UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO

FACOLTA' DI SCIENZE DELLA FORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

MATEMATICA E CULTURA.
UN AFFASCINANTE VIAGGIO ALLA SCOPERTA DI STRATEGIE RISOLUTIVE NEI BAMBINI DI CULTURE DIVERSE.

Tesi di Laurea di :

Valeria Paruta

Relatori:

Ch.ma Prof.ssa Alessandra La Marca

Ch.mo Prof. Filippo Spagnolo

Anno Accademico 2003/2004

A Francesco, Rosa e
Giuseppe

INDICE GENERALE

INTRODUZIONE

L'interesse per la ricerca e lo studio che ho affrontato è nato dalla profonda curiosità di conoscere e approfondire alcuni degli aspetti caratterizzanti le numerose culture che ci circondano.

Le nostre società, compresa quella italiana infatti, si riscoprono sempre più multiculturali: diversità culturali, minoranze culturali, minoranze etniche esistono tra noi da molto tempo.

Credo che sia fondamentale attenzionare ai processi di integrazione dei soggetti portatori di culture diverse al fine di cogliere non solo il modo di rapportarsi del soggetto nei confronti del gruppo ma, soprattutto la dimensione personale, il rapporto con sé stesso, la capacità di vivere la propria interiorità.

A tal proposito, ho avuto la grande opportunità, durante gli anni di tirocinio, di conoscere diverse realtà scolastiche: quella che mi ha affascinato particolarmente è stata la sede didattica dell'Istituto Comprensivo "Madre Teresa di Calcutta" di Palermo. Vi ho ritrovato bambini e ragazzi di ogni nazionalità, lingua, credo religioso, ciascuno con una storia personale da raccontare, una storia da integrare con altre, una storia da "vivere" con gli altri.

Credo che la scuola, tra i ruoli che assolve, non debba dimenticare l'importanza dell'identità di ogni alunno, specie se culturalmente diverso da noi.

L'identità rappresenta la categoria su cui si basa il discorso pedagogico, e come tale, merita di essere sostenuta e promossa da un'attenta progettualità didattica.

Come? Attraverso il mondo dei Saperi (assimilazione) e quello delle realtà umane e ambientali (integrazione) è possibile favorire l'incontro e il rapporto di condivisione del soggetto nei confronti del mondo.

Naturalmente, la ricerca della propria identità non necessariamente evolve in maniera del tutto integrata ma, può andare incontro a divergenze ed inquietudini legate ad un assetto che, inizialmente, può destare situazioni conflittuali nella persona.

Per tale motivo, il gruppo, la società, la scuola hanno il compito di preparare le condizioni per ***suscitare*** la persona, come richiamava E. Mounier.

In questa prospettiva, integrazione e assimilazione si pongono non come fini, bensì come momenti, fasi, condizioni di un processo educativo.
Quest'ultimo implica un continuo dialogo tra l'io e l'altro e dello stesso io con se stesso.
L'altro da sé come individuo, gruppo, ambiente, cultura rappresenta il contesto in cui ci muoviamo, costituisce le coordinate di tempo e spazio in cui viviamo e, allo stesso tempo, si configura come parte di una storia personale che noi siamo chiamati a costruire e che nessuno può realizzare al nostro posto.
La storia dell'identità si viene, così, delineando in tutta la sua complessità, con le sue possibili fluttuazioni e trasformazioni, ma anche con la forza inesauribile della sua autenticità.
Non dobbiamo pensare alla costruzione dell'identità come un processo che ha un inizio e una conclusione: essa è in continuo movimento, il soggetto è costantemente impegnato a costruirla.
E la dimensione vitale consiste proprio nel cambiamento che vede la storia umana riconoscersi in questo divenire e la dimensione educativa riconoscersi quando questo divenire riesce a porsi nella direzione di miglioramento.
L'educazione si impegna non solo a favorire, in ogni individuo, il processo di costruzione della propria identità ma, anche a fornire strumenti culturali disponibili storicamente per la valorizzazione della presenza dell'uomo nel mondo.
Il significato educativo dell'identità consiste in questa scoperta, costruzione, approfondimento del proprio essere personale, della propria presenza.
L'educazione è questo continuo perfezionamento della propria identità e si configura come un'educazione all'alterità in cui non ci si limita a illustrare le culture altrui, ma si cerca di penetrare nei codici che le caratterizzano in un'ottica di rispetto.
Ancora, un'identità che sappia mostrare coerenza di sé con se stessi in cui il cambiamento può configurarsi come scelta adeguata *in* e *per* quel determinato momento esistenziale: è il "senso di un'identità interiore" che, secondo Erikson, consente di vivere la propria integralità e completezza.

Quanto detto non riguarda esclusivamente un particolare ambito disciplinare ma, ogni insegnante ha il preciso compito di riconoscere ai bambini immigrati il loro diritto a mantenere la propria identità culturale e di valorizzare concretamente il bilinguismo e il biculturalismo favorendo così, la capacità di scambio, di dialogo fra tutti gli alunni.

Nella mia ricerca, ho costantemente attenzionato all'interiorità dell'altro diverso da me e la grande ricchezza (in termini di atteggiamenti, modi di fare, costumi) di cui si fanno portatori questi bambini.

Proprio durante il periodo in cui svolgevo le mie attività di tirocinio nella scuola, citata precedentemente, appresi da una rivista scientifica delle notizie davvero affascinanti su una cultura praticata in India Meridionale, la quale cela, dietro decorazioni straordinarie, concetti matematici di grande interesse.

L'insegnamento della Didattica della Matematica mi ha fornito gli strumenti adeguati allo scopo che volevo raggiungere: partendo da una storia e da alcuni frammenti di disegni, ho voluto verificare mediante apposita sperimentazione, se, nella risoluzione dei quesiti posti, i processi di risoluzione dei bambini extracomunitari presentavano particolari differenze rispetto ai bambini italiani.

In questo lavoro, l'intervento della Pedagogia Sperimentale si è rivelato molto proficuo: ho potuto procedere con un certo ordine; partendo da un'ipotesi sperimentale e delineando il campione, la metodologia e l'analisi a-priori ho poi, proceduto con la descrizione dei dati sperimentali per dare una spiegazione al materiale raccolto.

Nasceva così, dal connubio tra la lettura di quel famoso articolo e il vivo desiderio di entrare a contatto con alunni extracomunitari, la ricerca che, di seguito, presenterò nei vari capitoli.

Nel primo capitolo, ho voluto approfondire e sottolineare la valenza pedagogica dell'Etnomatematica: una scienza di grande prestigio a livello internazionale che ha offerto, nell'ambito della Didattica della Matematica, notevoli contributi e suggerimenti.

La tradizione Kolam, come cultura da scoprire e conoscere, rappresenta l'esperienza tangibile del vissuto di alcune comunità indiane nella loro quotidianità.

Ho illustrato, nel primo paragrafo, i vari significati che i popoli del Tamil Nadu attribuiscono ai disegni riportati davanti le soglie delle loro case.
Nel paragrafo successivo, ho delineato le modalità attraverso le quali questa gente procede nella realizzazione delle decorazioni.
Negli ultimi paragrafi, invece mi sono soffermata all'aspetto più matematico, ossia ai linguaggi a figure e ai linguaggi a matrici che emergono e che sono stati oggetto di numerosi studi da parte di diversi matematici.
Nel terzo capitolo, ho tracciato l'excursus storico relativo alla matematica indiana e cinese.
Ho voluto privilegiare le suddette aree geografiche orientali perché la ricerca è stata prevalentemente rivolta ad alunni appartenenti a tali culture.
Pertanto, ho cercato di riportare una breve sintesi e focalizzare i periodi fondamentali delle matematiche non europee.
Nel quarto capitolo, dopo aver riportato la premessa alla sperimentazione, ho elaborato la mia ipotesi sperimentale, ho descritto il campione della ricerca e la metodologia adottata ed infine, nell'analisi a-priori ho elencato i comportamenti attesi degli alunni.
Nell'ultimo capitolo ho proceduto con la tabulazione dei dati sperimentali, operando l'analisi quantitativa e qualitativa dei dati sperimentali.
Inoltre, mi sono occupata della sbobinatura dei protocolli rilevati (che allego in Appendice) e delle considerazioni rispetto a quest'ultimi.
Le considerazioni conclusive, riportate nel sesto capitolo, hanno consentito un'ulteriore riflessione ed analisi sui risultati raggiunti.

Capitolo primo
ETNOMATEMATICA, CULTURA, EDUCAZIONE

1.1 Cos'è l'Etnomatematica?

Da qualche decennio, la presente disciplina s'inserisce nel panorama della ricerca ed ha fortemente contribuito ad alimentare lo studio di tematiche riguardanti non solo l'ambito [1]matematico ma anche quello antropologico.

Uno dei più illustri studiosi che si è occupato largamente degli studi di matematica applicati alla cultura di un popolo è Ubiritan D'Ambrosio.

Egli reputa l'etnomatematica ***<<un programma volto a spiegare i processi di generazione, organizzazione e trasmissione in differenti sistemi culturali e le forze interattive che agiscono su di noi in questi tre processi*** >>[1]. Analizzando il termine in questione ci si accorge che non affronta esclusivamente argomentazioni di carattere matematico scientifico: il prefisso ***etno***, fa riferimento al contesto culturale, racchiude anche valutazioni rispetto ad argomenti come il linguaggio, il gergo, i codici di comportamento, miti e simboli; la radice ***matema*** non è molto semplice da comprendere ma, assume significati come spiegare, conoscere, capire; infine, ***tica*** rappresenta l'unione di arte e tecnica.

Pertanto, **l'etnomatematica è l'arte o la tecnica di spiegare, di conoscere, di capire nei diversi contesti culturali.**

È molto interessante vedere come questa scienza abbia cercato di capire il sapere/il fare matematico nel corso della storia dell'umanità: la vita quotidiana dei gruppi, delle famiglie, delle tribù, delle comunità, delle associazioni, delle professioni, delle nazioni scorre in diverse regioni del pianeta, in ritmi e modi distinti, come risultato di priorità determinate, fra molti fattori, dalle condizioni ambientali, modelli di urbanizzazione e produzione, sistemi di comunicazione e strutture del potere.

Gli individui, riconoscendosi appartenenti ad una stessa nazione, ad una stessa comunità, ad uno stesso gruppo, condividono le loro conoscenze, come il linguaggio, i miti, i culti, i costumi e possiedono comportamenti compatibili e subordinati a sistemi di valore concordi nel gruppo che fanno di essi gli appartenenti ad una

[1] U. D'Ambrosio, 2002a, pag7

medesima ***cultura***. Quest'ultima implica una dinamica relazionale costante nell'incontro tra individui tale da non essere considerata come cultura finale o finita.
Essa infatti, è in continua trasformazione ed aderisce a quella che si potrebbe definire ***dinamica culturale***.

L'etnomatematica s'inserisce proprio come programma di ricerca storica e filosofica della matematica, volto alla conoscenza e comprensione delle diverse modalità con cui l'uomo ha affrontato la questione esistenziale.

In particolare, l'attenzione s'incentra su ***come*** l'individuo ha elaborato le rappresentazioni della realtà rispondenti alla percezione di tempo e spazio, ***come*** li ha poi, fruiti nella pratica quotidiana.

Ogni individuo organizza il suo processo intellettuale nel corso della storia della sua vita e, nell'incontro con l'altro, articola una particolare dinamica culturale: in tale direzione, anche l'*Etnostoria*[2] si è occupata di analizzare Territori culturali attraverso il complesso delle informazioni integrative delle fonti ufficiali.

Mentre l'Etnomatematica studia uno specifico "fare" matematico riferito ad un particolare contesto territoriale, l'Etnostoria, grazie proprio all'ausilio delle *Etnofonti*, in seguito precisate dagli Studiosi come *Etnoreperti*, indica quegli strumenti di vita materiale e di archeologia industriale su cui basare il profilo storico di un particolare territorio.

Nello studio di una realtà culturale, infatti, si rivelano di fondamentale importanza le diverse fonti, da quella cartacea, a quella orale, iconica, gestuale e materiale e, l'Etnostoria ha elaborato, mediante indagini parallele sul Territorio, delle strategie di crescita delle Comunità e ha predisposto dei programmi socio-economici e culturali di sviluppo.

Così facendo, la validissima Disciplina etnostorica consente di "*valutare l'oggetto come tratto esterno di idee implicite, esplicito rispetto all'implicito, strumento, dunque, di verifica delle idee, mezzo e non fine e riconosce, di conseguenza, nei Beni culturali la specifica valenza di Beni conoscitivi, mediatori di conoscenze e, pertanto,rivolti alla più efficace comunicazione.*"[3].

