrittiva. In altri termini, lo studio sperimentale dell'educazione (ossia dell'ampio sistema di eventi, fenomeni, relazioni, processi, dinamiche, ambiti, contesti e problematiche connessi con tale concetto) è necessario per l'identità scientifica della pedagogia, ma non va ridotto a un insieme di procedure e tecniche da laboratorio, talmente formalizzate da risultare troppo distanti dall'educazione per potere offrire a quest'ultima un contributo valido.

<<Attribuisco con ciò al termine "sperimentale" - afferma R.Viganò - un significato particolare, che reputo legittimo in riferimento all'universo di discorso pedagogico ma che forse può risuonare eccentrico nei confronti dell'ortodossia rigorosa dello sperimentalismo, di cui ho citato dinanzi alcuni criteri fondamentali: isolamento delle variabili studiate, manipolazione precisa, controllo di tutti gli elementi della situazione.

Senza nulla togliere alla validità di tale modo di procedere ed alla metodologia sperimentale classica, i cui strumenti costituiscono un patrimonio solido ed insostituibile a servizio della ricerca scientifica in qualsiasi disciplina, penso- sostiene ancora la ricercatrice - che i criteri assunti da tale orientamento metodologico debbano essere interpretati in modo critico (senza dubbio innovativo) in rapporto alla natura degli oggetti studiati, all'epistemologia disciplinare specifica, ai bisogni cui lo sforzo di ricerca intende rispondere. Non intendo caldeggiare l'ipotesi di una sorta di compromesso, come se tale fosse il prezzo che la scienza dell'educazione deve pagare per la sua natura particolare: un po' meno d'intransigenza scientifica, un po' più di tolleranza nei confronti dei livelli di significatività associati ai test statistici: l'antico dilemma

arte-scienza si ripropone. Non è questa una prospettiva valida per lo sviluppo di una pedagogia come scienza a pieno titolo. I principi metodologici di pertinenza e di validità sono imprescindibili per la pedagogia come per tutte le altre scienze. Vanno perciò ricercati i modi in cui essi possono essere impiegati nell'ambito di un discorso pedagogico descrittivo ma anche normativo, in riferimento a oggetti di studio contraddistinti da una strutturale complessità, trasversalità e diacronicità>>.

La pedagogia è scienza pratica. Essa interagisce con le altre scienze dell'educazione e persegue una conoscenza non fine a sé stessa, bensì volta alla proposta e all'azione educativa. In questa prospettiva si nota la possibilità stessa di una pedagogia sperimentale: un luogo di frontiera e di dialogo fra la pedagogia, attenta allo sviluppo della persona attraverso situazioni e luoghi educativi, e la sperimentazione, intesa a manipolare, misurare, controllare gli elementi del contesto formativo allo scopo di trarre informazioni suscettibili di migliorare il rendimento di metodi educativi definiti. Si intende perciò la "nuova" pedagogia sperimentale (quella tradizionale ha ormai manifestato da tempo i propri limiti, per avere assunto criteri e metodi di altre discipline e inadatti allo specifico educativo, proprio del suo oggetto di studio) come una prospettiva di riavvicinamento e d'integrazione feconda dei termini – persona e metodo- spesso troppo polarizzati dalla ricerca educativa.

La pedagogia sperimentale ha da costruire il proprio discorso i propri metodi attorno all'articolazione dinamica di tali polarità; in ciò trovano fondamento i criteri di pertinenza e di validità consoni alla sua natura.

Ciò potrà inoltre favorire implicazioni più significative degli sforzi della ricerca nei confronti sia della pedagogia sia della sperimentazione e delle pratiche di formazione. Senza disconoscere la validità del repertorio di conoscenze già esistente, molto resta ancora da fare. Misurare una realtà educativa è compito arduo: le regolarità sono importanti, ma lo sono anche le differenze: l'evento puntuale è significativo, ma lo sono anche le tendenze evolutive.

2.1 La sperimentazione nella scuola.

La sperimentazione nella scuola è regolata in modo specifico dal primo articolo del D.P.R. n.419 del 31 maggio 1974 nel quale sono elencate due ipotesi di sperimentazione nella scuola e, nel dare per scontata la definizione di sperimentazione, si limita a dichiarare che essa è “espressione della autonomia didattica dei docenti”. Passa poi ad elencare le due ipotesi di sperimentazione che – possono esplicitarsi:

- a) come ricerca e realizzazione di innovazioni sul piano **metodologico e didattico**;
- b) come ricerca e realizzazione di innovazioni degli **ordinamenti** e delle **strutture** esistenti.

La sperimentazione può essere definita una ricerca “sul campo”, che per quanto ci interessa è quello educativo, con la quale si vuole dare una risposta a motivazioni di ordine innovativo.

All'origine del discorso quindi c'è sempre un bisogno o una difficoltà che, superando lo stretto ambito di una preoccupazione personale, spinge a formulare delle ipotesi di lavoro, che potranno costituire la presa di posizione personale di fronte al fenomeno. La

sperimentazione assume carattere scientifico quando supera l'approccio diretto di una prova occasionale e si costituisce come un problema a sé. Il superamento dell'approccio immediato della persona in relazione con la realtà avviene ricorrendo a *strumenti* di mediazione che si interpongono tra la conoscenza diretta e immediata e propongono il dato scientifico.

È stato sottolineata la parola "strumenti" per indicare un uso del termine più estensivo di quello abituale. Uno strumento non è soltanto un mezzo utile a rilevare determinati dati come può essere un test, un questionario o un mezzo meccanico, quanto pure può essere considerato uno strumento la capacità che ha il pensiero umano di suddividere la ricerca sperimentale in tanti settori, considerati altrettante fasi della ricerca, ognuna delle quali deve avere uno sviluppo a sé.

Per chiarire il valore scientifico della sperimentazione, diciamo che questa deve presentare due aspetti:

a) per prima cosa la conclusione della ricerca sperimentale deve portare alla formulazione di una legge generale, la quale deve permettere il "controllo" di tutte le manifestazioni che rientrano nel suo ambito e deve permettere di prevedere le manifestazioni future e in qualche modo anticiparne le conseguenze;

b) un secondo aspetto riguarda, almeno nell'ambito scolastico, gli obiettivi più immediati da raggiungere e che rappresentano la conoscenza di tutti quegli aspetti che costellano l'attività scolastica in generale.

Naturalmente la ricerca non nasce già completa e pronta all'uso, ma si svolge in una serie di tappe che riassumono l'intero processo. Il numero di queste fasi può variare e può essere ristretto nel breve schema di: problema-ipotesi verifica-decisione, che però rappresenta più uno schema di azione che di ricerca scientifica. Viene qui indicato uno schema più ampio, diviso in dieci fasi.

La prima fase riguarda il momento in cui una **motivazione** sollecita ad intraprendere una ricerca, un desiderio di conoscenza.

La seconda fase organizza la prima ed inizia l'orientamento verso **l'individuazione di uno scopo**.

La terza fase riguarda la **raccolta di dati e di notizie** che possono aiutare a risolvere il problema o ad eliminare gli elementi inutili. Si tratta di una fase prettamente tecnica, ma anche ricca di intuizioni in quanto il setacciamento dei dati non viene a caso, ma tiene conto di quanto è stato previsto nella fase precedente per i rilevamenti bibliografici, delle ricerche già effettuate sul tema, degli studi in generale.

Nella quarta fase si propongono le prime **ipotesi di lavoro**. Si tratta di limitare e strutturare le congetture ed i giudizi che concludono le fasi precedenti.

Nella quinta fase si pongono le basi per **verificare le ipotesi**. Si tratta di costruire un vero e proprio programma di lavoro nel quale il team docente prepara uno strumento oppure più strumenti diversificati a seconda del livello scolastico e delle aree di ricerca sulle quali è necessario effettuare le verifiche: test, questionari, griglie interpretative di comportamento, di atteggiamenti o di abilità.

La sesta fase si riferisce al **momento operativo della ricerca** quello in cui vengono effettivamente svolte le indagini, effettuate le inchieste ed utilizzati gli strumenti.

