

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
FACOLTA' DI SCIENZE DELLA FORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA
ANNO ACCADEMICO 2003/2004

TESI DI LAUREA DI:

Francesca Ragusa

Ritmo, struttura e corpo logico-matematico: considerazioni sperimentali per lo sviluppo del linguaggio matematico e delle strutture logiche nel bambino della scuola dell'infanzia.

RELATORE:

Prof. Filippo Spagnolo

INTRODUZIONE

Il mio lavoro di tesi continua le ricerche da me fatte precedentemente in cui spiegavo perché abbinare le due discipline, la musica e la matematica, in effetti entrambe hanno sempre avuto una certa parentela l'una e l'altra richiedono un certo apprendistato, molto talento e un tocco di grazia.

Con il precedente lavoro di ricerca “La musica, il numero, il ritmo e la struttura: considerazioni sperimentali per l'insegnamento/apprendimento nella scuola elementare”¹ mi ero posta lo scopo di capire quali erano le correlazioni tra il ritmo e la matematica e lo studio della matematica secondo una prospettiva diversa rispetto al solito apprendimento scolastico.

Alla fine del suddetto lavoro di ricerca, ho lasciato dei problemi aperti, per dimostrare che il mio intervento non era totalmente esaustivo e ancora si sarebbe potuto fare tanto per approfondire e migliorare il contenuto delle ricerche e delle sperimentazioni effettuate.

Con il presente lavoro ho voluto fare un altro passo, dando un ulteriore contributo, ma, terminando il tutto sempre con dei problemi aperti che possono essere da stimolo per me e per altri per nuove importanti ricerche.

Scopo della mia tesi è quello di approfondire quali sono le correlazioni tra il ritmo e struttura e tra il ritmo e i numeri; e capire come avviene l'apprendimento della matematica nella scuola dell'infanzia e come un'educazione strutturo-ritmica può favorire nell'alunno lo sviluppo delle sue capacità, cioè le sue potenzialità a fare, a pensare e agire.

Con il mio lavoro di ricerca ho voluto mettere in evidenza i legami tra le due discipline (musica e matematica) e sperimentare un aspetto; quello dell'apprendimento dei numeri naturali nella prospettiva dell'educazione strutturo – ritmica.

Mediante la sperimentazione in classe, ho avuto la possibilità di rilevare che l'apprendimento dell'educazione strutturo - ritmica è uno strumento educativo di notevole interesse per orientare la strutturazione del pensiero del bambino e favorire l'apprendimento dei prerequisiti che sono alla base del concetto numerico.

Le strutture e i ritmi costituiscono uno dei cardini educativi fondamentali per l'organizzazione del movimento, della percezione uditiva e visiva, dello scorrere ordinato dei pensieri.

Il bambino, durante la scuola materna riesce a percepire, comprendere e memorizzare strutture e ritmi che abbiano un diretto legame con il vissuto psicomotorio.

Il mondo della matematica è fatto di astrazioni collegate a simboli che servono per scoprire, distinguere e registrare strutture, modelli e relazioni valide universalmente. Questo mondo che sembra lontano da quello del bambino in età prescolastica, può invece, attraverso le esperienze delle cose, i sensi e il movimento, essere affrontato nei suoi schemi e nelle sue relazioni fondamentali fin dai primi anni.

Pertanto la geometria, l'aritmetica e la logica sono accessibili già fin dalla scuola materna; proposte mediante giochi, concretizzazioni, linguaggi, colori, forme, suoni, movimenti, permettono apprendimenti matematici, linguistici, psicomotori, ritmico-musicali.

Durante la scuola dell'infanzia bisogna accompagnare i bambini alla *scoperta* dei numeri in maniera giocosa e divertente, ma anche tecnico e scientifico, perché si possa sviluppare una mente matematica ma soprattutto “affezionarsi” al pensiero logico-matematico.

Le attività devono rispondere in modo particolare agli interessi e alla curiosità manifestata dai bambini nei confronti dei simboli numerici che quotidianamente incontrano a casa, per strada e a scuola. Il percorso progettuale dell'insegnante deve essere rispettoso della strategia del

¹ Tesi di laurea in Scienze della Formazione Primaria indirizzo scuola elementare, presentata presso L'Università degli Studi di Palermo, Dicembre 2003.

gioco e delle esperienze pratiche, vuole anche essere di supporto all'acquisizione delle abilità, delle competenze e dei prerequisiti utili per un positivo ingresso alla Scuola Primaria.

In tutto questo, è anche necessario conoscere i meccanismi mentali coinvolti nell'apprendimento che può essere utile all'insegnante per impostare didattiche più flessibili, che usino tali conoscenze per capire le difficoltà "mentali" (non solo emotive) degli studenti e che siano in grado di affinare tecniche adatte al recupero dei più deboli senza dover rinunciare ai forti aspetti formativi della disciplina.

Ma accanto a questo aspetto ne esiste un altro che invita gli insegnanti di matematica ad accostarsi a questi temi: il fatto che l'attitudine al pensiero critico e scientifico non è naturalmente insito nel pensiero, come lo è ad esempio il linguaggio, ma richiede una preparazione attenta e non facile. La matematica impone una disciplina al pensiero, costringendolo entro tecniche formali a cui adeguarsi, forzandolo ad andare contro un'elaborazione "naturale" non scientifica. Il ragionamento umano, ad esempio, non procede per tavole logiche o regole formali, ma richiede che i significati vengano compresi e le loro rappresentazioni mentali manipolate. In queste interazioni la logica e l'emotività prendono strade promiscue e i sillogismi che ne conseguono non sono sempre ben formati.