---

[2] A. Rigoli, 1999, pp. 7-12
[3] A. Rigoli, 1999, p. 12

1.2 Formazione di modelli comportamentali

Ogni comunità adotta particolari modelli di comportamento (parlando della questione della sopravvivenza), frutto di un’attenta elaborazione della realtà in cui è inserita e del bagaglio culturale di ciascun individuo. È importante sottolineare che tale questione, correlata al discorso relativo alla trascendenza, è fortemente legata ai sistemi di conoscenza della religione: il “qui e adesso” è ampliato a “dove e quando”.
“*La specie umana*, afferma U. D’Ambrosio *trascende spazio e tempo oltre l’immediato e il sensibile. Il presente è prolungato al passato e al futuro e il sensibile si amplia al remoto.*
L’essere umano agisce in funzione della sua capacità sensoriale che risponde al materiale (manufatti) e della sua immaginazione, molte volte chiamata creatività, che risponde all’astratto (mentefatti)”[4].

La realtà materiali —— *insieme di fatti e fenomeni accumulati dal Principio.*

Questione fondamentale di tutti i sistemi filosofici e scientifici.

È quella percepita da ogni individuo come naturale —— *accresciuta da esperimenti e pensieri formulati dal singolo.*

Pertanto, l’uomo dapprima apprende la realtà attraverso meccanismi genetici, sensoriali, mnemonici e poi opera attivamente le sue scelte conoscitive.

[4] U. D’Ambrosio, 2002b, pp. 121-122

Queste, condivise con il resto del gruppo, comportano la compatibilità dei diversi comportamenti di cui ciascuno si fa portatore e quindi contribuiscono a determinare la cultura del gruppo stesso.

Per comprendere maggiormente il legame tra tale discorso e l'etnomatematica, non bisogna trascurare l'esistenza dei sistemi di conoscenza, come le religioni, che consentono di tuffarsi nel passato, spiegando le cause prime, dando un senso alla storia, organizzando le tradizioni ed influenzando il futuro.

Così facendo, il gruppo condivide, impara a conoscere le tradizioni tramandate nel corso della storia e consolida atteggiamenti ben condivisi che maturano nei valori.

Gli individui appartenenti alla stessa cultura, offrono nelle sfide del quotidiano, le stesse spiegazioni, sfruttano i medesimi modi di agire, le identiche abilità, arti e tecniche creando così, gli strumenti materiali e intellettuali, che chiamiamo "***tiche***", per capire, conoscere, imparare per sapere e fare, che chiamiamo "***matema***", come risposta a necessità di sopravvivenza e di trascendenza in differenti ambienti naturali, sociali e culturali, che chiamiamo "***etnos***": essi si esprimono, cioè nella loro etnomatematica.

Naturalmente, quest'ultima varia a seconda dei contesti socio-culturali e del progresso storico-sociale delle comunità: le esigenze di un popolo sono infatti, strettamente legate ai bisogni non solo individuali ma, anche ambientali.

Ripercorrendo il corso della storia, è possibile rilevare alcune interessanti transizioni: il ragionamento quantitativo praticato, dapprima dai Babilonesi, ha dato in seguito, origine a quello qualitativo, specifico dei Greci e che si protrasse per tutto il Medioevo.

Con il periodo moderno, si assiste alla comparsa dell'aritmetica (tica= arte+aritmos= numeri) composta da cifre indo-arabe e all'affermazione del ragionamento quantitativo, considerato simbolo ed essenza di quel periodo.

Recentemente, con la nascita dell'intelligenza artificiale, si affaccia in maniera preponderante il ragionamento qualitativo, rintracciabile anche nelle etnomatematiche. Occorre, inoltre non sottovalutare la subordinazione, nelle culture situate nel Sud del Mediterraneo, del pensiero globale rispetto a quello sequenziale, che potrebbe essere riconosciuto come peculiarità della filosofia greca.

Oggi, viviamo un periodo molto simile all'effervescenza intellettuale del Medioevo: si giustifica parlare di un Nuovo Rinascimento e, l'etnomatematica rappresenta proprio una delle manifestazioni di tale Rinascimento.

"*È fondamentale notare che l'accettare e l'incorporare altri modi di analizzare e spiegare fatti e fenomeni, com'è il caso delle etnomatematiche, accade sempre in parallelo con altre manifestazioni della cultura. Questo è evidente nei due tentativi d'introduzione de l sistema indo-arabico in Europa. Il primo tentativo, di Gerbert de Aurillac, che fu nominato Papa nel 999 con il nome di Silvestro II, non ottenne successo 2nota. Un secondo tentativo, quasi tre secoli dopo, fu realizzato dal commerciante Leonardo Fibonacci, di Pisa, con la pubblicazione del Liber Abaci nel 1202. il nuovo sistema insegnato da Silvestro II poco apportava al modello economico e alla tecnologia che predominavano nel secolo XI. Ma per il mercantilismo che cominciava a svilupparsi nel secolo XIII, come pure per le novità della scienza sperimentale del Basso Medioevo, l'aritmetica imparata con gli Arabi era essenziale. Questo parallelo fra le idee matematiche ed il modello economico fu riconosciuto da Fra' Vicente do Salvador che fece commenti sull'aritmetica degli indigeni brasiliani. Lo storico spiega che essi contavano con le dita delle mani e, se necessario, con quelle dei piedi. Con questo soddisfacevano pienamente tutte le necessità del quotidiano (sopravvivenza) e pure quelle dei loro sistemi di spiegazioni (trascendenza). Non conoscevano altri sistemi perché non esistevano ragioni per tale conoscenza."*[5].

1.3 Universalità della Matematica

Credo che l'impegno necessario per comprendere il comportamento e l'atteggiamento dei giovani della nostra società consista non solo nell'organizzazione di validi ed efficienti strumenti educativi, volti alla promozione integrale della persona ma, soprattutto nell'analizzare il momento culturale nel quale essi sono inseriti ed integrati.

Negli ultimi anni, gli scienziati hanno attenzionato ad alcune forme del pensiero, come misurare, spiegare, generalizzare, inferire, riconosciute come elementi comuni e presenti in tutta la specie umana.

---

[5] D'Ambrosio U., 2002b, pagg. 123- 124

E il motivo per il quale è stato attribuito alla matematica il carattere di universalità è facilmente intuibile: essa è riuscita, nel corso dei secoli, a diffondersi universalmente come nessuna lingua o arte sono state in grado di fare, a spodestare gli altri modi di quantificare, misurare, ordinare e perdurare così, sino ad oggi, come manifestazione culturale di fondamentale rilevanza.

Il recente passaggio da Homo Sapiens ad Homo Rationalis ha consentito di sottolineare ulteriormente l'importanza del pensiero logico e razionale, tipico della nostra specie e confermare, ancora una volta, la straordinaria indelebilità della disciplina.

Prima di affrontare, però il contenuto emerso dalle varie conferenze sull'argomento, è opportuno riflettere sulle considerazioni che si avevano sull'insegnamento della matematica durante il periodo della Seconda Guerra Mondiale e durante quello successivo a questo: l'ideale che permeava un po' tutti i campi era quello di un'educazione di massa, uguale per tutti, dove la soggettività dell'individuo non aveva alcuna voce in capitolo e alcuna possibilità di riscattarsi da una situazione simile.

Il cambiamento si fece sentire vent'anni dopo, quando si comprese consapevolmente che la politica adottata non aveva prodotto i risultati sperati.

Le conferenze di Didattica delle Matematiche che testimoniano questo clima critico sono numerose: esse hanno puntato molto sulle innovazioni curricolari ma anche sugli obiettivi della Didattica della Matematica in direzione di riflessioni socio-culturali e politiche.

Quest'ultimo aspetto rappresentò un momento di grande innovazione tanto che al Quinto Congresso Internazionale di Didattica della Matematica tenutosi ad Adelaide, in Australia nell'Agosto 1984, venne mostrata una tendenza definitiva verso le preoccupazioni socioculturali nelle discussioni su tale Disciplina: "Matematica e società", "Matematica per tutti", discussioni sugli scopi della didattica della matematica subordinate alle mete generali dell'educazione e in particolare la comparsa della nuova area dell'etnomatematica rappresentarono alcuni dei temi affrontati che videro l'attiva partecipazione di antropologi e sociologi.

1.4 Attitudine Internalista ed Esternalista

Il cambiamento qualitativo, emerso negli ultimi decenni, ha determinato un passaggio fondamentale nel quale la predominanza di discussioni programmatiche incentrate sul contenuto, caratteristica tipicamente ***internalista*** ha ceduto il posto ad un'attitudine marcatamente ***esternalista***.

Come afferma Hans Freudental, tutte la discipline servono nella scuola per raggiungere determinati fini ed obiettivi.

La Matematica, come tale, assolve a numerosi compiti e mostra, come costruzione logica e formale, un fascino maggiore rispetto a quella attribuita, ad es., alla pittura o alla musica. In tale contesto internalista, l'universalità ed intensità della matematica vogliono ribadire la possibilità di insegnare la "stessa" disciplina in tutti i Paesi del mondo e a tutti i livelli di scolarità.

Molto diversa dalla precedente, è l'attitudine esternalista la quale incentra la sua attenzione sul rapporto che intercorre tra la matematica e le radici culturali di un popolo: tale legame si spiega sostenendo la matematica come materia di base per la tecnologia e il modello organizzativo della società da un lato, e le radici culturali come espressione di un sistema di dominazione politica ed economica dall'altro.

E' possibile schematizzare la visione esternalista nel seguente modo:

Processi di differenziazione $\Longleftrightarrow$ Radici socio-culturali

$\Vert$

MATEMATICA $\Longrightarrow$ base per la tecnologia e per il modello organizzativo della società moderna

1.5 Ruolo educativo dell'Etnomatematica

La validità di uno strumento efficace per la risoluzione di situazioni-problema come la matematica consente agli alunni di sviluppare conoscenze e competenze spendibili anche in altri campi che non siano necessariamente legati alla sfera matematica.

Nello specifico, non si vuol fare riferimento a problemi posti artificiosamente ma, all'abilità di ***saper gestire*** situazioni nuove e pervenire, in maniera realmente consapevole, a risultati davvero significativi.

Ma per realizzare tale obiettivo, è necessaria una matematica dei fenomeni integrata con le altre scienze e attraverso la quale l'allievo ha la possibilità di procedere in maniera del tutto personale.

Naturalmente, il modo di pensare, o meglio le forme di matematizzazione di ciascun individuo risentono fortemente degli influssi culturali della società in cui si vive e del gruppo culturale in cui si è cresciuti.

All'ingresso del bambino nella scuola questo è un aspetto da non sottovalutare: bisogna rispettare le sue particolarità, le sue tradizioni, i suoi costumi così da promuovere ulteriormente fiducia nella propria conoscenza ed avvalorare le sue origini per una migliore crescita integrale ed universale della sua persona.

Il rispetto, dunque, consentirà l'incontro arricchente tra culture diverse dato dalla conoscenza della propria individualità e dalla capacità di "ascolto e di apertura" nei confronti del "diverso" da noi. Se così non dovesse essere, sarebbe inevitabile lo scontro e la violenza di cui le immagini televisive ne danno una triste testimonianza.

Come educatori, possiamo offrire ai nostri bambini non solo input teorici per pensare ma, anche strumenti materiali che diano loro la facoltà di prendere decisioni responsabili e di criticare, senza arroganza e prepotenza, le scelte operate da altri come loro.

Non è sicuramente facile ma, ciò consentirà di ***convivere pacificamente*** in un mondo sempre più multiculturale ed impregnato di tecnologia.

Capitolo secondo
KOLAM: UNA TRADIZIONE DA SCOPRIRE

1.1 I molteplici significati delle rappresentazioni grafiche

Nel Tamil Nadu, è tradizione che le donne ogni mattina spazzino la soglia di casa, la cospargano di una soluzione di acqua e letame di bovino e la ricoprano con elaborate figure simmetriche, tracciate usando polvere di riso.

Depositano quest'ultima facendola scendere tra il dito medio e l'indice e, usando il pollice, ne regolano il flusso.

Secondo la tradizione, lo sterco di vacca pulisce e purifica il terreno e lo spargimento della polvere di riso fa iniziare la giornata con un atto di generosità, in quanto fornisce cibo alle formiche e ad altri insetti.

La soglia decorata funge da confine tra il mondo interno e quello esterno, e le figure possono al contempo proteggere la casa e dare il benvenuto ai visitatori.