La settima fase concerne l'**elaborazione dei dati** che può essere qualitativa o statistica. Si fanno le prime verifiche delle ipotesi e vengono desunte le prime conclusioni.

Nella fase ottava della ricerca le **conclusioni** vengono tradotte in principi generali. L'ipotesi, che la ricerca verifica, deve poter assumere una validità che trascenda quella particolare ricerca per tradursi in un principio generale applicabile a situazioni consimili.

In questa fase le **conclusioni** della ricerca vengono integrate in una teoria generale di cui viene verificata la **coerenza** e la **capacità di generalizzare** i principi che la caratterizzano; ogni ricerca infatti, deve poter rinforzare la teoria di cui fa parte, includendo in modo strutturato nuove misure e quindi allargando l'orizzonte della conoscenza.

La decima fase registra la conclusione della ricerca: è il momento della **comunicazione dei dati** reperiti, che vengono messi a disposizione di altri ricercatori.

2.2 La teoria delle situazioni.

La teoria delle situazioni si propone di recuperare la valenza formativa dell'educazione matematica, che diviene strumento per lo sviluppo psichico e in particolare della capacità di problem solving.

È messa in discussione la pratica educativa tradizionale di trasmissione di un sapere preconstituito, attraverso un percorso univoco che va dall'insegnante all'allievo. La teoria delle situazioni propone di

attivare un processo di ricostruzione condivisa dal saper matematico. Nello specifico, ci si propone di promuovere l'apprendimento dei concetti matematici partendo da situazioni problematiche significative per gli allievi.

Secondo questa prospettiva, gli allievi si riappropriano della responsabilità del processo di apprendimento, partecipando attivamente alla costruzione del proprio sapere.

Il lavoro intellettuale compiuto in questo caso dall'allievo è confrontabile con quello del ricercatore: egli deve porsi problemi, definirsi attraverso buone domande, provare a costruire modelli, teorie, per trovare buone risposte ad una situazione problematica specifica.

Il compito dell'insegnante è di fornire gli strumenti per simulare una "microsocietà scientifica", in cui i piccoli ricercatori possano confrontare i loro saperi per costruirne di nuovi, formulare e argomentare proprie ipotesi, formalizzare le loro scoperte.

La nozione di situazione a-didattica è centrale nella teoria delle situazioni. Una situazione designa l'insieme delle circostanze nelle quali si trova una persona (un gruppo, una collettività, ecc.), le relazioni che l'uniscono al suo ambiente, e l'insieme dei dati che caratterizzano una azione o una evoluzione (un'azione in un certo momento).

Una **situazione è didattica** quando un individuo (in genere l'insegnante) ha intenzione di insegnare ad un altro individuo (in genere l'allievo) un determinato sapere.

Si chiama **situazione di apprendimento** una situazione che permette ad un soggetto di passare da uno stato di conoscenza ad un altro stato di conoscenza.

Si chiama **situazione a-didattica** la parte della situazione didattica nella quale l'intenzione dell'insegnante non è esplicita nei confronti dell'allievo.

L'allievo sa che il problema propostogli è stato scelto per fargli acquisire nuova conoscenza e, nello stesso tempo, deve sapere che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione.

E per costruire questo sapere non deve fare appello a delle ragioni didattiche.

In una situazione a-didattica l'insegnante, attraverso un insieme di condizioni che permettono all'allievo di appropriarsi della situazione, permette una **devoluzione** della situazione.

La devoluzione consiste non soltanto nel presentare all'allievo il gioco al quale l'insegnante vuole che partecipi, ma anche nel fare in modo che l'allievo si senta responsabile, nel senso della conoscenza e non della colpevolezza, del risultato che egli deve cercare. La devoluzione fa appello alle motivazioni dell'allievo, il quale non deve soltanto accettare il gioco proposto, ma deve ricercare le strategie migliori che gli permetteranno di vincere.

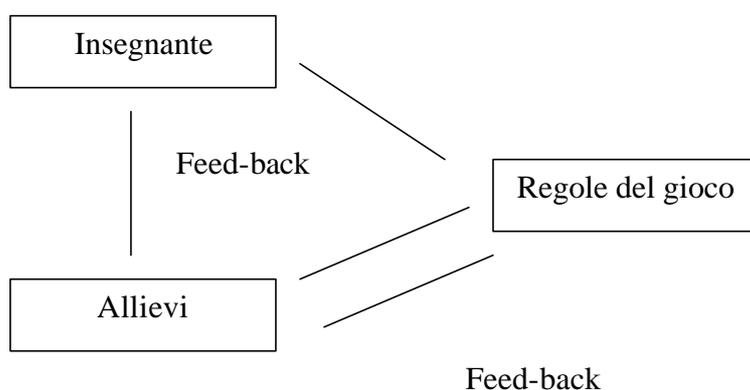
Quindi la devoluzione è l'atto attraverso il quale l'insegnante fa accettare all'allievo la responsabilità di una situazione di apprendimento (a-didattica) o di un problema e accetta lui stesso le conseguenze di questo transfert. Nella situazione a-didattica, da me proposta, ho cercato di mettere in evidenza oltre al ruolo dell'insegnante, i seguenti punti:

- Descrizione delle consegne per gli allievi;
- Analisi delle fasi d'azione;
- Analisi di formulazione;
- Analisi di validazione.

Schema di una situazione a-didattica

Nella situazione a-didattica l'allievo costruisce la sua conoscenza non per ragioni didattiche, ma perché motivato dalla logica interna alla situazione. L'obiettivo didattico perseguito dall'insegnante non è dichiarato.

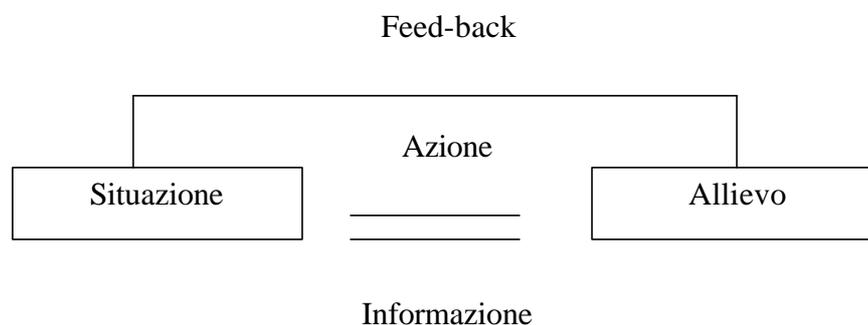
Prima fase: La consegna.



L'insegnante espone all'allievo le regole del gioco, il problema, l'argomento della situazione a-didattica, servendosi anche di una dimostrazione pratica con un allievo.

L'azione, infatti, riduce l'ambiguità del linguaggio verbale. Attraverso l'azione, inoltre, l'insegnante può cogliere il processo di retroazione attivato dall'allievo il quale può ripercorrere la situazione per effettuare un controllo e modificare l'azione.

Seconda fase: La situazione di azione.

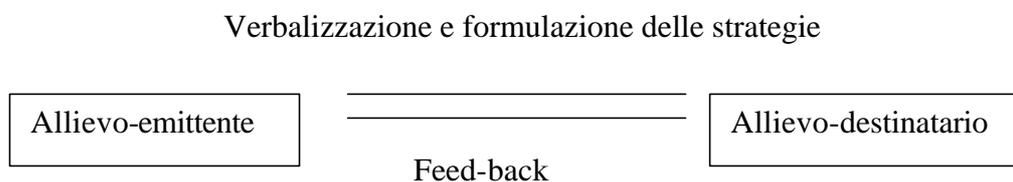


Gli allievi agiscono sulla situazione problema, iniziando a formulare ipotesi e strategie che sono messe alla prova da ulteriori esperienze.

L'interazione fra l'allievo e il suo ambiente (gli altri allievi, la situazione problematica, l'insegnante), grazie alla quale sono ipotizzate le prime strategie, è definita *dialettica dell'azione*.