Per questo la didattica deve essere sviluppata in modo armonico, così che si possano rispettare le potenzialità di ciascuno.

Ho organizzato la mia ricerca in cinque capitoli:

➤ Nel primo capitolo ho approfondito brevemente quali sono i legami tra la musica e la matematica partendo dalle teorie enunciate da Pitagora e da Oliviere Messiaen.

Nei paragrafi successivi ho cercato di spiegare quali sono i contributi e i benefici dell'apprendimento della matematica a partire dalla scuola dell'infanzia, legata alle varie forme espressive che usiamo per comunicare e apprendere.

Poi mi soffermo a spiegare i vari concetti di numero, di ritmo e struttura sottolineando i rapporti tra ritmo e struttura e tra ritmo e numeri.

Infine, entrando nel vivo del lavoro di ricerca spiego i vantaggi di un'educazione strutturo-ritmica per l'apprendimento delle strutture logico-matematiche a partire dalla strutturazione ordinata nello spazio e nel tempo nella scuola dell'infanzia.

➤ Nel secondo capitolo sottolineo il contributo delle neuroscienze per l'apprendimento e la didattica della matematica. Il cervello è la struttura generatrice del ragionamento, della coscienza, dell'intelligenza e della memoria è necessario, quindi, che chi si occupa di apprendimento in ogni sua forma possa conoscere l'avanzamento delle scienze neurologiche per aggiornare la propria riflessione sulle modalità del conoscere.

Per questi motivi mi soffermo a spiegare quali sono le potenzialità cerebrali del bambino e le sue ricadute sulla didattica.

➤ Nel terzo capitolo dopo aver presentato l'ipotesi della mia ricerca, mi soffermo a descrivere la fase sperimentale, in particolare in questo capitolo approfondisco l'analisi a priori dei comportamenti ipotizzabili.

➤ Nel quarto capitolo opero la descrizione dei dati sperimentali tramite l'analisi implicativa delle variabili (mediante l'uso del software di statistica CHIC).

➤ Nel quinto ed ultimo capitolo tiro le conclusioni di tutta la mia ricerca sottolineando i problemi ancora aperti.

Capitolo primo

RITMO, STRUTTURA E CORPO LOGICO MATEMATICO

1.1 Musica e matematica

Perché la musica e la matematica?

La musica e la matematica hanno sempre una certa parentela
l'una e l'altra richiedono un certo apprendistato,
molto talento e un tocco di grazia.

(Frederick Pratter)

Da millenni è risaputo che tra musica e matematica esiste una forte affinità. Le filosofie pitagoriche e platoniche sono fiorite su un intreccio stretto tra musica, matematica e astronomia.

I rapporti tra Musica e Matematica sono molto stretti, sia a livelli elementari che più complessi. Questi rapporti sono facilmente comprensibili anche per un profano, per esempio per le durate dei suoni (doppio o metà, quarto e così via).² La musica si ferma nella memoria per i suoi dati meccanici e fisici. Il ritmo è numero, è misura esatta del tempo.

La musica è il luogo d'incontro per eccellenza fra le arti e le scienze e in quest'incontro la matematica svolge un ruolo essenziale e centrale.

Pitagora nell'antichità fu famoso per aver assimilato nella sua scuola musica e matematica: entrambe erano **numerus**.

La musica rappresenta un sapere fondamentale, insostituibile e necessario nell'educazione e nella formazione culturale. Il cui processo cognitivo costituisce un'esperienza intellettuale ed estetica di grande importanza nello sviluppo della personalità umana. La fenomenologia musicale è particolarmente complessa e va studiata non solo con approcci di tipo estetico, critico o storico, ma anche di tipo scientifico.

Avvicinarsi in modo scientifico alla musica significa individuarne le caratteristiche intrinseche, universalmente classificabili e riproducibili. Pertanto, per una proposta formativa di educazione musicale, non si può che partire dal suono e dallo studio delle sue caratteristiche fisiche.

La musica può essere sottoposta ad un'analisi scientifica, essa può essere, infatti, correlata alla matematica, ciò non tanto per ribadire l'uso che della matematica si fa per la costruzione di schemi e regole nell'organizzazione della musica; ciò che ordinariamente investe pochi e semplici principi di aritmetica elementare. Quanto invece per proporre quello dell'algebra e dell'analisi matematica moderne nello studio della fenomenologia musicale. In altri termini, si può considerare la produzione musicale come un datum da analizzare mediante l'uso di metodologie e tecniche matematiche.

1.2 La scoperta dell'armonia musicale

Pitagora è generalmente considerato come il fondatore della prima scuola di Matematica come scienza puramente deduttiva, una scuola di cui siamo gli eredi. Oltre ad essere uno dei più importanti matematici, Pitagora era un compositore e un teorico musicale.

Le vibrazioni di due corde sottoposte alla stessa tensione, ma di lunghezze diverse, producevano, pizzicate insieme, un suono gradevole solo quando il rapporto tra le loro lunghezze era come 1 con 2 (accordo di ottava) o 2 con 3 (accordo di quinta) o 3 con 4 (accordo di quarta) e così via. Non contava la "misura" effettiva delle corde, ma il loro

²Ettore Carta sito web: www.riemann.unica.it

rapporto e cioè il fatto che una fosse il doppio dell'altra, o che fosse tre volte la metà dell'altra ecc. Questa misura poteva essere una lunghezza, o anche un volume (quello del martello che pare Pitagora abbia ascoltato nella bottega del fabbro) o la tensione provocata da pesi diversi su corde della medesima lunghezza. Quello che contava insomma era il *logos* che legava le due corde tra loro, come 1 con 2 o come 2

con 3!