Il rituale Kolam, tramandato di generazione in generazione, viene insegnato dalle parenti più anziane alle giovani ragazze e l'abilità nel farlo rappresenta un segno di grazia , una dimostrazione di destrezza, disciplina mentale e capacità di concentrazione; inoltre, le ragazze apprendono un buon numero di raffigurazioni e di procedimenti per eseguirle e riconoscono quali figure si rivelano appropriate per l'uso quotidiano, quali quelle riservate ad occasioni speciali o a particolari festività e rituali.

In base all'utilizzo, infatti le figure Kolam si dividono in vari gruppi e, a seconda delle caratteristiche comuni, in particolari famiglie: le figure più grandi di alcune di esse si ottengono da una serie di copie combinate di figure più piccole; in altri casi, gli elementi di un'unica famiglia sono legati l'un l'altro in modo tale che si possa sempre ricavare una figura da un'altra "parente".

1.2 Come nascono i disegni Kolam?

E' davvero entusiasmante conoscere le procedure con cui vengono realizzate le figure Kolam: i disegni, che si ritrovano sulle soglie delle abitazioni, iniziano con un piazzamento di una griglia di punti, i quali non hanno una posizione fissa,

bensì possono assumere disposizioni differenti, formando matrici rettangolari, triangolari o esagonali oppure irradiandosi da un punto centrale.
In seguito, viene disegnata la figura collegando i punti o girandovi attorno: essi servono nello stesso tempo a guidare e a limitare il disegno.
Per alcuni Kolam è importante iniziare ogni figura con una singola linea continua che va a terminare esattamente dove era iniziata.
Queste figure chiuse e continue sono associate con il ciclo ininterrotto di nascita, fecondità e morte e con i concetti di continuità, totalità ed eternità.
Osservando le diverse figure Kolam, si nota una marcata ricerca della simmetria, sia essa rispetto ad una linea orizzontale o verticale, sia a vari tipi di simmetria rotazionale.

1.3 Linguaggi a figure

Per le particolari caratteristiche possedute, le varie figure famiglie di figure Kolam sono state oggetto di ricerca da parte di studiosi di informatica teorica che hanno rivolto la loro attenzione all'analisi e alla descrizione di immagini mediante l'uso di linguaggi a figure, i quali per combinarle utilizzano insiemi di unità di base e regole specifiche e formali.
Tale studio è strettamente connesso con la teoria formale del linguaggio la quale, introdotta circa 45 anni fa da Noam Chomsky ed utilizzata per studiare il linguaggio naturale, è stata applicata anche per analizzare e descrivere le figure in generale.
Altri ricercatori che lavorano in questo campo hanno trovato molto interessante le famiglie di figure Kolam ed hanno approfondito lo studio di quei linguaggi capaci di generare tali gruppi di figure.
In particolare, il biologo Aristid Lindenmayer ha dato origine ad un linguaggio molto particolare: partendo dalla costruzione di modelli di crescita delle piante, ha elaborato un L-linguaggio acontestuale deterministico che considera singolarmente il destino di ogni simbolo e prevede solo una possibile regola di riscrittura.

Pertanto, vediamo cosa succede esaminando un esempio di rudimentale linguaggio formale che genera stringhe di simboli e in seguito attenzionare alle procedure con cui tali stringhe possono essere tradotte in figure.
Supponendo che gli unici simboli del nostro linguaggio siano
A, B e C, che la stringa di partenza sia ABAA, che le nostre regole per creare una nuova stringa di simboli da una precedente siano:

B —— AC, A —— B, C —— CC,

avremo come primo esito BACBB, il secondo esito sarà ACBCCACAC, e il terzo BCCACCCCCBCCBCC.
Le regole di riscrittura possono continuare a generare esiti indefinitamente.
Il problema è però, cercare di capire come è possibile creare una figura partendo semplicemente da una stringa di simboli.
A tal proposito, Gift Siromoney del Madras Christian College del Tamil Nadu insieme ad altri informatici, ha utilizzato questo tipo di linguaggio per descrivere una famiglia di Kolam: le Cavigliere di Krishna, di cui i membri sono derivati ricorsivamente l'uno dall'altro e crescono in maniera esponenziale.
Coloro che si sono occupati dello studio di questi disegni sono riusciti ad ottenere versioni non angolose delle figure Kolam utilizzando <<mosse Kolam>> per disegnare curve e anelli lisci, piuttosto che mosse lineari adottate da altre famiglie.

Sulla base di alcune descrizioni delle azioni di donne Tamil, compiute da loro stesse, i ricercatori hanno potuto stabilire sette mosse Kolam, delle quali solo tre si rivelano necessarie per ottenere le Cavigliere di Krishna:

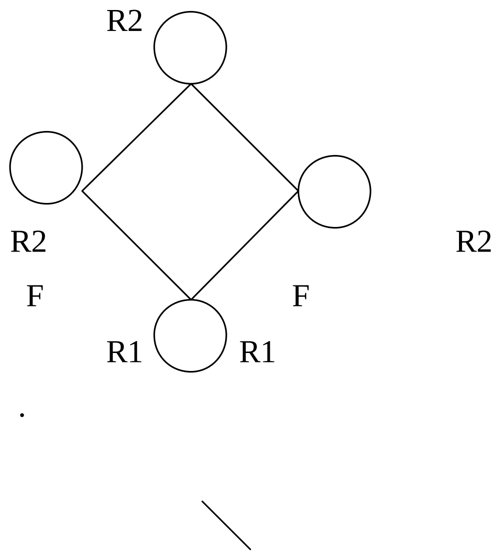
F: Muovi in avanti mentre disegni una linea;

R1: Muovi in avanti mentre fai un mezzo giro a destra;

R2: Muovi in avanti mentre fai un anello completo a destra.

Un linguaggio che produce le Cavigliere di Krishna prende inizio con la stringa R1 FR2 FR2 FR2 FR1 e ha le seguenti regole di riscrittura:

R1 —— R1 FR2 FR1 e R2 —— R1 FR2 FR2 FR2 FR1



Punto di partenza

Questo disegno rappresenta il punto di partenza: naturalmente, sostituendo ciascuna <<foglietta>> con un insieme di quattro fogliette, si possono produrre Cavigliere di Krishna via via più intricate (INSERIRE LA FIGURA PAG 85 DELLA RIVISTA).

Questi linguaggi però, non considerano le matrici di punti con cui inizia la maggior parte dei disegni Kolam ma, soltanto alcune famiglie di figure.

Le matrici tracciate dalle donne del Tamil Nadu anticipano la dimensione e la forma finali di ogni figura in quanto rappresentano lo scheletro bidimensionale di quello che sarà in seguito il disegno vero e proprio.

1.4 Linguaggi a matrici

Il gruppo di Madras, sulla base dei linguaggi analizzati precedentemente, ha lavorato su <<grammatiche di matrici>>, le quali piuttosto che utilizzare stringhe, impiegano matrici bidimensionali di simboli.

Le regole di riscrittura dei linguaggi a matrici sostituiscono sottomatrici con altre sottomatrici; ma soventemente, si verifica che le sottomatrici di nuova introduzione possono differire per forma o dimensioni da quelle sostituite, creando distorsioni nella nuova matrice.

Nelle grammatiche di matrici, dette anche grammatiche di Siromoney, si possono esprimere semplici trasformazioni di unità di figure; ma l'aspetto forse più importante è rappresentato dalla generalizzazione di alcune operazioni fondamentali delle stringhe allo scopo di applicarle a matrici rettangolari e anche esagonali.

Per interpretare graficamente le matrici simboliche generate dai linguaggi a matrice, il gruppo di Madras si è avvalso di due metodi distinti: il primo interpreta i simboli delle matrici rettangolari come unità grafiche contigue.

A seconda della famiglia di Kolam presa in esame, gli insiemi di unità grafiche varieranno da linguaggio a linguaggio.

Per la creazione dei vari membri di una famiglia di Kolam, le regole per generare matrici successive devono cogliere l'organizzazione intrinseca delle unità grafiche della famiglia in questione.

L'altro metodo è molto vicino ai procedimenti attivati dalle donne del Tamil Nadu per disegnare i Kolam.

In questo caso (e abbiamo avuto modo di vederlo in precedenza) i simboli delle matrici possono essere intesi come punti di riferimento che guidano il tracciamento delle figure.

I tipi di punti di una matrice e le loro istruzioni non sono uguali in tutti i linguaggi ma, sono specifici della famiglia di Kolam descritta dalle matrici.

Capitolo terzo
ANALISI EPISTEMOLOGICA E STORICO-EPISTEMOLOGICA DELLE MATEMATICHE NON EUROPEE

2.1 La matematica indiana antica

La strategica posizione geografica dell'India ha rappresentato un luogo di incontro molto importante per nazioni e culture diverse.

Il contatto con altre conoscenze non solo ha favorito la trasmissione e la diffusione del pensiero indiano ma, soprattutto ha consentito a quest'ultimo di poter confrontare le proprie idee e proposte con quelle di altri Paesi.

Alcuni ritrovamenti archeologici testimoniano i contatti culturali e commerciali che intercorsero tra la Mesopotamia e la Valle dell'Indo; seppur non si trattasse di scambi puramente matematici, le due aree geografiche presentavano un sistema di calcolo astronomico molto affine.

Infatti, nel Vedanga Jyotisa, testo antico di astronomia indiana utilizzato per calcolare il giorno più lungo e quello più corto, si ritrova un sistema di calcolo molto simile a quello sfruttato in Mesopotamia.

Con l'avvento del grande impero persiano, nel VI sec. a.C. si intensificarono i rapporti tra l'India e l'Occidente: essi divennero più stretti e produttivi e i tributi in denaro provenienti dalla Grecia o dall'India venivano depositati nelle tesorerie imperiali di Ectabana o Susa.

Risalgono a questo periodo gli interessanti parallelismi tra la filosofia indiana e quella di Pitagora, il quale, secondo alcune fonti storiche, si era diretto verso l'India in cerca di conoscenze e sapere.

Durante l'era cristiana, la civiltà indiana era in pieno splendore: aveva consolidato tre grandi religioni (induismo, buddismo, jainismo) ed espresso in forma scritta alcune correnti di pensiero religioso e speculativo molto influenti.

Molto intensi si rivelarono i rapporti dell'India con il mondo arabo durante la seconda metà del I millennio d.C.

Le aree principali che possiamo ritenere essere state influenzate dalla cultura indiana attraverso gli Arabi, riguardarono principalmente la diffusione dei numeri indiani e di algoritmi loro associati, della trigonometria indiana e la soluzione di equazioni in generale e delle equazioni indeterminate in particolare.

Gli scambi culturali dell'India con altre popolazioni sono stati supportati da una preparazione di base molto determinante.

Gli sviluppi matematici, infatti, affondano le loro radici al 3000 a.C quando la civiltà di Harappa nella Valle dell'Indo raggiunse un grande splendore: questa società era ben organizzata e ricca di comunità agricole che si occupavano della coltivazione di orzo e grano e dell'allevamento di bestiame.

Lo sviluppo urbano era pianificato e caratterizzato da un'architettura altamente standardizzata; probabilmente i cittadini erano specializzati in misurazione e un'aritmetica pratica simile a quella praticata in Egitto e in Mesopotamia.

La cultura numerica, purtroppo deve basarsi sui manufatti portati alla luce dagli scavi in quanto la scrittura di Harappa non è stata ancora decifrata. Tra questi si considerino piombini diversi per foggia ma di grandezza e peso uniformi: questo è un aspetto molto importante se si tiene conto della vastità della zona!

Per tanti secoli è stata mantenuta l'uniformità dei pesi, i quali potevano essere classificati come "decimali" seguendo un sistema di misure ben stabilito e centralizzato.

Con l'invasione degli ariani, intorno al 1500 a.C., la cultura di Harappa venne distrutta per far posto alla civiltà Indù.

Queste popolazioni erano dedite alla pastorizia e parlavano un linguaggio appartenente alla famiglia indoeuropea: il sanscrito che servì, in poco tempo, a dissertare tematiche di ordine religioso, scientifico e filosofico.

La sistematizzazione della grammatica ad opera di Panini, incentivò ulteriormente l'uso strumentale della lingua e favorì la registrazione dei primi testi scritti come i *Veda* e le *Upanishad*, l'antica letteratura scientifica come i *Vedanga* e le prime regole di condotta sociale come il *Codice di Manu*.

Dagli sforzi di semplificazione operati da Panini si evinse l'importanza della grammatica del sanscrito anche per la letteratura scientifica e matematica, tanto da essere paragonata alla geometria di Euclide: un ragguaglio simile è proponibile dal momento che la matematica greca

ebbe origine dalla filosofia, quella indiana dai processi linguistici.