Siamo in una fase in cui l'allievo costruisce un modello implicito: un insieme di relazioni o regole in base alle l'allievo prende le sue decisioni senza essere capace di averne coscienza e quindi di formularle.

Terza fase: La situazione di formulazione.



In questa fase l'allievo è portato dalla situazione a formulare il proprio modello implicito, verbalizzare le proprie strategie,

argomentarle e difenderle, per far in modo che siano fatte proprie dagli altri allievi.

Per far ciò, ognuno dovrà elaborare progressivamente un linguaggio tale da essere compreso da tutti.

Lo scambio comunicativo tra gli allievi porta alla formulazione della strategia: siamo nella fase di *dialettica della formulazione*.

Quarta fase: La situazione di validazione.

I modelli formulati possono essere accettati o rifiutati dalla classe. All'interno del gruppo gli allievi sono in una situazione paritaria che permette loro di discutere per accettare o rifiutare le possibili strategie.

Le ipotesi accettate da tutti diventano teoremi.

Spesso gli allievi accettano teorie sbagliate, la situazione didattica deve condurli a rivedere i loro ragionamenti e riformulare le strategie in modo corretto. In questo modo l'errore diviene una tappa indispensabile nel processo di costruzione della conoscenza.

Con la fase di validazione si arriva a formalizzare il concetto matematico che nel metodo tradizionale di insegnamento non rappresenta un punto d'arrivo ma un punto di partenza.

Capitolo 3

Obiettivo di questo capitolo è quello di fornire un'ipotesi di intervento didattico che presenta una serie di proposte operative che tengano conto delle abilità matematiche da far sviluppare nei bambini di età compresa tra i 5/6 anni nella scuola dell'infanzia. Naturalmente, ho voluto prestare attenzione, prima di ipotizzare l'intervento formativo, agli Orientamenti del '91, punto di partenza della mia ricerca sperimentale per il campo di esperienza *Lo spazio, l'ordine e la misura*, e, a proposito di questo quadro legislativo non potevo non menzionare la revisione di tali Orientamenti, *Indicazioni Nazionali per i Piani Personalizzati delle Attività Educative nelle scuole dell'infanzia (Dpr. 275/99)*, che esplicitano i livelli essenziali di prestazione a cui tutte le scuole dell'infanzia del Sistema Nazionale di Istruzione sono tenute per garantire il diritto personale, sociale e civile all'istruzione e alla formazione di qualità.

3.0 Nuovi Orientamenti del '91.

Il punto di partenza dell'intervento didattico è dato dalla scelta e definizione degli obiettivi. Gli obiettivi non rappresentano i traguardi che i bambini "devono" raggiungere ma che, al contrario, "hanno il diritto" di raggiungere, nel senso che la scuola assume come compito specifico quello di predisporre ogni possibile accorgimento per favorire lo sviluppo delle potenzialità dei bambini e per consentire il raggiungimento delle mete stabilite.

Gli obiettivi dovranno essere scelti in base all'analisi della situazione di partenza:

- i punti di forza e di debolezza dei bambini;
- i bisogni dei bambini e del singolo bambino;
- la cultura dell'ambiente circostante (immagini, attese, aspettative);
- la storia dei bambini e il loro curriculum implicito, cioè gli apprendimenti già sviluppati nel periodo precedente l'ingresso della scuola materna.

Inoltre dovranno essere scelti gli obiettivi anche in base al quadro istituzionale di riferimento, in questo caso *Gli Orientamenti* (D.M. del 3/6/1991) che rappresentano il documento programmatico di riferimento per la scelta dei traguardi possibili, il punto di confronto per gli operatori e le famiglie su tutto il territorio nazionale, la base per la definizione dei reali curricoli, dei percorsi e degli itinerari educativi più congeniali – per aspettative, cultura e storia locale – ai bambini e agli insegnanti.

La scuola dell'infanzia, concorre nell'ambito del sistema scolastico, a promuovere la formazione integrale della personalità dei bambini dai tre ai sei anni di età, nella prospettiva della formazione dei soggetti liberi, responsabili e attivamente partecipi alla vita della comunità locale, nazionale e internazionale.

Essa persegue sia le acquisizioni di capacità e di competenze di tipo comunicativo, espressivo, logico e operativo, sia un'equilibrata maturazione e organizzazione delle componenti cognitive, affettive, sociali e morali della personalità, apportando con questo il suo

specifico contributo alla realizzazione dell'uguaglianza delle opportunità educative.

La determinazione delle finalità della scuola dell'infanzia deriva dalla visione del bambino come soggetto attivo, impegnato in un processo di continua interazione con i pari, gli adulti, l'ambiente e la cultura. In questo quadro, la scuola materna deve consentire ai bambini e alle bambine che la frequentano di raggiungere avvertibili traguardi di sviluppo in ordine all'identità, all'autonomia e alla competenza: Maturazione dell'identità (sotto il profilo corporeo, intellettuale e psicodinamico, tale maturazione richiede il radicamento della sicurezza, stima di sé, fiducia nelle proprie capacità e abito della curiosità; e richiede apprendimento a vivere positivamente l'affettività, controllare le emozioni, sentire gli altri); Conquista dell'autonomia (sviluppare la capacità di compiere scelte, riconoscere le dipendenze esistenti, interagire con gli altri, aprirsi alla scoperta, rispettare i valori, pensare liberamente, prendere coscienza della realtà e operare sulla realtà per modificarla); Sviluppo della competenza (riguarda nel bambino il consolidare le abilità sensoriali, motorie, linguistiche, intellettive e di riorganizzare le esperienze; stimolare la produzione e interpretazione dei messaggi; sviluppare le capacità culturali e cognitive).

L'istanza metodologica legata al come dell'intervento didattico è soprattutto rivolta al lavoro dell'insegnante competente che, come tale, è in grado di operare le scelte più adeguate, effettuare analisi, progettare attività, verificare la validità delle ipotesi didattiche sulle quali si fonda un progetto formativo. Pertanto, la realizzabilità dell'intervento didattico è basilare, sia sul piano pedagogico che su

quello scientifico, l'attività di progettazione la quale va affidata alla professionalità degli insegnanti come singoli e come gruppi.

L'intenzionalità dell'attività formativa si estrinseca nel lavoro di programmazione le cui caratteristiche sono rappresentate dall'individuazione degli obiettivi, dall'articolazione delle procedure di insegnamento, dai dati sulle differenze che si rilevano nei contesti e nei bambini e da tutto ciò che influenza il processo formativo, per ottenere infine una reale omogeneizzazione del risultato finale.

Tutti questi elementi costitutivi concorrono a delineare una serie di "campi di esperienza", nei confronti dei quali vanno orientate le attività. In questi contesti il bambino raggiunge i traguardi formativi delineati, agisce concretamente e sviluppa il suo apprendimento, confrontandosi con una pluralità di opportunità offerte da ciascun ambito.

In ogni contesto di esperienza si possono ravvisare i valori, gli apprendimenti, le attività funzionali ai processi evolutivi del soggetto ed è quindi compito dell'insegnante saper osservare e distinguere alcuni spazi del conoscere e dell'agire, alcune attività specifiche con le quali il bambino raggiunge delle finalità formative.

Infatti, è proprio in questi contesti concreti di esperienza che i bambini imparano a fare, a dare un significato alle proprie azioni e acquisiscono gli strumenti e le procedure per comprendere e farsi comprendere. Si tratta di ambiti che riguardano la vita extrascolastica del soggetto e spetta alla scuola osservarli sistematicamente, documentarli, potenziarli. In questi spazi concreti di esperienza i bambini sono coinvolti attivamente, sollecitati in modo da sfruttare al

massimo le loro capacità inventive, sviluppare il loro apprendimento, perseguire traguardi formativi, acquisire specifiche competenze. I campi di esperienza indicati nei nuovi programmi del 1991 non sono destinati a subire modifiche sostanziali in un eventuale riassetto degli orientamenti attuali.