Racconta Giambico³, l'episodio è il seguente. Un giorno Pitagora passò di fronte all'officina di un fabbro, e si accorse che il suono dei martelli sulle incudini era a volte consonante, e a volte dissonante. Incuriosito, entrò nell'officina, si fece mostrare i martelli, e scoprì che quelli che risuonavano in consonanza avevano un preciso rapporto di peso. Ad esempio, se uno dei martelli pesava il doppio dell'altro, essi producevano suoni distanti un'ottava. Se invece uno dei martelli pesava una volta e mezza l'altro, essi producevano suoni distanti una quinta (l'intervallo fra il do e il sol).

Tornato a casa, Pitagora fece alcuni esperimenti con nervi di bue in tensione, per vedere se qualche regola analoga valesse per i suoni generati da strumenti a corda, quali la lira. Sorprendentemente, la regola era addirittura la stessa, ad esempio, se una delle corde aveva lunghezza doppia dell'altra, esse producevano suoni distanti un'ottava. Se invece una delle corde era lunga una volta e mezza l'altra, esse producevano suoni distanti una quinta.

In perfetto stile scientifico, dall'osservazione e dall'esperimento Pitagora dedusse una teoria: la coincidenza di musica, matematica e natura. Più precisamente, egli suppose che ci fossero tre tipi di musica: quella strumentale propriamente detta, quella umana suonata dall'organismo, e quella mondana suonata dal cosmo. La sostanziale coincidenza delle tre musiche era responsabile da un lato dell'effetto emotivo prodotto, per letterale risonanza, dalla melodia sull'uomo, e dall'altro della possibilità di dedurre le leggi matematiche dell'universo da quelle musicali.

Poiché nelle leggi dell'armonia scoperte da Pitagora intervenivano soltanto numeri frazionari, detti anche numeri razionali, ed i rapporti armonici corrispondevano perfettamente a rapporti numerici, Pitagora enunciò la sua scoperta nella famosa massima: "tutto è (numero) razionale". Essa codifica la fede nella intelligibilità matematica della natura, ed è il presupposto metafisico dell'intera impresa scientifica, di cui Pitagora è stato appunto il padre fondatore. Una scoperta tanto profonda non poteva che far ritenere Pitagora una vera e propria divinità.

A lui, quindi, dobbiamo la scoperta della meravigliosa corrispondenza fra gli intervalli musicali e i numeri, una relazione che ancora oggi è alla base della teoria generale dell'armonia musicale.

Già Pitagora stesso aveva scoperto che la sua teoria musicale aveva qualche problema: infatti, i rapporti numerici corrispondenti, rispettivamente, a un tono e due semitoni non coincidevano, e differivano di una quantità piccola ma percettibile all'orecchio, che fu chiamata comma pitagorico. La soluzione matematica del temperamento, che consiste nel dividere l'ottava in dodici semitoni uguali, fu trovata soltanto nel secolo XVIII, e richiese l'assegnazione di un valore irrazionale al semitono.

In conclusione, rimane da notare che il pensiero pitagorico è oggi divenuto la base metafisica della cultura planetaria. La scienza e la tecnologia che, ci piaccia o no, hanno ormai superato tutti i confini geografici e pervaso l'intero globo, si basano, infatti, proprio su quella coincidenza fra natura e matematica che Pitagora ha per primo saputo intuire e perseguire.⁴

³ Giambico, Sito web. www.extramuseum.it

⁴ PIERGIORGIO ODIFREDDI, www.mat.uniroma3.it La Stampa, La matematica dell'armonia, giovedì 7 maggio 1998,

1.3 La Matematica, la Musica, il Ritmo di Olivier Messiaen

Olivier Messiaen è una delle figure più grandi della musica del novecento, autore di un numero considerevole di opere, ha sviluppato un linguaggio assai personale, basato sull'estensione a tutti gli aspetti della composizione musicale (suono, ritmo, intensità, timbro). Sin da giovane era affascinato da certe proprietà dei numeri che sarebbero state destinate a svolgere un ruolo importante nel suo linguaggio musicale. Anche se Messiaen non si è mai considerato un matematico, ugualmente ha attribuito ai numeri e a certe loro proprietà un posto prominente, sia nelle sue composizioni, sia nel suo insegnamento teorico. Le nozioni matematiche coinvolte nelle sue musiche sono nozioni di base: permutazioni, simmetrie, distribuzioni di numeri, numeri primi, periodicità.

Messiaen dichiara: “ero orientato verso questo tipo di ricerche, verso le divisioni simmetriche e verso le divisioni asimmetriche e verso un elemento che s’incontra nella metrica greca e nei ritmi dell’india: i numeri primi. Quando ero bambino, amavo già i numeri primi, questi numeri che – solo per il fatto che non sono divisibili – emettono una forza occulta (perché, come si sa, la divinità è indivisibile) [...]. Il mio linguaggio ritmico è precisamente una mescolanza di tutti questi elementi: le durate distribuite in numeri irregolari, l’assenza di tempi uguali, l’amore dei numeri primi, la presenza di ritmi non retrogradabili e l’azione di figure ritmiche [...]. Tutto questo si evolve, è mescolato e sovrapposto”.⁵

Uno degli argomenti che sviluppa, Messiaen è che la musica, in particolare il ritmo, è in un certo senso una maniera di dare vita ai numeri, di rendere percettibili ai nostri sensi alcune nozioni matematiche che, di per se stesse, possono apparire puramente astratte, fredde. Di più, la musica trasforma queste nozioni in emozioni. A questo proposito possiamo citare Aristotele che nella sua *Metafisica* scrive: “i numeri non esistono in sé, esistono perché si trovano nelle scale musicali, nel cielo, e in molte altre cose connesse”.