In effetti, la geometria degli *Elementi* di Euclide presenta delle definizioni, degli assiomi e dei postulati con i quali origina una struttura imponente di teoremi strettamente connessi, ognuno dei quali mostra una certa coerenza e una strutturazione logica.

Allo stesso modo, Panini intraprese il suo studio sul sanscrito prendendo circa millesettecento elementi semplici con cui realizzare la costruzione (vocali e consonanti, sostantivi, pronomi, verbi) e procedette raggruppandoli in diverse classi.

Con queste radici, e con alcuni suffissi e prefissi appropriati, costruì parole composte, adottando un procedimento non diverso dal modo in cui si specifica una funzione nella matematica moderna.

Di conseguenza gli strumenti linguistici si specchiarono molto nel carattere della letteratura e del ragionamento matematico in India.

La matematica dei *Veda* è molto ampia e le fonti che testimoniano questo periodo sono altrettanto numerose. Una di queste ritenuta tra le più importanti prende il nome di *Kulpasutra,* una letteratura rituale che comprendeva le *Srautasutra,* che fornivano indicazioni per costruire pire sacrificali in periodi diversi dell'anno. Parte di questa letteratura si occupava della misurazione e della costruzione di altari per i sacrifici ed era conosciuta con il nome di *Sulbasutra*. Il termine in origine significava "regole per condurre riti sacrificali", ma successivamente la parola *sulba* si riferì al tratto di fune usato per la misurazione degli altari. Buona parte di quello che sappiamo della geometria vedica proviene da questi sutra.

Infatti, la costruzione di altari (o *vedi*) e la collocazione dei fuochi (o *agni*) dovevano conformarsi a istruzioni enunciate chiaramente riguardanti la loro forma e area, dato che dovevano essere strumenti efficaci del sacrificio.

Inoltre, i *Sulbasutra* fornivano queste istruzioni per due tipi di rituale: uno familiare e l'altro della comunità. Per i rituali del nucleo familiare erano sufficienti altari quadrati e circolari, mentre per il culto pubblico erano necessari altari più elaborati, le cui forme erano combinazioni di rettangoli, triangoli e trapezi. Un esempio di altare pubblico complesso è rappresentato da un falco pronto a spiccare il volo: coloro che offrivano sacrifici su questo altare, credevano di poter favorire l'anima del supplice per mezzo del trasporto diretto del falco in cielo.

Durante il 500 a.C., in India non solo si consolidarono due delle grandi religioni, il buddismo e il jainismo, ma anche la crescita di stati indipendenti, molti dei quali dovevano fondersi in seguito per costituire il primo dei grandi imperi indiani, quello dei Maurya. Questo periodo fu contrassegnato dal declino della matematica vedica e dall'esordio della scuola jaina; essa svolse un importante lavoro nella teoria dei numeri, nelle permutazioni e combinazioni e nelle altre aree astratte della matematica.

Dopo questo momento storico, l'India conobbe un periodo (attorno al 200 a.C.) piuttosto instabile, durante il quale si susseguirono diverse ondate di invasioni straniere.

E non solo; fu un periodo di contatti culturali incrociati con i paesi vicini e il mondo ellenistico che introdusse nuove idee nella scienza indiana.

Le attività matematiche raggiunsero il loro apice durante il periodo classico, compreso tra il III e il XII secolo d.C.; un testo che testimonia il grande fermento culturale è rappresentato dal *Manoscritto di Bakhshali*, ricco di regole ed esempi che le illustrano con le relative soluzioni.

Al suo interno viene dedicata molta attenzione all'aritmetica e all'algebra, poca ai problemi geometrici e di misurazione.

Gli esempi aritmetici vanno dalle frazioni alle radici quadrate, dal profitto e perdita all'interesse e alla regola del tre, mentre i problemi algebrici si occupano di equazioni semplici e di sistemi di equazioni, di equazioni quadratiche e di progressioni aritmetiche e geometriche.

La materia è ordinata a gruppi di *sutra* e presentata nel seguente modo:

anzitutto viene enunciata una regola e poi viene fornito un esempio pertinente, prima a parole e poi in notazione simbolica. Segue la soluzione e per finire abbiamo la dimostrazione o "prova".

Una caratteristica significativa del *Manoscritto* riguarda l'algebra indiana antica, in quanto questa si distinse dalle altre per l'uso di simboli, quali punti o lettere dell'alfabeto, per indicare quantità sconosciute.

I matematici indiani furono probabilmente i primi a fare un uso sistematico di questo metodo di rappresentazione delle incognite.

2.2 La matematica nella tradizione cinese

Lo sviluppo della matematica, nella storia della Cina, si registrò floridamente nel periodo compreso tra il 206 a.C., avvento della dinastia Han, e il 907 d.C., fine della dinastia Tang; la sua evoluzione si rese necessaria per i notevoli cambiamenti sociali e per lo sviluppo della crescita economica che imposero la risoluzione immediata di numerosi problemi legati alla misurazione e al computo.

Nei primi documenti della storia cinese, i numeri naturali da 1 a 9 venivano rappresentati da segni particolari, che noi oggi definiamo cifre. Alcune di queste iscrizioni sono state ritrovate su ossa di animali e gusci di tartaruga o sulle monete.

I numeri maggiori di 9 venivano realizzati con delle combinazioni di cifre, utilizzando potenze di dieci: ciò consentiva di esprimere i numeri naturali relativamente grandi, il più grande numero che è stato ritrovato è 30.000.

La notazione standard per i numeri della Cina antica risale alla fine del I millennio a.C.

Non esisteva un segno per lo zero. Dall'VIII sec. d.C. fu introdotta in Cina la notazione indiana, la quale usava punti per le posizioni vuote nella moltiplicazione e nella divisione. I cinesi per effettuare operazioni di calcolo, si avvalevano di strumenti come le bacchette e, successivamente, l'abaco: quando avevano la necessità di segnare lo zero, indicavano, nel caso delle bacchette, una "posizione" vuota, nel caso invece dell'abaco, esisteva una disposizione particolare. Quello che possiamo dire è che lo zero può essere indicato come un "Metasegno": all'assenza di oggetti veniva assegnato un simbolo; la sua presenza, nonostante le basi concettuali vi fossero da tempo, può essere collocata non prima del XII secolo. I primi riferimenti alle bacchette possono essere rintracciati in alcuni testi antichi nei quali si parla di strumenti chiamati: *ce, suan, chou, chousuan, chouce,* e *suanchou,* i quali vengono ritenuti, dagli studiosi moderni, identici alle bacchette per il calcolo chiamati comunemente *suanzi* a partire dalla dinastia **Song (**960-1279). Come significato di bacchette si usava il termine *Suan* e si ritrova sia nella *Storia della dinastia Han (anteriore)* sia nei *Nove Capitoli.* Invece, il termine *zhi (che significa "il numero mediante le bacchette)* si trova sia nel trattato filosofico intitolato *"Libro del Maestro dello Huainan (Huainanzi, 139 a.C.ca.),* sia nel più antico trattato matematico il *"Libro dei procedimenti matematici" (Suanshu shu).* Questi bastoncini non venivano utilizzati per rappresentare numeri su una superficie di calcolo bensì per tenere il conto dei colpi andati a segno nel corso delle gare di tiro con l'arco: è quanto si evince dal capitolo di un classico del confucianesimo, *"Cerimonia (della gara) con l'arco nel distretto (Xiang she li)* del *Cerimoniale (Yili)"*. Nel capitolo *Note* essi (erano 80), la cui lunghezza era di "1 *chi*" cioè 23 cm, venivano definiti "bastoncini Freccia". Nel *Libro della vita e della virtù,* ritroviamo soventemente un passo relativo al calcolo con le bacchette: <shan shu bu yong chou ce> tradotta come <un buon matematico non usa bastoni né pezzi di bambù>. I termini *chou* e *ce* fanno riferimento alle bacchette, in realtà si basano sul significato moderno del termine *shu* (numero, contare). Quest'ultima parola, nel trattato Taoista, assumeva un ampio significato: veniva utilizzata infatti, sia per le operazioni di calcolo che per l'ambito divinatorio. In tal caso, le bacchette fungevano da strumenti per pianificare le campagne militari e prevedere l'esito delle operazioni militari. La scomparsa delle bacchette può essere datata nel periodo compreso tra il XV e il XVI sec. e la fine del XVII sec. La praticità e la velocità dell'abaco consentirono a questo strumento di diffondersi velocemente anche perché, mercanti, artigiani e funzionari riuscivano in breve tempo a risolvere i loro problemi quotidiani.

Risalente al periodo compreso tra il I sec. a.C. e il I sec. d.C., i *Nove Capitoli sui procedimenti matematici* rappresenta il testo cinese più antico, il cui titolo è stato attestato in un'iscrizione su un recipiente per misure di capacità autenticato dal Ciambellano della Tesoreria dello Stato (*Dasinong*) nel 179 d.C. La piena esaltazione dei *Capitoli* si verifica durante la presenza della dinastia Song 1084, in corrispondenza della quale vengono aggiunti nuovi commentari oltre Liu Hui 263 e Li Chunfeng 656: Procedimenti dettagliati del Canone dell'Imperatore Giallo di Jia Xian prima metà dell'XI, e Spiegazione dettagliata dei Nove Capitoli sui metodi matematici di Yang Hui 1261. In questo periodo, i Nove Capitoli viene considerato il più importante classico matematico, messo al pari dei classici del confucianesimo; esso racchiude principalmente problemi, soluzioni ed algoritmi di risoluzione. Ciascun Capitolo affronta quesiti relativi ai calcoli sulle frazioni ed algoritmi per calcolare l'area di figure fondamentali o "campi" quali rettangolo, triangolo cerchio (Capitolo 1); procedendo con ordine, il Capitolo 2 descrive la regola del tre ed alcune sue applicazioni; il terzo riguarda l'algoritmo per suddividere un tutto in parti non uguali; il Capitolo 4 raccoglie vari tipi di divisione, nozione che include divisione con numeri frazionari ma anche estrazioni di radice concepite come divisione (radici quadrate e cubiche, radici circolari e sferiche). Molto interessante si rivela il Capitolo 5 che, dedicato all'esecuzione di opere pubbliche, descrive algoritmi per il calcolo del volume dei principali solidi: parallelepipedo e cilindro, prisma trapezoidale, piramide e tronco di piramide a base quadrata, tetraedro, cono e tronco di cono, etc.. Il Capitolo 6 raccoglie problemi che richiedono solitamente la regola del tre e si occupa di un'equa distribuzione di tasse e di compiti tra varie unità amministrative; il settimo è dedicato alle cosiddette "regole della doppia falsa posizione". L'ottavo e il nono si occupano rispettivamente di un algoritmo per risolvere sistemi di n equazioni lineari in n incognite e delle basi e delle altezze rappresentanti i cateti di un triangolo rettangolo. All'inizio dell'ultimo Capitolo infatti, si ritrova l'algoritmo che equivale al "Teorema di Pitagora": la relazione pitagorica però, non è mai considerata in forma di teorema. Viene riportata un'equazione di secondo grado che consente la risoluzione di uno dei problemi e coinvolge due numeri, G e g, corrispondenti agli attuali "termine noto" e "coefficiente del termine in x". Inizialmente la notazione per rappresentare queste equazioni non è posizionale.

Capitolo quarto
LA SPERIMENTAZIONE

Premessa

Nel seguente capitolo, vengono presentate l'ipotesi sperimentale verificata sul campo, le caratteristiche degli alunni delle diverse classi dell'Istituto Comprensivo "Madre Teresa di Calcutta" di Palermo, la metodologia utilizzata per la prima parte della sperimentazione e per la seconda ed infine l'analisi a-priori dei comportamenti attesi. Particolare, è stata l'attenzione nei confronti degli alunni frequentanti il primo ciclo che, per la tenera età, si è ritenuto necessario il supporto del ricercatore durante lo svolgimento delle attività.

4.1 Ipotesi sperimentale

L'ipotesi generale da cui sono voluta partire è rappresentata dalla possibilità di risalire ai diversi processi di ragionamento per le costruzioni geometriche attivati da bambini, portatori di culture diverse.

L'ipotesi alternativa è fondata sulle difficoltà di comprensione della consegna che non consentirebbero, agli alunni, un regolare svolgimento dei loro processi di ragionamento.

L'ipotesi nulla è l'inesistenza di processi di ragionamento che non consentirebbe, agli alunni, l'esecuzione della consegna.

4.2 Campione di ricerca

L'indagine è stata rivolta a 103 allievi delle classi di I e II ciclo dell'Istituto Comprensivo Madre Teresa di Calcutta di Palermo, durante l'anno scolastico 2002-2003, nel periodo compreso tra Aprile e Maggio 2003.