Con il termine *campo di esperienza* si indicano i diversi ambiti del fare e dell'agire del bambino e quindi i settori specifici e individuali di competenza nei quali il bambino conferisce significato alle sue molteplici attività, sviluppa il suo apprendimento, acquisendo anche le strumentazioni linguistiche e procedurali, e persegue i suoi traguardi formativi, nel concreto di un'esperienza che si svolge entro confini definiti e con il costante suo attivo coinvolgimento.

Come è ormai noto, gli ambiti di attività sono sei:

- Il corpo e il movimento;
- I discorsi e le parole;
- Lo spazio, l'ordine, la misura;
- Le cose, il tempo e la natura;
- Messaggi, forme e media;
- Il sé e l'altro.

Ma analizziamo più da vicino il campo di esperienza relativo alle abilità matematiche da far sviluppare in un bambino che frequenta la scuola dell'infanzia.

3.1 Lo spazio, l'ordine, la misura.

“*Lo spazio, l'ordine, la misura*” è il campo di esperienza che “si rivolge in modo specifico alle capacità di raggruppamento, ordinamento, quantificazione e misurazione di fatti e fenomeni della realtà, ed alle abilità necessarie per interpretarla e per intervenire consapevolmente su di essa”.

Gli *Orientamenti* insistono particolarmente sullo sviluppo delle molteplici abilità matematiche riguardanti “la soluzione di problemi” mediante l’acquisizione di strumenti che possono diventare a loro volta oggetto di riflessione e di analisi con attività metacognitive.

Inizialmente, il bambino di tre anni esprime le sue prime intuizioni:

- numeriche (quantifica, valuta approssimativamente, confronta fra due grandezze o quantità);
- logiche (proprietà comuni) e
- topologiche (collocazioni spaziali).

Verso i sei anni è in grado di contare gli oggetti, di valutarne la quantità, di ordinare secondo criteri, di classificare, di localizzare le persone nello spazio e di rappresentare percorsi.

Le due direttrici principali di lavoro riguardano:

1. Il versante logico-matematico (raggruppamenti, classificazioni, numerazioni, misurazioni, confronti). È opportuno, in questo campo, utilizzare l’insiemistica intuitiva (relazioni e classificazioni, corrispondenze, unione di classi, complementazione, intersezione e inclusione), e favorire la

formulazione di ipotesi, sviluppare la capacità di progettare e inventare, rappresentare la realtà.

2. Il versante topologico-geometrico (percorsi, rappresentazioni, mappe, modelli, ecc...).

Il metodo di lavoro sarà basato sull'azione diretta e concreta, sull'esperienza spontanea e sul gioco.

Compito dell'insegnante sarà soprattutto di favorire nel bambino il gusto per la ricerca e la scoperta dei problemi e delle ipotesi di soluzione, ricercando occasioni all'interno delle opportunità quotidiane (esperienze, conversazioni, materiali strutturati e non, mappe, fiabe, filastrocche, conte ecc.).

Gli obiettivi, previsti per tale campo di esperienza, si distinguono in base a livello di età del bambino.

Rispetto all'età compresa tra i 3/4 anni sono previsti i seguenti obiettivi:

1. Raggruppare e mettere in successione ordinata fatti e fenomeni della realtà.
2. Scoprire analogie e differenze fra oggetti, persone e fenomeni.
3. Scoprire le relazioni fra gli oggetti. Scoprire i primi rapporti topologici di base attraverso l'esperienza motoria e l'azione diretta.
4. Utilizzare strumenti di misura non convenzionali.

Ecco qui di seguito, invece, gli obiettivi previsti per l'età compresa tra i 5/6 anni:

1. Classificare e seriare.

2. Stabilire le relazioni esistenti fra gli oggetti, le persone e i fenomeni (relazioni logiche causali, spaziali, temporali ecc.).
3. Confrontare quantità (corrispondenze ecc.).
4. Numerare (ordinalità e cardinalità del numero).
5. Misurare spazi e oggetti, utilizzando codici convenzionali e unità di misura.
6. Esplorare e rappresentare lo spazio utilizzando codici diversi.
7. Comprendere e rielaborare mappa e percorsi.
8. Costruire modelli, plastici.
9. Progettare e inventare forme, oggetti, storie e situazioni.

3.2 Indicazioni Nazionali per i Piani Personalizzati delle Attività Educative nelle scuole dell'infanzia.

Dalla revisione delle nuove Indicazioni del '99, si evince, invece, una maggiore ricchezza ed analisi a proposito del campo di esperienza *Lo spazio, l'ordine e la misura* che <<...fornisce conoscenze ed esercita abilità in ordine all'interpretazione matematica di fenomeni dell'esperienza, facendone emergere gli aspetti razionali ed operando consapevolmente su di essi sia da un punto di vista concreto sia rappresentativo>>.

In questo senso, risultano, così, abilità significative quelle che comprendono: *l'osservazione della realtà* per potere individuare proprietà comuni a più oggetti ecc.; *la sua interpretazione* sia in senso

quantitativo, sia in senso qualitativo, per operare stime numeriche, quantificazioni e misurazioni, individuando invarianti, classificando in base ad uno o più attributi ecc.; e, infine, la possibilità di *intervenire in modo razionale su di essa* per sviluppare la capacità di risolvere problemi, di effettuare previsioni, di assumere comportamenti strategici ecc.

Intorno ai tre anni il bambino elabora proprie intuizioni sul numero, ed esprime le sue intuizioni valutando in modo approssimativo la numerosità di raccolte di oggetti o nel confrontare quantità diverse.

Operando concretamente, il bambino è in grado di ordinare più oggetti per grandezza, lunghezza, altezza o altre proprietà; di classificarli per forma, colore o altri attributi; di contarli, di valutarne la quantità, di eseguire operazioni concrete e simboliche, di attribuire lo stesso valore numerico a rappresentazioni simboliche diverse.

Per saper raggruppare, ordinare, contare, misurare, il bambino ricorre a modi più o meno sistematici di confrontare e ordinare, in rapporto a diverse proprietà, grandezze ed eventi; utilizza oggetti o sequenze o simboli per la registrazione; impiega direttamente alcuni semplici strumenti di misura per elaborare quantificazioni, misurazioni, confronti.

Prima dei tre anni, per la percezione dello spazio fisico e l'acquisizione di strumenti operativi e simbolici per una sua progressiva e sempre più adeguata concettualizzazione, il bambino incomincia ad avvertire, esprimendole linguisticamente, alcune collocazioni e relazioni spaziali; in seguito, è in grado di localizzare persone ed oggetti nello spazio, di rappresentare percorsi e di eseguirli

su consegna verbale o anche attraverso l'uso di mappe e schemi iconici.

Partendo dalle prime intuizioni relative alle caratteristiche del numero e dello spazio, intuizioni che l'insegnante farebbe sempre bene ad esplorare e a far esplicitare, mediante specifiche domande di tipo "clinico" o una libera conversazione reciproca tra bambini, la costruzione del concetto di numero potrà procedere, didatticamente, dal confronto di situazioni che fanno intervenire i numeri secondo diverse modalità e per diversi scopi, riconducendo così il concetto di numero alla molteplicità dei suoi significati e delle sue modalità rappresentative: significato cardinale, significato ordinale, come espressione di un'operazione di misurazione, come computo del tempo e, ancora, come "valore" in relazione al denaro, come numero-grandezza, come numero-indice, ecc.

Per scoprire e cogliere le caratteristiche dello spazio e i problemi della localizzazione, è opportuno stimolare il bambino a modi spontanei o guidati di esplorare il proprio ambiente, viverlo, percorrerlo, occuparlo, osservarlo, rappresentarlo. Mentre conduce queste esperienze, è buona norma aiutarlo ad esprimerle attraverso parole, costruzioni, modelli, schemi, disegni. La costruzione di sistemi di riferimento aiuta, infine, il bambino a guardare la realtà da più punti di vista, coordinandoli gradualmente fra loro.