Il concetto principale da dove si parte Messiaen per i suoi studi è quello di **Ritmo** definendolo come: “l’elemento principale e forse l’elemento essenziale della musica. Penso che esso verosimilmente esista da prima della melodia e dell’armonia. Insomma ho una preferenza per quest’elemento”.⁶

Per Messiaen “la melodia non può esistere senza il ritmo, la musica è fatta prima di tutto con durate, slanci, riposi, accenti, intensità, attacchi e timbri, tutte cose che si possono raggruppare sotto il termine: ritmo”.

Il ritmo non è una nozione estranea alla matematica, infatti, nozioni come durata, intensità e densità si esprimono tramite numeri. Il timbro, scomposto in frequenza fondamentale e frequenza armoniche, può essere espresso con una successione di numeri.

Il ritmo è visto come successione di numeri, i quali rappresentano durate, per definire ciò Messiaen descrive i ritmi dell’India e della Grecia antica, richiamando la curiosità del lettore sulle proprietà aritmetiche di questi ritmi.

⁵ C. Samuel, *Permanences d’Olivier Messiaen (Dialogues et commentaires)*, Actes sud, 1999, pp. 118.

⁶ C. Samuel, *Permanences d’Olivier Messiaen (Dialogues et commentaires)*, Actes sud, 1999, pp. 118.

Ritmi greci: le caratteristiche della musica greca antica sono:

➤ Il ritmo seguiva due durate per le note musicali: una durata lunga, che corrispondeva alle sillabe lunghe, e una durata breve che corrispondeva alle sillabe corte, il valore della sillaba corta è la metà del valore di quella lunga. Il ritmo, in questo senso si chiama *metro*, come catena di durate lunghe e brevi. La musica greca conteneva una grande varietà di metri.

➤ Una composizione è divisa in *misure*, che hanno una lunghezza (cioè la somma delle durate) variabile (“ritmi ametrici”). Questo in contrasto con la musica antecedente al novecento dove ogni movimento di una composizione è diviso in misure in cui la somma delle durate è costante.

➤ La somma delle durate è un numero primo diverso da 3 (particolarmente 5, 11 e 17). Un esempio di ritmo a 5 a quello cretese, definito per la successione 2,1,2 (cioè due lunghe, una breve, due lunghe). Questo tipo di ritmo si chiama anche *anfimacro*, che vuol dire come dice Messiaen, “lunga che circonda la breve”.

Questo tipo di ritmi sono raramente usati in occidente prima di Messiaen.

Ritmi indù: la caratteristica più importante della musica indù è Il posto preminente dato agli strumenti a percussione come tamburi, campanelle, cimbali, battito delle mani.

Questo implica che il ritmo è un elemento essenziale di questa musica. Messiaen afferma che i ritmi indù sono di una raffinatezza e una sottigliezza senza pari che superano i “poveri” ritmi occidentali con le loro misure isocrone.

Sono assai frequenti nelle composizioni di Messiaen i ritmi sia greci che indù.

Messiaen redige un elenco di 120 *deçi-tâla* (*deçi* vuol dire ritmo e *tâla* vuol dire provincia quindi secondo lui, *deçi-tâla* vuol dire *ritmi delle varie provincie*) di cui 36 ritmi della tradizione *Karnataka* (cioè a sud dell’india)⁷. In questo contesto il ritmo è definito come una successione di numeri. Lui è affascinato da ciò, e nello studio delle composizioni di queste culture ogni volta che la somma delle durate è un numero primo lo segnala. Questa insistenza per i numeri primi ha un significato, infatti, nel suo *Traitè de rythme, de couleur et d’ornithologie*, p. 266, scrive: “l’impossibilità di dividere un numero primo (altro che per se stesso e per uno) gli garantisce una sorta di forza che è effettiva nel campo del ritmo”.

Una caratteristica che ritroviamo in quasi tutta la musica di Messiaen sono i **ritmi non retrogradabili** (è un ritmo che, considerato come successione di numeri, rimane lo stesso quando è letto da destra a sinistra o da sinistra a destra).

La retrogradazione è un procedimento classico dell’arte del contrappunto, che trasforma un certo motivo nello stesso motivo letto in senso contrario, cioè procedendo dall’ultima nota verso la prima. Il motivo iniziale è chiamato motivo in moto diretto e il motivo ottenuto tramite questo procedimento motivo in moto retrogrado. Così si può considerare un ritmo non retrogradabile come un affiancamento di un motivo in moto diretto e del motivo corrispondente in moto retrogrado.

Per Messiaen il ritmo non retrogradabile produce un grande fascino nell’ascoltatore considerando questo tipo di ritmo “Un’impossibilità matematica”⁸. L’impossibilità risiede nel fatto che “non è possibile retrogradare un tale ritmo perché, quando questo avviene, il ritmo rimane lo stesso”. Questo fascino dell’impossibilità risiede in certe impossibilità matematiche nei domini modali e ritmici. I modi⁹, che non si possono trasporre al di là di un certo numero di trasposizioni perché, se uno lo fa, ricade sempre sulle stesse note; i ritmi che non si possono retrogradare perché, quando uno lo fa’ ritrova lo stesso ordine dei valori.