In generale, il campione esaminato ha mostrato di possedere un bagaglio conoscitivo, acquisito negli anni scolastici precedenti, consono all'età e alla classe di appartenenza.

Inoltre, le classi coinvolte non presentavano al momento dell'indagine la medesima composizione numerica.

4.3 Quadro di riferimento teorico

Il paradigma teorico di riferimento adottato durante l'intero lavoro porta la firma di Guy Brousseau: la Teoria delle situazioni[6].

Essa pone in evidenza i possibili soggetti e le relative relazioni all'interno di una situazione didattica: il sapere, l'insegnante, l'allievo. Lo schema sottostante riassume l'esistenza di tali relazioni all'interno di un preciso ambiente e attraverso una situazione didattica ben organizzata. Infatti, l'apprendimento non viene considerato come mera trasmissione di conoscenza da parte dell'insegnante all'alunno ma, come momento significativo, nel quale l'allievo ha la possibilità di rispondere all'ambiente circostante, in maniera completamente personale e soggettiva.

In tal senso, i compiti del docente all'interno della teoria possono essere individuati nei seguenti punti, egli deve:

- Individuare una buona situazione da proporre agli alunni
- Controllare le dinamiche relazionali
- Favorire una buona devoluzione del problema senza "comunicare" una conoscenza.

Ciò significa che il ruolo che assolve il docente, come mediatore di conoscenze, è determinante: egli, sulla base di una scrupolosa conoscenza degli allievi, deve

6 F. Spagnolo, 1998, pp. 92-98

ricontestualizzare e ripersonalizzare le conoscenze, frutto dell'adattamento ad una situazione specifica in riferimento ad un certo ambiente. Inoltre, per far vivere all'alunno il sapere culturale comunicato, deve fornirgli gli strumenti e i mezzi necessari alla reale comprensione dello stesso.

4.4 La metodologia

Un aspetto molto importante da non trascurare è rappresentato dalla metodologia utilizzata durante la ricerca.

La ***discussione in coppie*** ha consentito agli alunni non solo di riflettere individualmente sul compito da svolgere ma, soprattutto di lavorare insieme in maniera interdipendente.

In che senso? Favorire l'interdipendenza positiva, come elemento base della cooperazione, significa chiarire gli obiettivi comuni, finalizzati allo svolgimento del lavoro e promuovere da parte di ciascun membro del gruppo l'impegno per il conseguimento del successo collettivo.

Dalla competenza individuale, gli alunni offrono il loro contributo personale instaurando una relazione costruttiva diretta nella quale condividono le risorse e discutono i diversi punti di vista.

Per il mio lavoro infatti, è stato previsto un dibattito durante il quale i bambini hanno seguito una procedura molto ordinata: a turno, ciascuno di loro ha dato la propria risposta alle domande riportate nella consegna, l'ha esposta al compagno che aveva di fronte e che ascoltava con attenzione ciò che diceva.

Da qui è sorta un'accesa discussione nella quale ogni membro della coppia ha difeso fortemente la propria idea, convincendo l'altro che la soluzione operata fosse la più corretta. In seguito, insieme hanno combinato, elaborato, sintetizzato le informazioni disponibili; hanno formulato una risposta che contenesse il contributo di ognuno di loro ed hanno riportato per iscritto l'accordo raggiunto.

4.5 Gli strumenti impiegati

Come ogni campo di ricerca, anche l'educazione possiede i suoi strumenti di indagine e le sue tecniche applicative.

Il mezzo di indagine che ho utilizzato ha tenuto strettamente in considerazione il target di riferimento, le condizioni socio-culturali di provenienza degli alunni, le loro capacità attentive generali.

Per tali motivi, ho deciso di organizzare una storia piuttosto breve che potesse catturare con immediatezza la curiosità dei discenti: ho utilizzato un linguaggio molto semplice, discorsivo e lineare sia da un punto di vista sintattico che da un punto di vista semantico.

Credo che curare l'aspetto linguistico sia molto importante, in quanto somministrare uno strumento poco comprensibile all'allievo, rischierebbe di creare non poche difficoltà ed ostacoli al regolare svolgimento della ricerca.

Infatti, le domande che ho riportato all'interno del racconto sono state mirate al conseguimento, da parte degli alunni, della loro reale capacità di cognizione dell'attività che avrebbero dovuto svolgere.

Il questionario (v.di Allegato A), contenuto nella storia, consta di alcune domande aperte con motivazione alla risposta e si prefigge di raggiungere i seguenti scopi:

- nella prima domanda, gli alunni sono invitati a ***riflettere*** sulla possibilità di costruire, in un'unica immagine, le varie tracce riportate sulla consegna;
- nella seconda, viene richiesto a ciascuno di riportare per iscritto le ***motivazioni*** per le quali è possibile svolgere quanto affermato nella prima risposta;
- la terza, si collega strettamente alle precedenti e si propone di accertare quali siano le ***procedure di ragionamento*** attivate dagli alunni per la ricostruzione dell'intera figura;
- l'ultima, richiede ancora una volta di motivare le scelte operate nella risposta precedente ed indaga sulla ***capacità metariflessiva*** di ciascun allievo.

La storia prevede, come si deduce dalla descrizione delle domande poste, il completamento di alcune tracce di disegni.

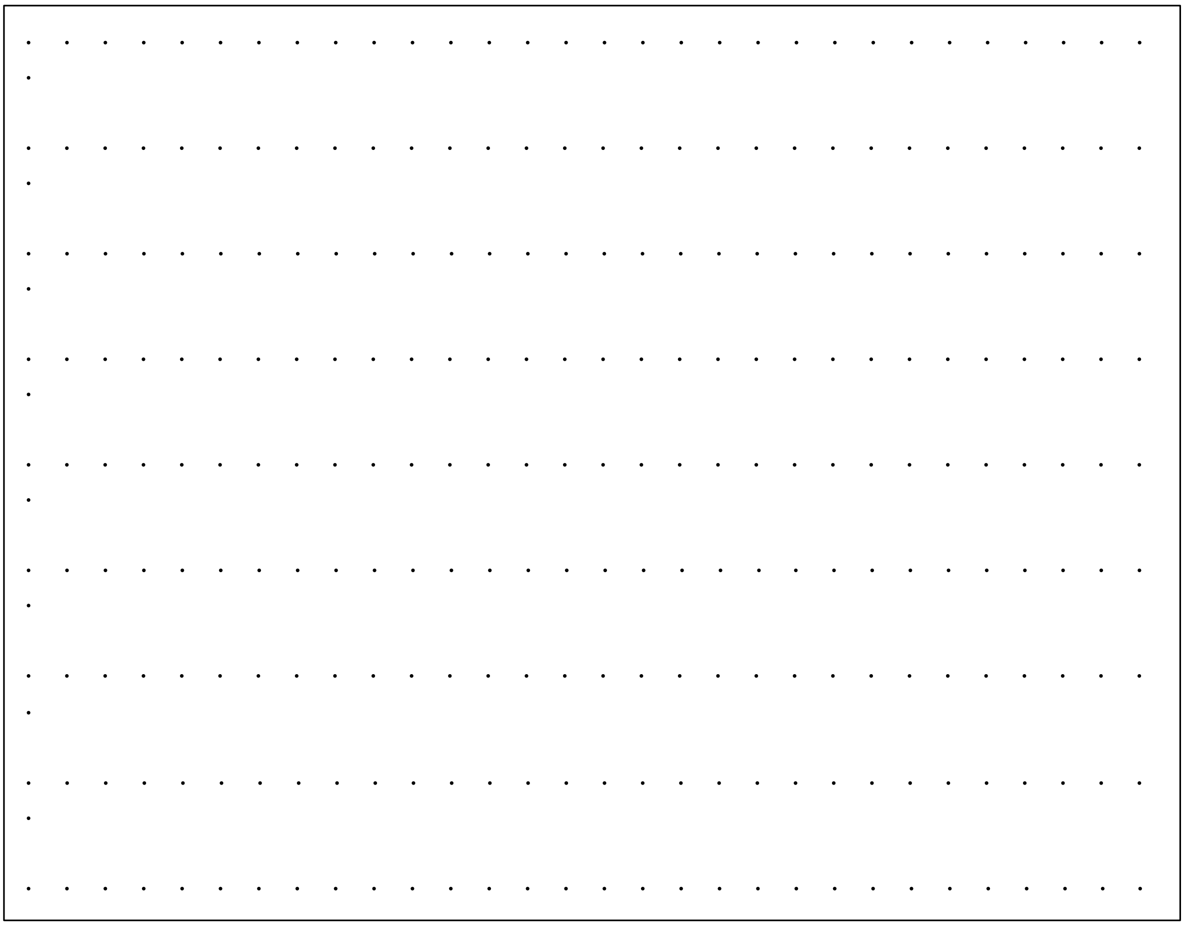
L'idea di far riprodurre loro delle rappresentazioni simboliche consente non solo di tenere desta la motivazione ed evitare così, la possibilità di trovare bambini che, di fronte ad un particolare compito, si rifiutino di realizzarlo ma, di poter pervenire a risultati inaspettati e maggiormente soddisfacenti.

Allegato B

Il piccolo archeologo

Qualche giorno fa, un piccolo archeologo ha ritrovato, tra alcune rovine, diversi frammenti di uno strano disegno. Egli ha cercato di ricostruire la figura per intero ma come potete ben vedere qui in basso è rimasta incompleta.

Ora, osservate attentamente la figura e provate a ricostruire l'immagine. Credete che sia possibile ricostruirla per intero? Perché? In che modo pensate di poter congiungere i vari tratti del disegno? E perché?



Riportate per iscritto le vostre risposte e i procedimenti del vostro ragionamento che vi hanno consentito la ricomposizione della figura.

4.4 Analisi a-priori

Lo strumento dell'analisi a-priori consente di interpretare e di tentare delle previsioni sui fenomeni didattici.

Per tale motivo, sono state riportate le strategie ipotizzate di ogni classe con le rispettive tabulazioni dei dati.

Qest'ultime, riprodotte mediante uso di foglio elettronico Excel, indicano gli alunni con la classe di appartenenza ed un numero
(in colonna) e le strategie con la lettera maiuscola e il numero
(in riga).

Gli alunni, portatori di culture diverse, sono contrassegnati dalla lettera maiuscola "G".

Gli indici 1 e 0 indicano l'avverarsi o meno di ciascuno degli eventi descritti.

Le strategie risolutive delle classi I A e B verranno indicate con la lettera A seguita da un numero:

A1 ——— Completa gli archi mancanti;
A2 ——— Completa in parte gli archi;
A3 ——— Come A2 e tenta di allungare la figura;
A4 ——— Come A1 e qualche completamento.

	A1	A2	A3	A4
IAB1G	1	0	0	1
IAB2G	0	1	0	0
IAB3G	0	1	0	0
IAB4G	1	0	0	0
IAB5G	0	1	0	0
IAB6G	0	1	0	0
IAB7G	0	1	0	0
IAB8	0	1	0	0
IAB9	0	1	1	0
IAB10	0	1	0	0
IAB11	0	1	0	0
IAB12	0	1	0	0
IAB13	1	0	0	1
IAB14	0	1	0	0
IAB15	0	1	0	0
IAB16	0	1	0	0
IAB17	0	1	0	0
IAB18	0	1	1	0
1AB19	0	1	0	0
IAB20	0	1	1	0
IAB21	0	1	0	0
IAB22	0	1	1	0
IAB23	1	0	0	0
IAB24	1	0	0	1

Le strategie delle classi II A e B verranno indicate con la lettera B seguita da un numero:

B1 ——— Completa in parte gli archi;

B2 ——— Completa gli archi mancanti, tenta di allungare la figura
e qualche completamento;

B3 ——— Come B1 e crea qualche simmetria;

B4 ——— Come B1, tenta di allungare la figura
e qualche completamento;

B5 ——— Unisce alcuni punti della figura lasciandola aperta;

B6 ——— Come B4+B5.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6
2AB1G	1	0	0	1	0	0
2AB2G	0	1	0	0	0	0
2AB3G	1	0	0	1	0	0
2AB4G	0	1	0	0	0	0
2AB5	1	0	1	0	0	0
2AB6	1	0	0	1	0	0
2AB7	0	0	0	0	1	0
2AB8	1	0	0	1	1	1
2AB9	0	0	0	0	1	0
2AB10	0	1	0	0	0	0
2AB11	0	1	0	0	0	0
2AB12	0	0	0	0	1	0
2AB13	0	0	0	0	1	0
2AB14	0	1	0	0	0	0

Le strategie della classe III A verranno indicate con la lettera C seguita da un numero:

C1 ——— Completa in parte gli archi, tenta di allungare la figura,
qualche completamento e presenza di strutture
ricorsive;

C2 ——— Completa in parte gli archi, tenta di allungare la figura e qualche completamento;

C3 ——— Completa gli archi mancanti, tenta di allungare la figura e qualche completamento;

C4 ——— Come C1 e crea qualche disegno legato alla realtà circostante.