Aver acquisito le prime abilità di raggruppamento, riordinamento, calcolo, misura, collocazione topologica aiuta a sviluppare le *capacità di porre in relazione* come: formulare previsioni e prime ipotesi; individuare, costruire ed utilizzare relazioni e classificazioni; riconoscere invarianti; utilizzare diversi strumenti di

rappresentazione (figurale, iconica, simbolica); operare riflessioni e spiegazioni su numeri, sistemi di riferimento, modalità rappresentative. A ciò si aggiunge la *capacità di elaborare in modo inventivo* progetti e forme, derivati dalla realtà o del tutto nuovi, di oggetti e spazi dell'ambiente; l'ideazione di storie; la realizzazione di giochi con regole più o meno formalizzate e condivise; le rappresentazioni spontanee o ricavate da quelle in uso e così via.

Per rafforzare la scoperta dei nessi tra parlare, ordinare, collocare, prevedere, ecc. è opportuno promuovere la comprensione e l'uso di connettivi logici (non, e, o), di quantificatori (tutti, almeno uno, al più uno, ogni, ciascuno, ecc.) e delle loro negazioni; la creazione di situazioni comunicative che, utilizzando il gioco, richiedano l'uso di legami logici del discorso sarà l'occasione per far riflettere ciascun bambino sul significato del proprio linguaggio e sui vincoli logici cui deve attenersi.

Dal punto di vista metodologico, l'elaborazione e la conquista dei concetti logico-matematici avviene, così, attraverso esperienze reali, potenziali e fantastiche che si aprono a percorsi e tracciati occasionali o programmati di razionalizzazione. Tutti gli aspetti dell'esperienza, possono presentare, in maniera più o meno immediata e diretta, numerose e variate situazioni in grado di stimolare lo sviluppo dei processi logico-matematici, che offrono lo spunto per attività basate essenzialmente sul gioco, sulla manipolazione, l'esplorazione, l'osservazione diretta, la collaborazione e il confronto con gli altri, lo scambio fra i pari, le sollecitazioni occasionali dell'insegnante. Le varie forme di linguaggio verbale, a loro volta, costituiscono per la loro ricchezza espressiva e la loro potenzialità

logica, il punto di partenza di ogni attività di formalizzazione. L'insegnante propone al bambino di svolgere, in contesti per lui significativi, operazioni di matematizzazione della realtà secondo diversi livelli di concettualizzazione ed utilizzando modalità linguistiche e rappresentative utili alla loro descrizione e argomentazione. In particolare vanno tenute presenti le attività di vita quotidiana (quanti bambini ci sono in questa sezione/gruppo?), la conoscenza di sé e la storia personale (quante persone ci sono nella mia famiglia?), i ritmi e i cicli temporali (le stagioni, i mesi, i giorni della settimana, ...), i giochi di gruppo e di squadra, l'ambientazione nello spazio a due e tre dimensioni (quanti passi bisogna fare per andare dalla classe alla mensa? e in giardino?), le produzioni fantastiche (la fiabe, le drammatizzazioni, le conte), l'esplorazione della natura e l'invenzione di storie. A queste attività di concettualizzazione si aggiunge la possibilità di introdurre il riferimento diretto ad oggetti matematizzati, cioè a modelli concreti degli oggetti matematici, disponibili come materiali strutturati o costruiti durante l'attività, la familiarizzazione con simmetrie e accostamenti di forme (ritagli, piegature, mosaici, incastri, tasselli, ecc.). Ai bambini che presentano particolari problemi ed incontrano specifiche difficoltà nello svolgimento di attività programmate saranno proposti interventi educativi e didattici basati su un più costante ed intensivo aggancio alla concretezza, sull'eventuale impiego di materiali e sussidi finalizzati e, altro potente fattore di apprendimento, sull'invio di segnali continui di apprezzamento dei loro sforzi e delle loro strategie individuali di apprendimento.

3.3 Proposte operative.

I bambini conoscono i simboli numerici che utilizzano nel telecomando, al telefono, con tante delle loro esperienze della vita quotidiana.

Ma non ne conoscono la loro connotazione quantitativa (funzione cardinale), cioè la corrispondenza fra ciascun simbolo e la quantità che rappresenta.

L'acquisizione di questa corrispondenza è la base della loro formazione matematica, poiché su di essa si costruisce la loro capacità di contare e di fare calcoli nei percorsi di apprendimento che intraprenderanno nei successivi ordini di scuola.

Ora possiamo avviarli a questa conquista anche nella scuola dell'infanzia, se sappiamo proporre esperienze operative rispondenti alla dimensioni di sviluppo e capaci di sollecitarle positivamente ed efficacemente.

Possiamo farlo preparando un semplice righello (*il righello dei numeri*), lungo cm. 31 e alto cm. 4, sul quale tracciamo una retta e scriviamo i numeri da 1 a 10 (vedere fig.1) ad una distanza di cm. 3.

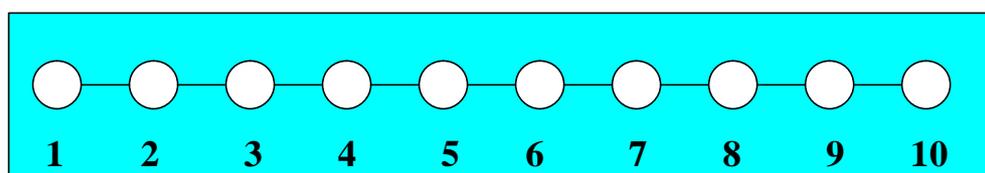


Fig. 1

Procuriamoci alcuni piccoli oggetti (animaletti, palline, pupazzetti...) in quantità diversificate da 1 a 10 e sistemiamoli in una scatola. Abbiamo così preparato un mediatore didattico che aiuta i bambini a contare con estrema facilità. Basta, infatti, raggruppare una serie di oggetti o elementi uguali, sistemarli con ordine su ciascuno dei cerchietti corrispondenti ai numeri partendo da sinistra verso destra (dal n. 1 al numero 10) e contarli. È un'operazione facile, che richiede tuttavia ordine e concentrazione per sviluppare le molte competenze cognitive.

Dopo questa fase operativa si può passare ad attività più simboliche:

- i bambini disegnano su un foglio i risultati ottenuti, rappresentando graficamente oggetti e numeri come li vedono sul righello (vedere fig.2)

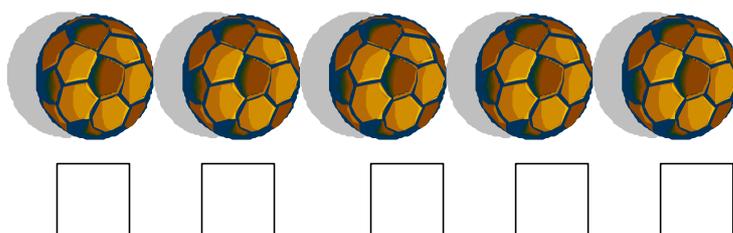


Fig. 2

- i bambini lavorano con schede operative diverse, preparate precedentemente, e contano le immagini di una collezione di elementi utilizzando lo stesso principio del righello dei numeri (vedere fig. 3).

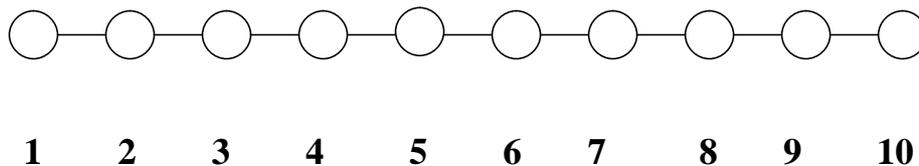


Fig. 3

- i bambini associano ad ogni simbolo numerico il corrispondente numero di quadrati rossi (vedere fig. 4).