Per Messiaen un ritmo non retrogradabile ha la capacità di dare al suo ascoltatore una

⁷ O. Messiaen, *Traitè de rythme, de couleur et d’ornithologie*, 7 tomi. Alphonse leduc, Paris.

⁸ O. Messiaen, *technique de mon langage musical*, Alphonse Leduc, Paris, 1944.

⁹ I modi sono una successione di note distinte che danno l’atmosfera al brano musicale.

sensazione dell'infinito, perché “come tempo, un tale ritmo, è irreversibile non può muoverlo indietro, a meno che non si ripeta [...]. Il futuro e il passato sono immagini simmetriche di sé stessi”¹⁰.

Voglio concludere questo paragrafo dove ho cercato di esprimere la matematica nella musica per Olivier Messiaen con un passo tratto da un suo libro dove scrive:

“non si può trovare alcun errore nel canto degli uccelli, né nella melodia, né nel contrappunto. Il tardo sassello, forse il re degli uccelli cantanti, ha un canto magico, incantatore, scandito in piccole formule ritmiche molto nette, sempre riprodotte da due a cinque volte, generalmente tre volte (come nei rituali delle invocazioni religiose e l'incantesimo dello sciamanesimo primitivo). Al di là di qualche ritmo caratteristico, le strofe sono sempre nuove e l'invenzione ritmica inesauribile. La disposizione delle durate e dei numeri, sempre inattesa, impreveduta, sorprendente, manifesta tuttavia un senso di equilibrio tale che è difficile credere ad una improvvisazione”¹¹.

1.4 Le varie forme espressive per comunicare e apprendere

La formazione di un uomo integrale oggi viene determinata oltre che dalla scuola, anche dai vari mezzi di comunicazione (cinema, radio, televisione, stampa, internet...), alla scuola spetta quindi soprattutto il compito di attivare e guidare le attitudini personali, promuovere la socializzazione e sviluppare il senso critico. La scuola non deve più insegnare apprendimenti (soltanto), ma educare ad apprendere gli apprendimenti (apprendimento come processo e prodotto). Purtroppo, accade spesso che il naturale potenziale creativo umano venga modificato da un'azione educativa, che si preoccupa soltanto di svolgere un programma secondo strutture e ritmi precostituiti, che nella maggior parte dei casi non gratificano la persona.

Bisogna rifiutare una concezione tradizionale che si basa sull'educazione frammentaria e frazionata, ma si propone la ricerca, attraverso una logica unitaria del modo di apprendere e una costante interrelazione fra i vari apprendimenti, di unificazione degli obiettivi in un unico obiettivo che risulta essere la formazione e la crescita integrale della persona come uomo e come cittadino.

In questa prospettiva tutto diventa elemento che comunica.

Il gioco, da espressione spontanea delle esigenze interiori di conoscenza diventa un modo per sperimentare, osservare, riflettere, elaborare. Il gioco stimola la fantasia, l'attenzione, l'osservazione, l'immaginazione, l'intelligenza, la volontà, quindi permette a ciascuno di accrescere la conoscenza di sé e di ciò che lo circonda. In questa prospettiva acquista molta importanza la socializzazione, la rappresentazione imitativa che diventa linguaggio gestuale, mimico, interpretazione personale e originale, ma soprattutto comunicazione comprensibile nella sua più ampia forma espressiva che si svolge in una successione ritmica di movimenti con una amplissima varietà di ritmi semplici e universali di cui l'essere umano, soggetto alle regole universali, è parte integrante.

Importante è il movimento che diventa gesto, segno, simbolo, codice, integrandosi via via con gli altri linguaggi e anche come autonoma simbologia, sempre come testimonianza totale di una persona integrale. Il movimento anche quello spontaneo, solo per la volontà di muoversi esprime tutta la gioia di vivere del soggetto, e ciò è espressione e comunicazione sotto la guida della ragione.

¹⁰ O. Messiaen, *Traité de rythme, de couleur et d'ornithologie*, 7 tomi. Alphonse leduc, Paris.

¹¹ O. Messiaen, *Traité de rythme, de couleur et d'ornithologie*, 7 tomi. Alphonse leduc, Paris.

In tal senso il gioco come il ritmo, il movimento, il canto, la danza (tutte attività che nella scuola dell'infanzia sono alla base dell'apprendimento), la percezione e l'organizzazione del tempo e dello spazio, il lavoro di gruppo nella quale ciascuno apporta il suo contributo permette a ciascuno di comunicare, nella scoperta e nella evoluzione delle proprie forme espressive, con tutti i linguaggi di cui uno è capace, scrivere, leggere, disegnare, mimare, cantare, danzare, suonare e con altri modi di comunicare tutti ugualmente espressivi-comunicativi.

In questa prospettiva tutto diventa fondamentale alla formazione integrale del bambino, in una visione unitaria della realtà, pur rispettando la specificità di ciascuna attività.

Una proposta didattica per la scuola dell'infanzia non può assolutamente negare questi legami, in particolare tra la matematica la realtà, il movimento, le strutture ritmiche, se non si vuole ridurre l'apprendimento ad uno sterile esercizio di abilità senza un obiettivo unitario.