	C1	C2	C3	C4
3A1G	1	1	0	0
3A2G	1	1	0	0
3A3G	1	1	0	1
3A4G	1	1	0	0
3A5	0	0	1	0
3A6	1	1	0	0
3A7	1	1	0	0
3A8	1	1	0	0

Le strategie della classe III B verranno indicate con la lettera D seguita da un numero:

D1 ——— Completa gli archi mancanti, crea delle simmetrie e disegno libero con elementi decorativi particolari;

D2 ——— Completa in parte gli archi e tenta di creare qualche simmetria;

D3 ——— Completa gli archi mancanti e crea strutture ricorsive;

D4 ——— Completa in parte gli archi e tenta di unire tutti i punti della figura;

D5 ——— Come D2 e crea strutture ricorsive;

D6 ——— Completa in parte gli archi e tenta di allungare la figura e qualche completamento.

Le strategie delle classi IV A e B verranno indicate con la lettera E seguita da un numero:

E1 ——— Completa gli archi mancanti;
E2 ——— Come E1 e tenta di allungare la figura
e qualche completamento;
E3 ——— Completa in parte gli archi e aggiunge, all’interno del
disegno, una giustificazione personale;
E4 ——— Completa in parte gli archi e tenta di creare disegni
reali (ad es. volti, polipi);
E5 ——— Completa in parte gli archi e tenta di unificare i punti
della figura;
E6 ——— Come E4 e tenta qualche allungamento e completamento
della figura;
E7 ——— Come E1 e tenta di creare qualche simmetria;
E8 ——— Come E2 e presenza di simmetrie;

	D1	D2	D3	D4	D5	D6
3B1G	1	0	0	0	0	0
3B2G	0	1	0	0	0	0
3B3G	0	0	1	0	0	0
3B4G	1	0	0	0	0	0
3B5G	0	1	0	0	1	0
3B6	0	1	0	0	1	0
3B7	0	0	0	1	0	0
3B8	0	0	0	0	0	1
3B9	0	0	0	1	0	0
3B10	0	0	1	0	0	0

E9 ——— Come E4 + E5;

E10——— Tenta di allungare la figura unendo i diversi punti.

Le strategie delle classi V A e B verranno indicate con la lettera F seguita da un numero:

F1 ——— Completa gli archi mancanti;

F2 ——— Come F1 e tenta di allungare la figura e qualche completamento ;

F3 ——— Come F2 e crea delle simmetrie;

F4 ——— Come F2 con la creazione di disegni raffiguranti elementi della realtà circostante (es. i pesci);

F5 ——— Come F1 e crea qualche simmetria;

F6 ——— Come F3 e tenta di completare con strutture ricorsive.

	F1	F2	F3	F4	F5	F6
5AB1G	1	1	0	0	0	0
5AB2G	1	1	0	0	0	0
5AB3G	1	1	0	1	0	0
5AB4G	1	0	0	0	0	0
5AB5	1	1	0	0	0	0
5AB6	1	0	0	0	0	0
5AB7	1	0	0	0	1	0
5AB8	1	1	0	0	0	0
5AB9	1	0	0	0	1	0
5AB10	1	0	0	0	1	0
5AB11	1	1	1	0	0	1
5AB12	1	1	0	1	0	0
5AB13	1	1	0	0	0	0
5AB14	1	1	0	0	0	0
5AB15	1	0	0	0	1	0
5AB16	1	0	0	0	1	0
5AB17	1	0	0	0	1	0
5AB18	1	1	0	0	0	0
5AB19	1	0	0	0	1	0
5AB20	1	1	0	1	0	0
5AB21	1	0	0	0	0	0
5AB22	1	0	0	0	0	0
5AB23	1	1	0	0	0	0
5AB24	1	1	0	0	0	0
5AB25	1	1	1	0	0	1
5AB26	1	0	0	0	0	0
5AB27	1	0	0	0	1	0
5AB28	1	0	0	0	1	0
5AB29	1	0	0	0	1	0

Capitolo quinto
ANALISI E VALUTAZIONE DEI RISULTATI

5.1 Analisi Quantitativa dei dati sperimentali

L'applicazione della statistica descrittiva (frequenza relativa e percentuale) mi ha consentito di analizzare i dati ottenuti.

CLASSE I AB	Tot. risp.	%
A1: Completa gli archi mancanti	5	20,8
A2: Completa in parte gli archi	19	79,1
A3: Come A2 e tenta di allungare la figura	4	16,6
A4: Come A1 e qualche completamento	3	12,5

CLASSE 2 AB	Tot. risp.	%
B1: Completa in parte gli archi	5	35,7
B2: Completa gli archi mancanti, tenta di allungare la figura e qualche completamento	5	35,7
B3: Come B1 e crea qualche simmetria	1	7,1
B4: Come B1 e tenta di allungare la figura e qualche completamento	4	28,5
B5: Unisce alcuni punti della figura, lasciandola aperta	5	35,7
B6: Come B4 e B5	1	7,1

CLASSE 3A	Tot. risp.	%
C1: Completa in parte gli archi, tenta di allungare la figura e qualche completamento	7	87,5
C2: Come C1 e presenza di strutture ricorsive	7	87,5
C3: Completa gli archi mancanti, tenta di allungare la figura e qualche completamento	1	12,5
C4: Come C2 e crea qualche disegno legato alla realtà circostante	1	12,5

CLASSE 3B	Tot. risp.	%
D1: Completa gli archi mancanti, crea delle simmetrie e disegno libero con elementi decorativi particolari	2	20
D2: Completa in parte gli archi e tenta di creare qualche simmetria	3	30
D3: Completa gli archi mancanti e crea strutture ricorsive	2	20
D4: Completa in parte gli archi e tenta di unire tutti i punti della figura	2	20
D5: Come D2 e crea strutture ricorsive	2	20
D6: Completa in parte gli archi, tenta di allungare la figura e qualche completamento	1	10

CLASSE 4AB	Tot. risp.	%
E1: Completa gli archi mancanti	5	27,7
E2: Come E1, tenta di allungare la figura e qualche completamento	3	16,6
E3: Completa in parte gli archi e aggiunge, all’interno del disegno, una giustificazione personale	1	5,5
E4: Completa in parte gli archi e tenta di creare disegni reali (ad es. volti, polipi)	8	44,4
E5: Completa in parte gli archi e tenta di unificare i punti della figura	2	11,1
E6: Come E4 e tenta qualche allungamento e completamento della figura	2	11,1
E7: Come E1 e tenta di creare qualche simmetria	2	11,1
E8: Come E2 e presenza di simmetrie	1	5,5
E9: Come E4 ed E5	1	5,5
E10: Tenta di allungare la figura unendo i diversi punti	3	16,6

CLASSE 5AB	Tot. risp.	%
F1: Completa gli archi mancanti	29	100
F2: Come F1 e tenta di allungare la figura e qualche completamento	14	48,2
F3: Come F2 e crea delle simmetrie	2	6,8
F4: Come F2 con la creazione di disegni raffiguranti elementi della realtà circostante	3	10,3
F5: Come F1 e crea qualche simmetria	10	34,4
F6: Come F3 e tenta di completare con strutture ricorsive	2	6,8

Di seguito viene riportata la rilevazione delle frequenze relative e percentuali con riferimento alle procedure più significative attivate dai bambini:

A2 Completa in parte gli archi 19/24= 79,1%

A1 Completa gli archi mancanti 5/24= 20,8%

2AB

B1 Completa in parte gli archi mancanti

B2 Come B1 e tenta di allungare la figura e qualche completamento 5/14= 35,7%

B5 Unisce alcuni punti della figura lasciandola aperta

3A

C2 Come C1 e presenza di strutture ricorsive 7/8= 87,5%

C1 Completa in parte gli archi, tenta di allungare la figura e qualche completamento 2/8= 25%

3B

D2 Completa in parte gli archi e tenta di creare qualche simmetria 3/10= 30%

D1 Completa gli archi mancanti, crea delle simmetrie e disegno libero con elementi decorativi particolari

D3 Completa gli archi mancanti e crea strutture ricorsive 2/10= 20%

D4 Completa in parte gli archi e tenta di unire tutti i punti della figura

D5 Come D2 e crea strutture ricorsive

4AB

E4 Completa in parte gli archi e tenta di creare disegni reali (ad es. volti, polipi) 8/18= 44,4%

E1 Completa gli archi mancanti 5/18= 27,7%

5AB

F1 Completa gli archi mancanti 24/29= 82,7%

F2 Come F1 e tenta di allungare la figura e qualche completamento 12/29= 41,3%

F5 Come F1 e crea qualche simmetria 10/29= 34,4%

5.2 Analisi Quantitativa dei dati relativa alle giustificazioni fornite da una parte del campione esaminato

(65 alunni delle classi del secondo ciclo, di cui 15 di cultura diversa)

I DOMANDA: Credete che sia possibile ricostruire per intero le immagini?	Alunni italiani	Alunni stranieri
Si	40= 80%	11= 73,3%
No	5= 10%	/
Ness. risp.	5= 10%	4= 26,7%

II DOMANDA: Motiva la tua risposta.		
Alunni italiani che hanno risposto "SI" alla I domanda	Tot. risp.	%
I disegni raffigurano delle cose (strade e persone)	2	4
I disegni erano incompleti	3	6
E' possibile sperimentare	1	2
E' possibile ricostruire tutti i disegni	8	16
E' facile	3	6
Le cose incomplete non hanno senso	2	4
Ho collegato le figure tra loro	3	6
Bisogna ragionare	2	4
Sono state costruite con la fantasia	3	6
Si possono unire molte linee	3	6
Ho studiato con molta attenzione	1	2
Ho collegato le figure con un colore	1	2
Spiega i disegni realizzati	2	2
Ness. risp. (astensioni dalla I e II domanda)	8	16
Ness. risp. (risponde alla I ma non alla II domanda)	3	6

II DOMANDA: Motiva la tua risposta		
Alunni italiani che hanno risposto “NO” alla I domanda	Tot. risp.	%
Non ho capito	1	2
Bisogna ragionare	1	2
Non è possibile ricostruire le figure	2	4
Sono tutte diverse	1	2

II DOMANDA: Motiva la tua risposta		
Gli alunni stranieri hanno risposto tutti “SI” alla I domanda	Tot. risp.	%
Bisogna ragionare	2	13
Non saprei quale disegno è possibile ricostruire	1	6
E’ possibile girare la figura, abbassarla, riportarla sopra e sotto	1	6,(
Ho collegato i disegni	4	26,
Spiega i disegni realizzati	2	13,:
Ho disegnato degli occhi e delle linee	1	6,
Ness. risp. (astensioni dalla I e II domanda)	4	26,

III DOMANDA: In che modo pensate di poter completare i vari tratti del disegno?		
Alunni italiani	Tot. risp.	%
Collego le varie figure	2	4
Ragionando	5	10
Unendo le linee del disegno	5	10
Utilizzando molte linee curve e rette	2	4
Facendo corrispondere ad ogni pezzo del disegno altri pezzi	2	4
In qualunque modo		2
Con la fantasia	3	6
Con la bravura	1	2
Sì	1	2
Facendo un po' di sguarcitini	1	2
Spiega i disegni realizzati	2	4
Ness. risp.	24	48

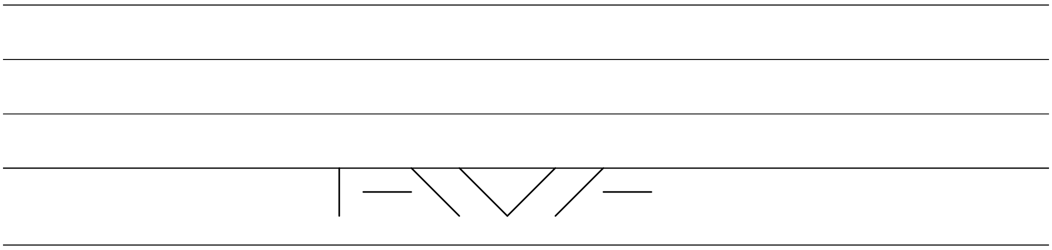
Un solo alunno italiano, su coloro che avevano risposto “NO” alle prime due domande, ha sostenuto di aver inventato la procedura che gli ha consentito di completare il disegno