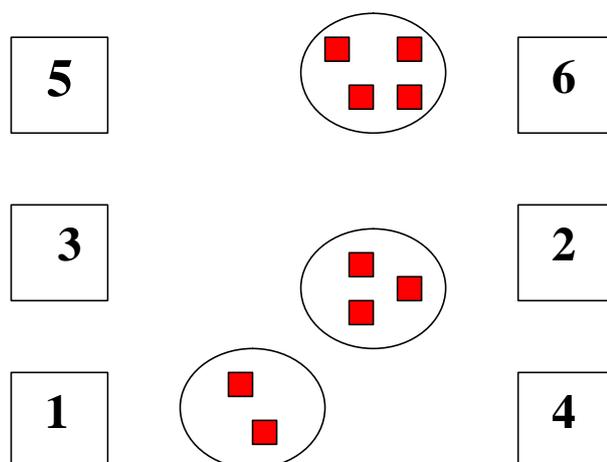
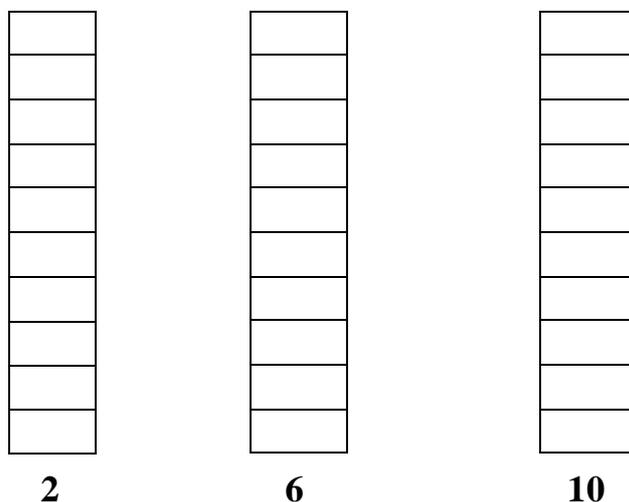


Fig. 4

- i bambini colorano nelle torri, che sono disegnate sopra i sopra i numeri, tanti mattoni quanti sono indicati dai numeri. Associano così il numero alla corrispondente quantità di elementi (vedere fig. 5). Si tratta di una vera e propria verifica per individuare le capacità dei

bambini di associare ogni simbolo numerico alla quantità corrispondente.



Possiamo, inoltre, proporre delle esperienze logico-matematiche per favorire l'approccio ordinale al numero naturale nella scuola dell'infanzia.

I numeri, come entità simboliche e naturali, sono elementi di un insieme infinito ordinato in successione. Conseguentemente vengono usati come numeri ordinali, ai quali si possono applicare tutte le regole e le proprietà degli ordinamenti, comprese quelle delle seriazioni, e vengono attribuiti termini linguistici diversi rispetto ai numeri cardinali. Nella lingua italiana i vocaboli (*aggettivi ordinali*) dei numeri sono “PRIMO, SECONDO, TERZO...”, diversi da quelli utilizzati per la loro connotazione quantitativa (*aggettivi cardinali*) che sono “UNO, DUE, TRE, QUATTRO...”.

I bambini usano spesso i numeri ordinali nei giochi, nelle attività di routine (quando si dispongono in fila, rispettano i turni...). Proprio da queste prime attività informali (“Sono arrivato PRIMO”,

“nel SECONDO”, “il TERZO scalino”...) muovono le loro esperienze mirate nella scuola, che devono essere numerose poiché nella realtà non sono molto frequenti e talvolta frammentarie.

Con bambini di cinque anni possiamo ricorrere all'uso linguistico di aggettivi ordinali in contesti diversi: turni per le varie attività, gare di corsa, piani delle costruzioni corrispondenti ai piani delle case, gradini di una scala, vignette di una storia in sequenza, i numeri ordinali sulle magliette, le istruzioni per il LEGO-DACTA, ecc. Sulla base di queste considerazioni possiamo progettare percorsi sistematici di esperienze.

Progettiamo insieme ai bambini esperienze per ordinare e seriare più di due oggetti, persone, animali, eventi in sequenza, usando esplicitamente i primi aggettivi ordinali (PRIMO, SECONDO, TERZO...). Possiamo ordinare per strategie libere, inventate dai bambini, e in base alla selezione di una proprietà (grandezza, gradazione di colore, altezza, sequenza temporale...). In entrambi i casi è consigliabile procedere al riconoscimento dell'oggetto cui compete l'ordinale (Sai dirmi quale è PRIMO? Indicami il SECONDO. Dove è il TERZO?...) oppure a riconoscere l'ordinale che compete ad un oggetto (Come possiamo chiamare il più piccolo? Che numero diamo al più grande?..).

Possiamo infine aiutare i bambini ad individuare e attribuire gli aggettivi ordinali in contesti operativi diversi:

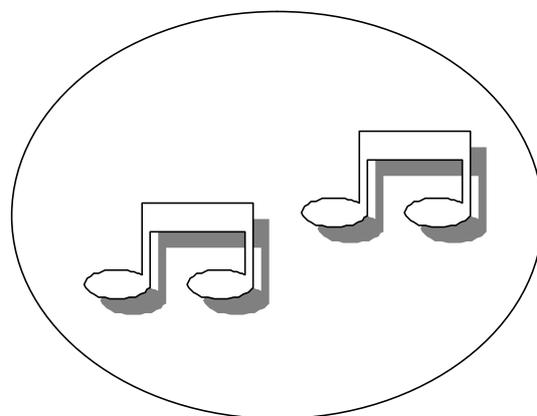
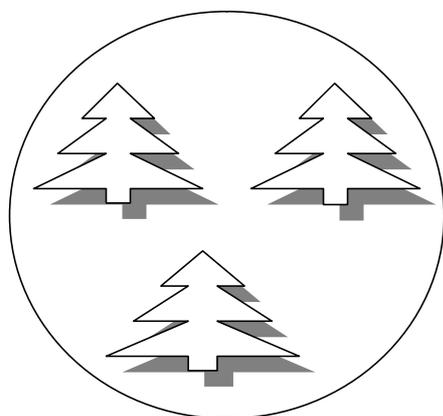
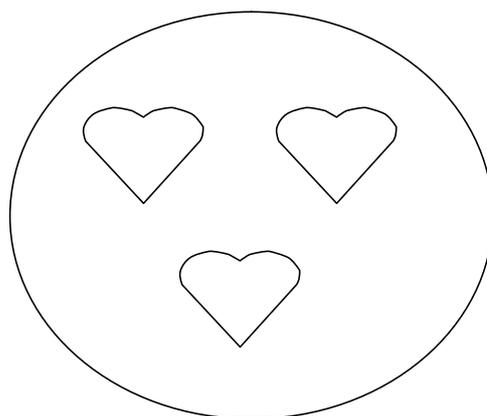
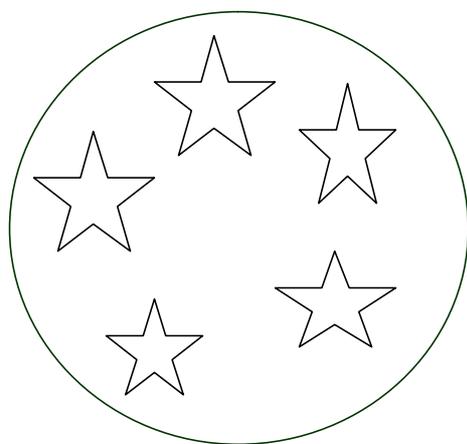
- ricostruzione in sequenza di storie, fiabe, racconti;
- scansione dei segmenti di un percorso motorio ad ostacoli (PRIMO ostacolo, SECONDO ostacolo...);

- ordine di arrivo in una gara di corsa (il PRIMO che ha tagliato il traguardo...Il SECONDO è...);
- descrizione ordinale dei gradini di una scala su cui un compagno sta salendo;
- i turni per dedicarsi ad un gioco o ad un'attività (PRIMO, SECONDO, TERZO...);
- disposizione in fila (dal PRIMO all'ULTIMO) dei bambini stessi per giochi, percorsi, marce, girotondi, turni ai servizi.