1.5 L'apprendimento della matematica, il suo contributo, i suoi benefici.

La matematica è la più antica delle scienze e quella i cui valori sono i più duraturi. Ciononostante, l'approccio e i mezzi per studiarla sono cambiati nel corso delle civiltà e delle epoche. Oggi, l'informatica crea nuovi mezzi e nuovi oggetti di studio, tutte le scienze progrediscono grazie a strumenti matematici e contribuiscono a forgiarne di nuovi. La visione della matematica si è notevolmente modificata negli ultimi cinquant'anni. La matematica sembrava aver ritrovata la propria unità sulla base di una solida costruzione dei fondamenti e delle strutture. La matematica si arricchisce di problemi, di metodi e di concetti che provengono da altre scienze e da altri settori, e d'altra parte crea nuovi concetti, nuove teorie e fornisce materia per altre applicazioni. La matematica non è certo un affare solo per matematici. E' opportuno ragionare non solo in termini di "matematica", ma di considerare l'insieme delle "scienze matematiche" nella sua varietà di attori e utenti.

L'insegnamento della matematica, così come ogni insegnamento, pone una serie di domande.

- **Chi insegna, e a chi?**
- **Che cosa?**
- **Come?**
- **Perché?**

partendo dall'ultima domanda: perché?

Nella nostra epoca non si può eludere la necessità di discutere sulla finalità dell'insegnamento. Perché bisogna insegnare matematica?

Una risposta viene dalla pratica delle altre discipline: c'è bisogno di matematica in biologia, così come in fisica o in economia e anche nella musica...Ma prima di tutto, c'è bisogno dell'alleanza tra immaginazione e ragionamento realizzata dal metodo della matematica, dall'elaborazione e la formazione degli enunciati fino alla dimostrazione delle loro conseguenze.

Nessuno studente, nessun individuo può imparare tutto. Ciononostante, bisogna lasciare le porte aperte a un'evoluzione dell'insegnamento che risponda ai bisogni del futuro a lungo termine come a quelli del presente o dell'avvenire prossimo, senza eliminare a priori nulla di ciò che potrebbe essere utile.

La riflessione sull'insegnamento della matematica è dunque per sua natura una riflessione a lungo termine. Si scontra quindi con la visione generale dei giovani, dei genitori e talvolta degli stessi insegnanti, che è a breve termine. La riflessione deve tener conto dello sviluppo

attuale della scienza così come della sua storia e di tutto quello che va rivisto nel suo passato. Deve essere ambiziosa, audace e allo stesso tempo tener conto delle difficoltà del terreno. Per questi motivi un'organizzazione programmata dell'apprendimento della matematica deve iniziare sin dalla scuola dell'infanzia per sviluppare nel bambino una mentalità aperta e una logica sviluppata.

1.6 Il concetto di numero

La nozione di numero è alla base di ogni branca della matematica: eppure, nessun matematico saprebbe dare una definizione “semplice” che spieghi “che cos'è un numero”.

Quanti tipi di numero conosciamo? I primi numeri con cui abbiamo familiarizzato nella nostra infanzia –dice Negrini in un suo articolo su Scuola Se del novembre 1993, Ethel Editoriale Giorgio Mondadori – sono i numeri naturali, 1,2,3... e anche 0.

Ben presto però ci si rende conto che i numeri naturali non bastano per risolvere problemi anche molto semplici, ed ecco che si parla di numeri irrazionali, di numeri reali, di numeri complessivi, di cui la matematica, sin dall'antichità, è costellata e *“soltanto in tempi recenti i matematici si sono posti il problema di una presentazione rigorosa dei numeri naturali, da sempre utilizzati come concetti primitivi.”*

Il maggior contributo in questo campo è opera del matematico italiano Giuseppe Peano. Egli diede una formalizzazione delle strutture dei numeri naturali, assumendo come “concetti primitivi” quelli di: numero naturale, zero, successivo di un numero naturale. Alcune proprietà di questi enti vengono poste come assiomi, a partire dai quali si definiscono le operazioni di addizione e moltiplicazione, e la relazione “minore”.

L'opera di Peano non intende definire i numeri naturali, né potrebbe farlo: esso però separa in modo chiara i concetti primitivi e gli assiomi dalle definizioni e dai teoremi che ne discendono e completa dalle origini la sistemazione teorica delle strutture numeriche.

1.7 Il concetto di struttura

Etimologicamente, il termine struttura deriva da “struere” che significa ammassare, costruire *“qualsiasi insieme, complesso, aggregato o sistema di elementi correlati secondo un certo ordine, disposizione, costruzione, rappresenta una struttura.*

I sistemi strutturali sono alla base sia delle manifestazioni ritmiche che dei meccanismi e processi mentali”¹².

Non esiste alcuna azione, concreta o pensata, che prescinda da una organizzazione strutturale di entità successive.

La struttura è una relazione spazio – temporale che collega in un determinato modo insiemi di oggetti, battute, azioni e pensieri tra di loro.

Il concetto di struttura è indipendente dagli oggetti e dagli elementi usati; con elementi diversi è possibile costruire strutture identiche.

In conclusione possiamo affermare che la struttura:

- è ricodificabile (se aggiungo qualcosa, se modifico i codici);
- è indipendente dall'azione e dai mezzi;
- forma il pensiero astratto (la struttura è astratta non è qualcosa di concreto);

¹² CAZZAGO P., *Psicomotricità e spazio – tempo, strutture e ritmi*, Brescia, Editrice la Scuola, 1984.

- è presente in ogni disciplina (in modo trasversale);
- interessa vari comparti percettivo – motorio;
- è decodificabile (perché leggo i codici);
- è codificabile (perché mettiamo in codice).

1.8 Il concetto di ritmo

Il termine greco “ritmo”, tradotto dai latini con *numerus*, in virtù del suffisso “-tmo” appartiene alla categoria dei sostantivi come *aritmōs*, che indicano l'azione del misurare con esattezza. Ma qual'è l'unità di misura della musica?