——— 2%

III DOMANDA: In che modo pensate di poter completare i vari tratti del disegno?		
Alunni stranieri	Tot. risp.	%
Aggiungendo linee ai vari disegni	1	6,6
In modo ordinato	1	6,6
Ragionando	1	6,6
Spiega i disegni realizzati	2	13,3

IV DOMANDA: Motiva la tua risposta.		
Alunni italiani	Tot. risp.	%
Può venir fuori qualcosa di bello	1	2
Ho inventato i disegni	1	2
Ho aggiunto le linee	1	2
Per dare un aspetto ai disegni e ricostruirli	5	10
Pensando e ragionando si capisce tutto	5	10
Mi mancano dei pezzi nel disegno	1	2
Sì	1	2
Le figure sono state ricostruite con facilità	3	6
Era l'unica soluzione	1	2
Sono linee strane	1	2
Spiega i disegni realizzati	2	4
Ness. risp.	28	56

IV DOMANDA: Motiva la tua risposta.		
Alunni stranieri	Tot. risp.	%
Ho aggiunto delle linee	1	6,6
E' un compito che dovevo fare	1	6,6
Perché è così	1	6,6
Spiega i disegni realizzati	2	13,3
Ho spostato le linee: , , , , , ,	1	6,6



Per concludere la tabulazione di quest'ultimi dati, si è voluto introdurre una variabile completamente nuova:

❖ COMPLETA ASSENZA DI RISPOSTE E GIUSTIFICAZIONI

Per quanto riguarda gli alunni italiani, 6 su 50 non hanno risposto a nessuna delle quattro domande 12%

Gli alunni stranieri che hanno assunto il medesimo comportamento sono stati 4 su un campione di quindici bambini 26,6%

Dai dati rilevati possiamo, dunque, dedurre che molti alunni sia italiani che stranieri non sono riusciti a fornire una spiegazione, una motivazione valida alla risposta in quanto possono essere sorti degli ostacoli che, Brousseau[7] classifica come segue:

•Ostacoli genetici;

[7] F.Spagnolo, 1998, pp. 129-135

•Ostacoli ontogenetici;
•Ostacoli epigenetici;
•Ostacoli epistemologici;
•Ostacoli di origine didattica.

Le prime due forme di ostacolo sono infatti, legate al corredo cromosomico di ogni individuo: mentre i primi sono fortemente connessi a una serie di comportamenti innati, dati da connessioni neurali rigide e possibili responsabili della nascita degli ostacoli difficili da superare; i secondi, sono legati allo sviluppo dell'intelligenza e dei sistemi percettivi ed hanno un'evoluzione temporale legata ai vari stadi di sviluppo delle reti neuronali. Se essi sono correlati alla maturazione dei sistemi percettivi, allora scompariranno gradualmente con il progredire della maturazione degli stessi.
Gli ostacoli epigenetici, che racchiudono quelli epistemologici e di origine didattica, sono invece, rispettivamente legati alla messa a punto della sintassi di un nuovo linguaggio matematico e alla trasposizione didattica.
È fondamentale, per il superamento di un ostacolo epistemologico, prendere in giusta considerazione sia il problema linguaggio, sia il problema dell'evoluzione del linguaggio stesso; allo stesso modo, per non incorrere in ostacoli di origine didattica, è auspicabile proporre agli allievi una situazione suscettibile di evolvere e far evolvere loro stessi secondo una didattica conveniente.
Non vuol dire però, comunicare ciò che si vuol insegnare ma, trovare una situazione accattivante e coinvolgente che sappia condurre gli allievi alla scoperta individuale di nuove conoscenze.

5.3 Analisi Qualitativa dei Protocolli relativa al dibattito tra coppie di alunni di una terza classe

Inizialmente, l'indagine è stata rivolta a due coppie di bambini, costituite da un alunno palermitano ed uno di nazionalità estera, nei confronti dei quali è stata allestita un'aula dove poter condurre l'intervista strutturata.

Con l'aiuto dell'insegnante modulare dell'ambito matematico-scientifico, sono stati scelti i soggetti ritenuti più capaci per un'attività di questo genere ed allontanati dalla classe di appartenenza.

La prima coppia era costituita da un'alunna proveniente dal Bangladesh e da un alunno palermitano: entrambi i bambini hanno mostrato interesse ed una notevole curiosità nei confronti dell'attività che li attendeva.

La bambina, nonostante fosse straniera, era ben integrata nel contesto della classe e presentava nell'ambito delle discipline curricolari, una grande capacità apprenditiva.

Allo stesso modo l'alunno palermitano esibiva il suo interesse per tutte le materie scolastiche e la spiccata curiosità nei confronti dell'attività da svolgere in assetto sperimentale.

Per tutelare la privacy dei bambini ho preferito chiamarli con nomi diversi dagli originali: Marco e Mary.

I protagonisti della seconda intervista sono stati anche in questo caso una bambina del Bangladesh ed uno palermitano. Anche in tal caso, gli allievi hanno manifestato il desiderio di realizzare le attività annunciate loro per la sperimentazione.

Per lo stesso motivo indicato per la prima coppia, chiameremo gli alunni rispettivamente Michelle e Luca.

Le due coppie si sono alternate ordinatamente ed hanno seguito le istruzioni da compiere.

Sono state consegnate loro, le copie dello strumento utilizzato per la ricerca (v.di Allegato B) ed è stato spiegato il motivo del loro allontanamento dall'aula.

Nello specifico, dopo aver letto la consegna e completato, a loro piacimento le figure, è iniziato un dibattito sulle procedure e le diverse modalità attivate per la realizzazione dei vari disegni.

5.4 Considerazioni rispetto ai Protocolli raccolti

Dal dibattito, è emersa una spiccata fantasia e modi di procedere dei bambini di cultura diversa significativamente dissimili rispetto ai processi di ragionamento attivati dagli alunni palermitani.

In tal senso, anche i disegni rappresentano una conferma di quanto espresso: quelli italiani hanno seguito uno schema più rigido e geometrico, quelli di nazionalità estera hanno proceduto e puntato maggiormente sulla decorazione e sulla fantasia, tralasciando processi particolarmente fissi.

Il tempo concesso ai bambini è stato di 20 minuti, durante i quali è stata effettuata la registrazione della loro conversazione.

All'interno dell'intervista viene riportato il personale intervento laddove gli alunni avessero incontrato alcune perplessità.

Le Appendici A e B rappresentano la sbobinatura dell'intervista tenuta con le due coppie di alunni.

Protocollo n° 1

Nello specifico, i membri della prima coppia, Marco e Mary, nella ricostruzione del disegno hanno proceduto differentemente: il primo si è limitato ad unire i punti della figura, ha fornito alla compagna le sue spiegazioni sulle procedure attivate affermando che si trattava di una figura strana. In alcuni momenti, come ho riportato nelle sbobinature, è stato necessario il mio intervento, in quanto gli alunni, presi dall'emozione, hanno avuto bisogno del mio incoraggiamento e sostegno costanti.

Marco inizialmente non è riuscito a parlare con molta disinvoltura: per tale motivo, ho ritenuto opportuno far cominciare la discussione a Mary la quale ha spiegato quali erano state le modalità adottate per il completamento dei tratti ed illustrato il significato del disegno ultimato.

A differenza di Marco, non ha unito solo i punti ma, ha riprodotto le tracce esistenti, le ha completate, ha realizzato alcune strutture ricorsive ed altri disegni dettati dalla sua fantasia che rappresentavano, per lei, il mare con pesciolini e granchi.

Il dibattito è poi, proceduto molto serenamente; Mary ha ritenuto il suo disegno più bello perché più antico rispetto a quello di Marco e più ricco di dettagli; Marco ha controbattuto la tesi della compagna difendendo le sue procedure e ritenendole maggiormente corrette. A questo punto, i bambini sono stati in grado di trovare un accordo sui diversi processi di ragionamento e sintetizzare in un’unica soluzione quanto elaborato: hanno concordato quello che dovevano scrivere ed inventato una storia incredibile nella quale la scarpa di Marco era finita in tempi lontani sul fondo di quel mare , pieno di pesci, realizzato da Mary.

Protocollo n° 2

Dopo aver completato la figura, la seconda coppia, formata da Luca e Michelle, ha cercato di spiegare le modalità di ragionamento attivate: anche in questo caso i bambini hanno necessitato di un supporto che facesse capire loro il motivo per il quale l’altro avrebbe dovuto accettare il disegno realizzato.

Dopo il breve momento di pausa, i bambini sono riusciti a verbalizzare, al compagno che si trovava di fronte, il procedimento attuato: la discussione è partita da Luca, il quale ha ritenuto di poter unire i punti della figura e realizzare così la testa di un cane con occhi, naso e bocca.

La bambina invece, mi ha molto stupita: ha unito i punti ma, all’interno della grande figura, ha disegnato una casa con un albero, dei fiori (uguali a quelli realizzati dalle donne del Tamil Nadu) e tanti gabbiani.

La storia che è riuscita a costruire attorno al suo disegno è stato davvero sorprendente: ha affermato che il suo foglio lo immaginava attaccato al vetro di una macchina che si sarebbe poi recata in un prato.

Seppur abbiano sostenuto la diversità delle loro rappresentazioni grafiche, hanno rintracciato, nell’unione dei punti, l’elemento comune e riportato per iscritto i singoli significati assunti dai loro disegni.

In seguito, si è ritenuto opportuno estendere la consegna del piccolo archeologo a tutte le classi della scuola elementare al fine di verificare su un campione più vasto l’ipotesi di partenza della ricerca.

I momenti fondamentali individuati in questa fase della sperimentazione sono:

I: durante questo primo momento, sono state consegnate le varie schede con le relative richieste.

Gli alunni di ciascuna classe hanno mostrato inizialmente qualche perplessità (soprattutto quelli delle prime classi), in quanto non comprendevano a pieno il significato di quei disegni incompleti.

Pertanto, la storia del piccolo archeologo è stata letta e discussa insieme a loro al fine di evitare l'insorgenza di ulteriori incomprensioni non solo grafiche ma anche sintattiche e semantiche.

Dopo la breve delucidazione, ogni classe ha avuto a propria disposizione un tempo di 20 minuti da spendere sia per il completamento del disegno sia per le risposte alle brevi domande richieste.

Gli alunni della prima e seconda classe si sono astenuti dal rispondere perché troppo piccoli per riportare per iscritto i loro processi di ragionamento.

II: lo svolgimento della consegna è avvenuto in un clima molto sereno e rassicurante.

Gli alunni hanno dimostrato parecchio interesse e concentrazione reputando il piccolo archeologo, un amico da aiutare nella ricomposizione della figura.

Questo è stato possibile anche perché i bambini erano stati tranquillizzati sul fatto che ciò che stavano facendo non comportava alcuna valutazione da parte degli insegnanti: spesso, il momento valutativo li spaventa, in quanto temono di non soddisfare le aspettative degli insegnanti.

Trascorso il tempo disponibile per il completamento dell'attività, sono state raccolte le consegne e rilevate alcune tipologie particolari di risposte.

Nello specifico, è stato possibile individuare schemi di ragionamento di

- di tipo tautologico (sembrano strade, persone, pesciolini);
- di tipo fantastico (con la mia fantasia e invenzione);
- di tipo riflessivo (ragionando e riflettendo);
- di tipo ipotetico (i bambini producono congetture previsionali, es. si può girare, abbassare, riportare sopra e sotto e quindi ricostruire).

È inoltre fondamentale notare come alcuni alunni non abbiano riportato alcuna giustificazione delle strategie adottate ma, si sono semplicemente soffermati alla spiegazione dei disegni realizzati.

5.5 Problemi aperti

Sulla scorta dei risultati ottenuti credo che in futuro si possano avviare e considerare alcuni spunti per un’ulteriore riflessione:

- In che modo, i fattori culturali di un popolo incidono sui processi d’insegnamento-apprendimento?
- Come evolvono durante gli anni scolastici?
- Sarebbe molto interessante sottoporre la sperimentazione ad altri livelli scolastici (scuola media inferiore e superiore). Quanto permangono le abitudini e i costumi della propria tradizione culturale?
- In che modo, la cultura <<accogliente>> influisce su quella straniera?
- La storia ideata e i disegni proposti hanno attirato molto l’attenzione degli alunni. La costruzione in prima persona di altri strumenti, darebbe la possibilità di conoscere e di evidenziare nuove procedure di ragionamento, diverse da quelle rilevate?

Appendice 1

Ricercatore: Allora, abbiamo completato il disegno; adesso risolvete il problema del piccolo archeologo, scrivendo sul foglio la soluzione e le giustificazioni soltanto quando avrete raggiunto un accordo tra di voi. Marco…. È stato possibile ricostruire questa figura per intero secondo te?

Marco: Sì!