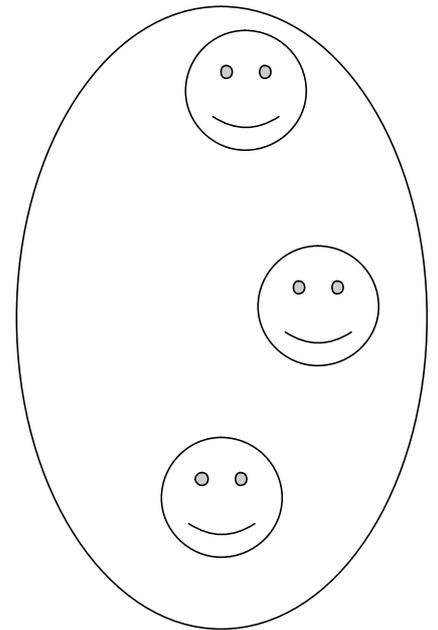
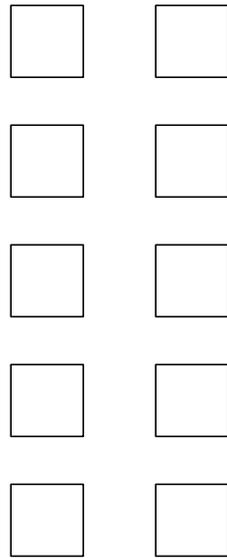
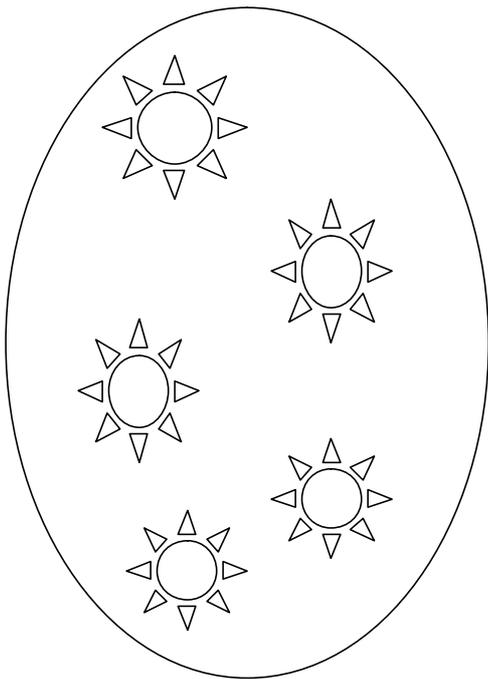
In tutti i casi è bene che l'insegnante intervenga per evidenziare, con un linguaggio chiaro e sintetico, il numero ordinale che viene attribuito a ciascun elemento e coinvolga i bambini ad esprimere considerazioni sulla numerazione effettuata, a partecipare attivamente alla realizzazione di una nuova numerazione, a discutere numeri, posizioni, criteri di ordinamento della realtà.

Appendice

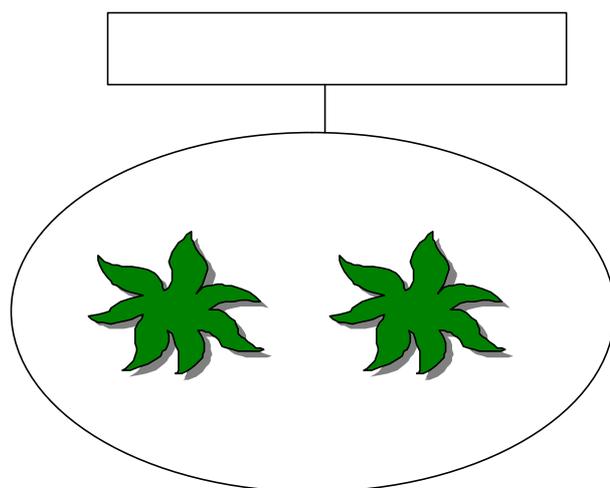
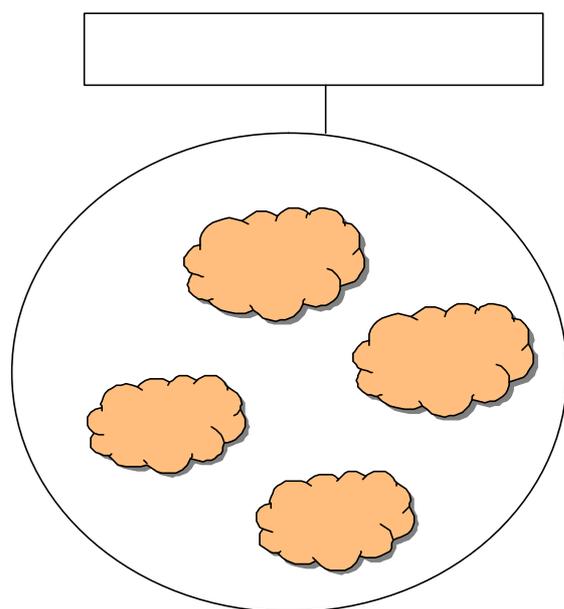
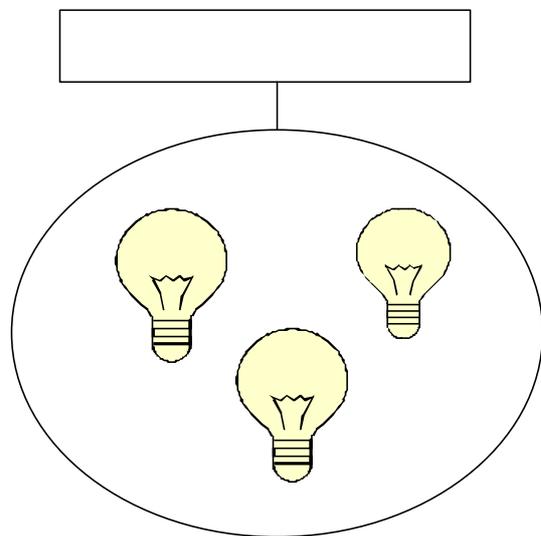
Scheda A



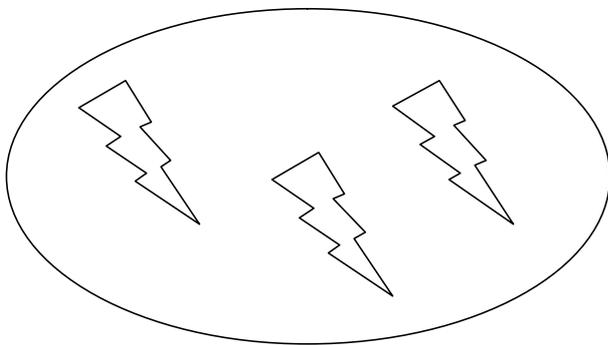
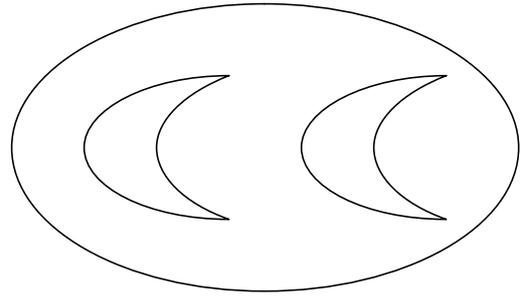
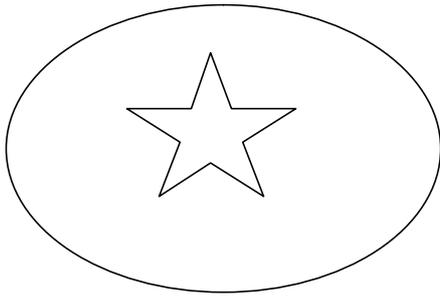
Scheda B