Letteralmente, l'unità di misura della musica è una frazione: quella che indica il metro, e sulla quale si possono effettuare vere e proprie operazioni matematiche.

Più generalmente, attraverso la frazione che indica il metro di una composizione si esprime quella corrispondenza fra matematica e musica che sta alla base della filosofia pitagorica. Anzi, questa filosofia fu appunto ispirata dalla scoperta che i rapporti numerici sono in grado di esprimere i rapporti armonici: poteva essere considerata una coincidenza, e invece Pitagora la interpretò come un indizio di qualcosa di molto profondo, e cioè il fatto che la matematica è il linguaggio della natura. La scienza, che non fa altro che ricercare altre manifestazioni di questa intuizione, è dunque nata da un'osservazione sul rapporto fra matematica e musica.

La progressione ascendente o discendente, procedimento compositivo consistente nella ripetizione esatta e periodica di una medesima formula melodica o armonica su gradi diversi, è una delle figure retorico-musicali più in uso nella musica strumentale barocca. Corrispondenza biunivoca con le successioni matematiche.¹³

Tutto ciò che esiste in natura, compresa l'attività dell'uomo, è movimento e obbedisce alle leggi del ritmo.

Il ritmo viene definito come “ordine nel movimento, intendendo con ciò la manifestazione dei ritorni periodici di strutture semplici o complesse e la coordinazione presente nella successione delle strutture stesse. I ritorni periodici del ritmo musicale sono molto importanti a livello percettivo perché hanno il potere di suscitare induzione motoria: la regolarità ritmica, infatti, genera movimenti che si armonizzano con il segnale percettivo”.¹⁴

Riferendomi a ciò che ci interessa in questo contesto possiamo definire il ritmo come: qualsiasi organizzazione e strutturazione di fenomeni che avvengono in maniera successiva nel tempo e che si ripetono ciclicamente.

Il ritmo ricopre, dunque, un ruolo fondamentale nel campo educativo, sia come momento fortemente socializzante, sia perché favorisce il controllo delle capacità psicomotorie, costituendo il supporto iniziale per ogni attività.

Quindi, un'organizzazione di fenomeni per essere ritmica deve essere:

- ordinata nel successivo (ciascun elemento ha un suo preciso posto nell'organizzazione);
- strutturale (con particolare legame tra gli elementi);
- periodica (le strutture si ripetono nel tempo sempre in forma identica).

La dimensione ritmica serve a:

- conferire ordine alla mia mente;
- capire la struttura;
- capire la periodicità del ritmo.

¹³ PIERGIORGIO ODIFREDDI, *La Stampa*, giovedì 7 maggio 1998, *La matematica dell'armonia*

¹⁴ RICCARDO GUERRA – ERSILIA GIACON, *Apprendere movimentando*, Edizioni Scientifiche Mag. pp 78.

*una data lunghezza, in compartimenti che ricorrono in una serie interminabile. Ogni volta che egli supera un confine tra un compartimento e l'altro, il suo orologio fa tic.....*¹⁵

Il suo orologio fa tic. Nella Genesi i sei giorni della creazione rotolano in un silenzio assoluto, senza nessun accenno a suoni o rumori, ma già quel ritmo interno alle cose scuote l'infinito e lo rende in qualche modo accessibile ai movimenti del corpo e della mente. Perché la nostra mente ha bisogno di creare configurazioni stabili nel caos indistinto di informazioni che riceve dalle percezioni del mondo esterno, ed è strutturata proprio per farlo. Così gli stimoli percettivi si organizzano secondo leggi permanenti e creano forme che costruiscono pensieri e azioni. Il ritmo e la misura. La misura e il tempo. Come nasce la misura? Basta una volta... una volta nel tempo e una volta nello spazio. Secondo Platone il tempo è l'immagine che scorre secondo una numerazione, di una eternità immobile, ferma nell'uno¹⁶ della genesi. Che significato ha l'uno quando in esso si ferma tutto? Perde il suo profilo di numero e acquista piuttosto quello della forma, dell'essenza, non conta ma qualifica. Forse è per questo che per molti secoli l'uno non è stato considerato un numero vero e proprio.

I numeri e la numerazione vengono associati a un'azione ritmica nel tempo, durante la quale si ripete lo stesso movimento di pensiero. Il senso del movimento lo troviamo anche nel cuore della parola greca "arithmos"¹⁷ (numero). Tutti i sostantivi in "thmos" infatti, hanno un valore dinamico. Ma il dinamismo del numero si racchiude esclusivamente nel suo ritmare, non c'è altro.

Il descrivere con la parola questi lievi saltelli della mente è un processo che storicamente ha avuto tempi lunghissimi. Il senso del ritmo e il centro verbale appartengono ad aree cerebrali funzionalmente affini, ma l'elaborazione di parole per numeri al di là del tre e del quattro non è stata affatto veloce. Ancora oggi esistono popoli che praticamente non hanno parole per contare, e che fanno solo mostrare le dita dicendo "tanti così". In questo stadio è stato osservato¹⁸ che i numeri segnalati dalle dita della mano non derivano l'uno dall'altro per aggiunta di una unità, ma ognuno ha una sua fisionomia ben precisa, come se fosse non una rappresentazione di quantità, per cui a un dito se ne aggiunge un altro, ma di qualità. Così l'uno e il due e il tre si ritrovano accomunati dallo stesso destino che li vede fermi, isolati, non generati l'uno dall'altro da un movimento ritmico, ma ognuno con una propria essenza, con un proprio essere indivisibile.