R: Sì, perché l’hai fatta? Dai, forza! Con lei devi parlare! Dai, come l’hai fatta questa figura? Spiegaglielo, forza, non avere paura, dai! Perché hai congiunto questi punti secondo te? Stacco? Forse è meglio!

Marco è molto emozionato e non riesce a parlare. Quindi ho ritenuto opportuno staccare il registratore, tranquillizzarlo e gli ho detto che quando lo avrei riacceso, avrebbe cominciato Marcia così nel frattempo lui avrebbe avuto il tempo per pensare.

R: Quindi è stato possibile ricostruire la figura per intero secondo te? (rivolta verso Marcia).

Marcia: Sì!

R: Perché?

Marcia: Perché mi piace il fondo del mare, mi piacciono i pesciolini…….

R: Quindi secondo te, questa figura, eh… in questa c'è il mare, ci sono i pesci?

Marcia: Sì!

R: Mmh! E glielo spieghi perché, secondo te, questa figura dev'essere fatta in questo modo?

Marcia: Perché c'è……. c'è questa specie di arco che l'ho voluto trasformare in pesciolino e…… ne ho fatti altri due…… Ho fatto dei granchi e tante altre cose nel fondo del mare.

R: E invece Marco perché hai fatto questo? Hai unito dei punti, i punti delle varie, dei vari tratti? Forza Marco, dai! Non succede nulla, stai tranquillo! Dai, quindi hai unito tutti questi punti, giusto? E cosa è venuto fuori secondo te? È una figura strana?

Marco: Sì!

R: Molto strana, vero? E cosa potrebbe essere secondo te?

Marco: Una faccia quadrata non potrebbe essere!

R: E' una cosa strana, vero? È una figura molto strana?

Ho staccato il registratore perché Marco era molto impacciato e non riusciva a parlare. Pertanto gli ho detto che appena lo avrei riattaccato, avrebbe dovuto semplicemente dire e convincere Marcia che il suo disegno seguiva un procedimento diverso dal suo. In questo caso, ho dovuto stimolarli per far nascere lo scontro.

Infatti, partendo col dire che il proprio disegno era più bello (Marcia), ho cercato di motivarli alla discussione.

R: Vero? Allora che cosa hai fatto Marco in questo disegno?

Marco: Ho unito i due punti…

R: E hai dato origine……

Marco: ...…. ho dato origine a una figura strana…….

R: …….. a una figura strana……. Tu? (rivolta a Marcia).

Marcia: Non è giusto perché il mio è più bello!

R: Il tuo è più bello ? e perché?

Marcia: ……. E poi sembra più antico!

R: Sembra più antico? E il tuo Marco? Il tuo come potrebbe essere?

Marco: Bello!

R: Il tuo bello. La troviamo una soluzione, quindi, quale dei due disegni dobbiamo tenere presente?

Marcia: …… il mio!!!

R: Il tuo? Perché il tuo?

Marcia: Così……

R: E ci dobbiamo mettere d’accordo, non è che……

Marcia: Perché mi sembra antico……

Marco: Antico?

R: Ti sembra antico?

Marcia: Antico, antico, antico, antico, antico, il primo giorno della terra!!!

R: Il primo giorno della terra? Quindi risale a tanto, tanto tempo fa?!? E tu Marco cosa dici, niente? Non le dici nulla?

Marco: Mmh!

R: Io non devo parlare!

Marcia: Il mio disegno rappresenta il fondo marino e…… ho pensato col disegno di Marco di metterci una scarpa nel fondo marino, perché forse negli anni primitivi, qualche uomo sarà andato nella spiaggia e gli sarà caduta la scarpa e non l’ha trovata più……

R: Allora……

Marcia: E questo disegno forse l’hanno disegnato qualche persone……

R: E questo accordo lo possiamo scrivere Marco?

Marco: Sì!

R: Lo scrivi tu? Ok?

Appendice 2

R: Abbiamo completato il disegno, ora secondo voi è stato possibile ricostruire la figura per intero?

Michelle: Sì!

R: Perché?

M: Sì, perché già c'erano dei segni e potevi fare qualunque cosa.

R: In questi disegni… e invece tu Luca? Secondo te è possibile ricostruire questa figura?

L: Sì!

R: Perché?

L: Perché già c'erano dei pezzi e quindi li unisci e fanno una figura.

R: Ok! E in che modo avete pensato voi di poter congiungere tutti questi punti? In che modo? Perché?

M: Perché……

Qui segue un momento di pausa, in quanto i bambini non riescono verbalmente ad esprimere il procedimento messo in atto e allo stesso tempo, non riescono a comunicarlo al compagno che sta di fronte: necessitano di un supporto e di un aiuto esterno che faccia capire loro il motivo per il quale l'altro deve "accettare" il disegno realizzato. Quindi ho cercato di stimolare il dibattito, cercando un momento di "scontro" (non è stato proprio così!) nel quale potessero dire "come erano giunti al loro disegno". Quindi ho chiesto loro da cosa potessero cominciare; per es. dicendo che il proprio disegno era più bello perché…… (motivarli a discutere).

R: Dai!

L: Michelle, il mio disegno è più bello di quello tuo!

R: Cos'hai fatto Luca, perché il tuo disegno, secondo te, è più bello?

L: Perché……

R: Glielo spieghi come lo hai fatto? Forza……

L: L'ho fatto a unire tutte le parole……

R: Parole? Ci sono parole?

I bambini ridono!

R: Ci sono i punti!

L: Tutti i punti.

R: Questi tratti (mentre li indico)? Mmh… E basta? Glielo spieghi a Michelle cosa rappresenta il tuo disegno?

L: Il mio disegno rappresenta una testa del cane.

R: Una testa del cane? E come è venuta fuori questa testa del cane?

L: Eh… con il naso appuntito…

R: … col naso appuntito, dopo?

L: … con la bocca e con gli occhi e dopo un poco di peli.

M: Il mio disegno è più bello perché io ho disegnato una casa con degli alberi, tante rondini, uccelli e con i fiori nel prato…

R: Mmh! Ma questi fiori come sono?

M: Hanno il polline giallo e i petali rosa! Questo è un disegno…… che questo veramente è una macchina e ci ho fatto il disegno……dentro

R: Dentro?

M: No, ci ho fatto, ci ho messo, ho disegnato la casa con gli alberi, il giardino, i gabbiani…

L: …il prato…

R: Quindi, questa è una macchina?

M: Sì e poi questa all’interno è il prato.

R: Ah, quindi questa è una macchina?

M: Sì!

R: … e questo è un foglio?

M: Un foglio…

R: Attaccato?

M: Attaccato!

R: Attaccato su un vetro della macchina……

M: Sì……

R: E poi questa macchina è andata in un prato! Tu? (rivolto a Luca)

L: Questo è un cane, e ci sono gli occhi e la bocca……

R: Quindi tu hai ricostruito l’immagine facendo che cosa? Hai unito i punti, hai detto, giusto?
L: Sì!
R: Ah, va bene!

A questo punto i bambini hanno riportato la loro spiegazione e il loro procedimento nella ricostruzione del disegno in un foglio a parte. Hanno deciso cosa scrivere insieme e Michelle lo ha riportato per iscritto come richiedeva la consegna.

Capitolo sesto
CONCLUSIONI

6.1 Riflessioni conclusive

Le personali considerazioni a conclusione del lavoro sono molto soddisfacenti sia sul piano pragmatico sia sul piano relazionale.

Ho avuto la grande opportunità di esperire direttamente sul campo l'ipotesi relativa al progetto di ricerca, di entrare in rapporto con bambini di cultura diversa: questo mi ha molto arricchita interiormente e mi ha dato la possibilità di "vedere" con occhi diversi realtà completamente sconosciute.

Prima di procedere con la sperimentazione, non immaginavo di ricevere piccole conferme, formulate in una semplice ipotesi scritta; in particolare, pensavo che tali risultati avrei potuti raggiungerli presso un target più adulto. Non è stato così!

I bambini sono stati sempre molto sorprendenti, capaci di liberare la loro creatività e spontaneità e di attuare al massimo le loro risorse ed energie lasciando erompere, con molta naturalezza, alcuni aspetti del loro bagaglio culturale di provenienza.

Partendo da un'ipotesi ben chiara da voler verificare, è stato possibile delineare una situazione-problema e, dai dati raccolti, è stata effettuata un'analisi sia qualitativa che quantitativa capace di attribuire ai risultati una maggiore rigorosità e completezza.

La ricerca sperimentale condotta mi ha permesso di confrontare due diverse modalità di fare scuola: da un lato, ho avuto modo di avvicinarmi a quella tradizionale e cattedratica, dall'altro ho notato che si fa strada un modello scolastico decisamente innovativo fondato su una metodologia scientifica protesa a valutare e studiare le eventuali variazioni di comportamento o di rendimento che possono manifestarsi tra gli allievi in conseguenza della variazione delle condizioni ambientali e metodologiche.

Credo che la ricerca e la sperimentazione possano contribuire notevolmente al soddisfacimento e alla risoluzione di problematiche emergenti come la dispersione, l'abbandono, il recupero delle disabilità, la rielaborazione dei curricoli.

Naturalmente, si rivelerà determinante l'azione del docente, il quale, attivando processi di innovazione nell'ambito della ricerca pedagogica, attraverso la pianificazione di attività sistematiche, potrà concorrere a far procedere un sistema scolastico autonomo che fondi la sua centralità nella formazione della persona-alunno, quale protagonista e coautore del processo formativo.

In tale quadro, il profilo docente della scuola viene a delinearsi come ricercatore-sperimentatore, facilitatore, divulgatore di esperienze, capace di mettersi completamente in gioco, di attuare rigore metodologico, di mostrare sensibilità alle problematiche sociali e alla "diversità", di realizzare progettazioni complesse.

Bibliografia

- AA. VV., 1990, *"Insegnare la matematica nella scuola elementare"*, Bologna, Zanichelli
- AA. VV., 1994, *"Apprendimento cooperativo in classe. Migliorare il clima emotivo e il rendimento"*, Trento, La Scuola
- AA. VV., 1995, *"Educazione Interculturale e Ricerca Intervento"*, Catania, CUECM
- AA. VV., 1998, *"Cultura pedagogica. I problemi"*, Torino, Paravia
- Ascher M., 2003, *"La tradizione Kolam"*, rivista "Le Scienze" n° 415, pp. 80-87, Milano, ed. italiana di Scientific American
- Avalle V., Cassola E., 1992, *"La scuola elementare nel nuovo sistema formativo"*, Torino, Paravia
- Brousseau G., *"Note sulla ricerca in didattica delle matematiche"*, Atti del Convegno a cura dell'IRRSAE, Palermo 2001
- Butterworth B., 1999, *"Intelligenza matematica"*, Milano, Rizzoli
- Chela K., 2001, *"La matematica: I nove Capitoli"*, Roma
- Cutrera M., Lo Verde D., 1999, *"Aritmetica. Manuale di didattica"*, Palermo, Sigma
- D'Ambrosio U., 2002a, Etnomatematica, *"Etnomatematica"*, Bologna, Pitagora
- D'Ambrosio U., 2002b, Etnomatematica, *"Legame fra tradizione e modernità"*, Bologna, Pitagora
- Dehaene S., 2000, *"Il pallino della matematica"*, Milano, Mondadori
- Gheverghese G. J., 2000, *"C'era una volta un numero. La vera storia della matematica"*, Milano, Il Saggiatore
- La Marca A., 1999, *"Didattica e sviluppo della competenza metacognitiva. Voler apprendere per imparare a pensare"*, Palermo, Palumbo
- Laneve C., 1998, *"Elementi di didattica generale"*, Brescia, La Scuola
- Needham J., 1985, *"Scienza e Civiltà in Cina"*, Torino, Einaudi
- Rigoli A., 1999, *"Etnostoriografia. Le fonti e il metodo"*, Palermo, Documenta
- Rigoli A., 1995, *"Le ragioni dell'Etnostoria"*, Palermo, Ila Palma

- Rigoli A., 1996, *“Storia senza potere. Vicende nella tradizione contadina raccolta da S. Salomone Marino”*, Messina, Edas
- Spagnolo F., 1999, “*Insegnare la matematica nella scuola secondaria”*, Firenze, La Nuova Italia
- Spagnolo F., *“La ricerca in didattica nel lavoro dell’aula”,* Atti del Convegno a cura dell’IRRSAE, Palermo 2001
- Volkov A., 2001, *“La matematica: Le bacchette”,* Storia della Scienza Enciclopedica Italiana Treccani, Roma
- 2002, “*International Conference. The humanistic Renaissance in Mathematics Education”, Palermo, Alan Rogerson.*