Scheda C



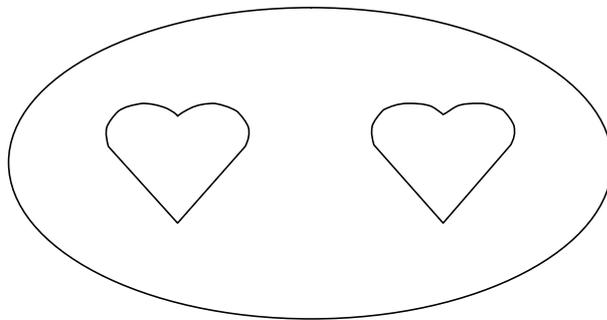
Scheda D



1

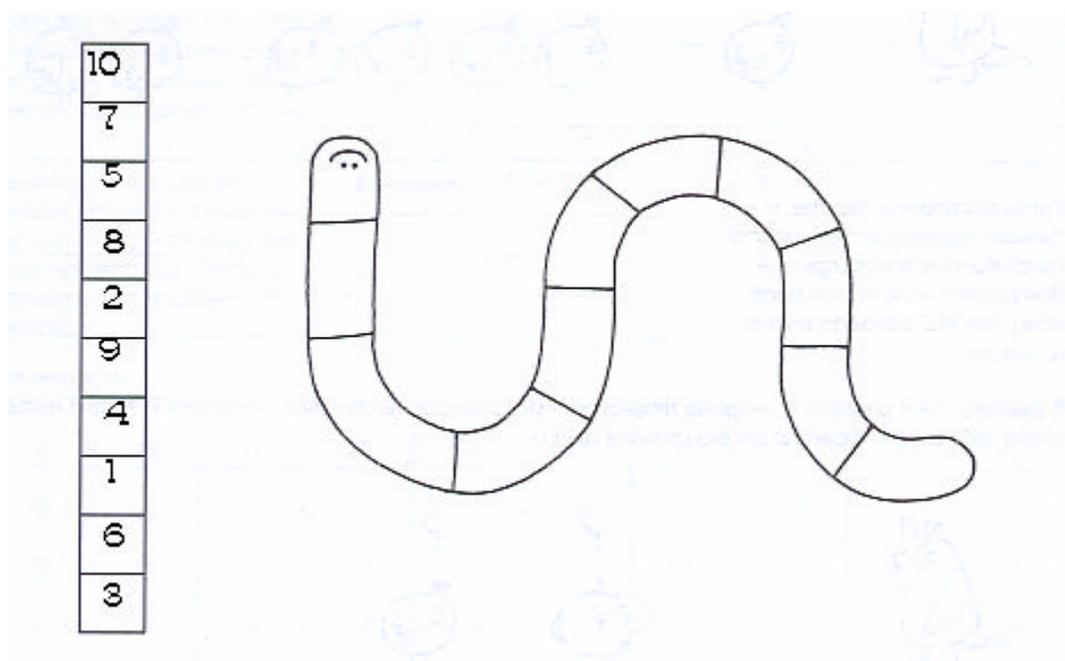
2

3

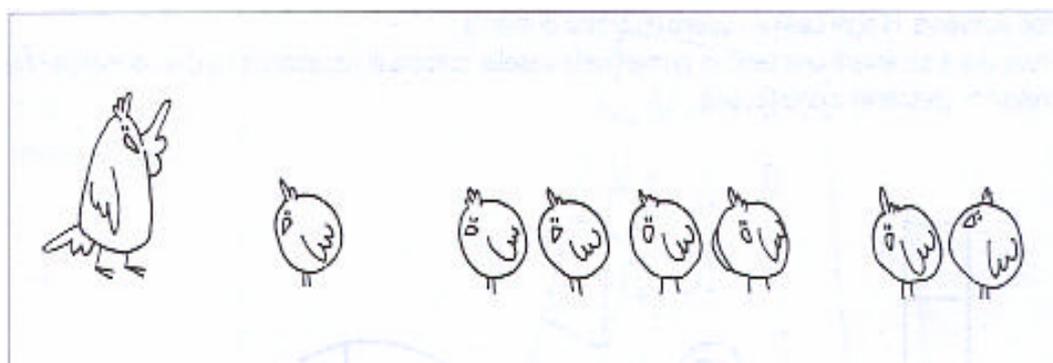
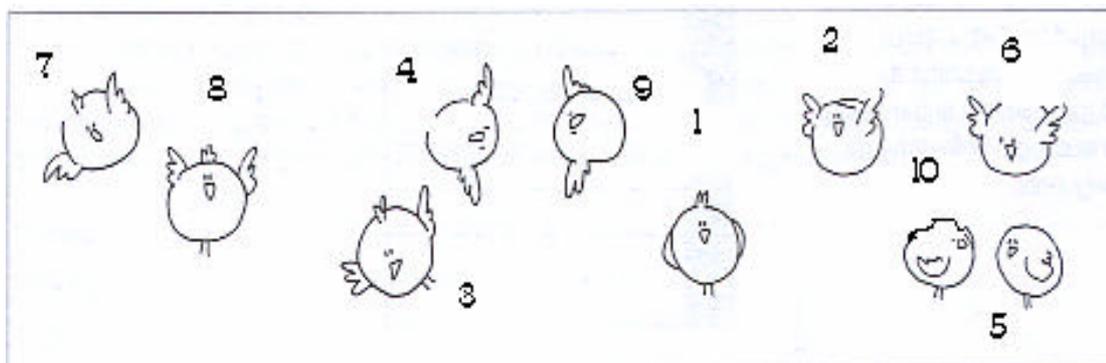


4

Scheda E



Scheda F



Allegato n.6

Bambini	Strategie											
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
F.A1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
F.A2	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
F.A3	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
F.A4	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F.A5	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
F.A6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F.A7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F.A8	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A9	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
F.A10	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
F.A11	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
F.A12	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A13	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F.A14	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1
F.A15	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
F.A16	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A17	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
F.A18	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
F.A19	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
F.A1.1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A1.2	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
F.A1.3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A1.4	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F.A1.5	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
F.A1.6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F.A1.7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A1.8	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A1.9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A1.10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F.A1.11	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A1.12	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
F.A1.13	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A1.14	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
F.A1.15	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
F.A1.16	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.A1.17	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1

F.A1.18	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
F.A1.19	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A1.20	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
F.A1.21	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F.A1.22	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D.A1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
D.A3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
D.A4	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D.A5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A6	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A7	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A8	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A9	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
D.A10	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
D.A11	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
D.A12	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D.A13	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
D.A14	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1
D.A15	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
D.A16	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
D.A17	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D.A1.2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
D.A1.3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
D.A1.4	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
D.A1.5	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
D.A1.6	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
D.A1.7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
D.A1.8	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
D.A1.9	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.10	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.11	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.12	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.13	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.14	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.15	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

D.A1.16	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.17	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.18	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.19	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
D.A1.20	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
D.A1.21	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.22	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D.A1.23	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
Variabili supplementari												
Ordinale	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
Cardinale	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F.corretto	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Allegato n.7

D.A1.22.16.10.9.1.8.1.(D.A1.15.14.13.12.11)A4A3)(D.A11A10.9A8)(D.A1.21.20.19.(F.correttonaleale.23

Graphe implicatif : A:\tab7trasp_1.csv

99 95 90 85

Allegato n.8

Nel seguente grafico delle implicazioni, si nota come non sussista alcuna implicazione tra le variabili supplementari (profili ideali di bambini portatori di misconcetti ipotizzati: ordinale, cardinale, formalmente corretto) e i bambini delle sezioni di scuola dell'infanzia.

Bibliografia

- Spagnolo Filippo (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze.
- Speranza Francesco et al. (1990), *Insegnare la matematica nella scuola elementare*, Zanichelli, Bologna.
- Boyer C.B. (1976), *Storia della matematica*, ISEDI.
- Brousseau G. (1998), *Thèorie des Situations Didactiques*, La Pensèe Sauvage, Grenoble.
- Zanniello Giuseppe (1997), *La prepedagogicit  della sperimentazione*, Palumbo, Palermo.
- Vigan  Renata (1999), *Pedagogia e Sperimentazione*, Vita e Pensiero, Milano.
- Rubagotti Giuseppina (1991), *I nuovi orientamenti per la scuola materna*, Fabbri Editori, Milano.
- La Marca Alessandra (2001), *Io studio per...imparare a pensare*, Citt  Aperta, Troina (En).
- Trisciuzzi Leonardo (1991), *Psicologia Educazione Apprendimento*, Giunti, Firenze.
- Indicazioni nazionali per i Piani Personalizzati delle Attivit  Educative nelle scuole dell'infanzia del '99.
- Olmetti Peja D. (1998), *Teoria e tecniche dell'osservazione in classe*, Giunti, Firenze.