1.11 Strutturazione ordinata nello spazio-tempo: Il ritmo

L'educazione ritmica è una alfabetizzazione ritmica come scoperta ed organizzazione di sé, con l'oggetto e con l'altro, dai ritmi universali ai bioritmi, al corpo come strumento a fiato e a percussione, al corpo come produttore/fruttore di ritmi

- strutturazione ritmica del movimento (linguaggio corporeo);
- strutturazione ritmica del grafismo (linguaggio grafico);
- strutturazione ritmica del linguaggio parlato e scritto (dialogo, lettura, scrittura).

Quindi nella scuola dell'infanzia e nel primo ciclo della scuola di base, fare musica è attività con i suoni, una polivalenza di attività con una polivalenza di suoni, un'attività di ricerca, di

¹⁵ M. C. Escher, *Passi verso l'infinito*, Garzanti, 1978.

¹⁶ Pertanto Egli pensò di produrre una immagine mobile dell'eternità, e, mentre costituisce l'ordine del cielo, dell'eternità che permane nell'unità, fa un'immagine eterna che procede secondo il numero, che è appunto quella che noi abbiamo chiamato tempo." Platone *Timeo* d-2, da *Platone, tutti gli scritti* a cura di R. Radice, Rusconi, 1991.

¹⁷ Deriva dal greco "costruire".

¹⁸ G. Buffa, *tra numeri e dita*, Zanichelli, 1986.

gioco, e comportamenti; tale attività deve avvenire con la ricerca di una molteplicità di eventi sonori in una prospettiva sempre aperta, affinché ciascuno possa trovare occasione di espressione.

Il senso ritmico è alla base delle attività motorie, un aspetto importante è il riconoscimento degli oggetti che risuonano, quindi la costruzione di oggetti sonori e infine l'uso di strumenti didattici che favoriscono l'apprendimento sotto questo particolare aspetto.

Dal suono, al gesto, alla mimica, all'immagine, al grafico e al colore, alla parola, alla frase, all'azione drammatica, alla musica e viceversa, per favorire e coordinare le varie esperienze sensoriali, vivere il tessuto culturale, inventare nuovi collegamenti, produrre simboli, accettare codici universali.

Dall'improvvisazione di suoni, eventi acustici, oggetti, musica, alla composizione anche scritta, imparando a darsi, con l'aiuto dell'educatore, una codifica, una regola di gruppo e per conseguenza una regola socialmente sempre più ampia.

L'ascolto musicale deve presentarsi con motivazione e proposte di metodo;

alcuni esempi:

RITMO VITA:

- ascoltare il cuore a riposo e dopo sforzo,
- registrarlo,
- rappresentare graficamente

RITMO CORPO:

➤ circondare le braccia, slanciarli saltelli, flessioni;

RITMO CORPO/OGGETTO

▪ palleggi alti/bassi, veloci/lenti della palla;

RITMO SOGGETTI/ALTRI:

- gioco di gruppo,
- coro.

L'educazione corporea al ritmo e col ritmo, passa attraverso fasi didattiche successive:

1. scoperta, conoscenza, organizzazione del proprio corpo; dei rumori e dei suoni del proprio corpo, dei bioritmi;
2. scoperta, conoscenza, coscienza e organizzazione dei suoni e dei ritmi del mondo e degli oggetti. Scoprire gli oggetti che ci circondano e sonorizzarli passando poi a creatività ritmiche con gli stessi;
3. strutturazione dei ritmi personali con quelli dell'altro e degli altri.

1.12 L'educazione struttura – ritmica

L'educazione struttura - ritmica è uno strumento educativo di notevole interesse sia per migliorare l'assetto psicomotorio del bambino, che per orientare la strutturazione del suo pensiero.

Come già è stato detto nei paragrafi precedenti la struttura è qualsiasi insieme, aggregato o sistema di elementi correlati secondo un certo ordine, disposizione, costruzione.

Il ritmo è qualsiasi organizzazione e strutturazione di fenomeni che avvengono in maniera successiva nel tempo e che si ripetono ciclicamente.

L'educazione struttura – ritmica può essere applicata in forme notevolmente diverse, si possono orientare le proposte in ordine alle misure ed al ritmo musicali, alla danza alle dimensioni legate alle percezioni uditive, alle coordinazioni motorie; comunque il ritmo deve essere insegnato in maniera razionalizzata.

Le strutture e i ritmi costituiscono uno dei cardini educativi fondamentali per l'organizzazione del movimento, della percezione uditiva e visiva, dello scorrere ordinato dei pensieri.

Il bambino, durante la scuola materna riesce a percepire, comprendere e memorizzare

strutture e ritmi che abbiano un diretto legame con il vissuto psicomotorio. Non a caso, l'educazione al ritmo è alla base dell'insegnamento nella scuola materna per favorire una idonea acquisizione degli apprendimenti di base, perché proprio alla non corretta strutturazione ritmica sono legate alcune turbe psicomotorie e conoscitive.

L'educazione ritmica, in stretto rapporto con l'educazione psicomotoria, si presenta come educazione al movimento, come educazione percettiva e come coordinazione "gesto – suono"; inizia con la sincronizzazione tra movimento e suono dei ritmi naturali e spontanei del bambino (dondolare, camminare, saltare) cercando di arricchire ciò che il fanciullo già possiede. Sviluppa inoltre il senso dell'orientamento, la lateralità, la coordinazione dinamica generale, l'organizzazione dello spazio e del tempo, il controllo respiratorio (indispensabile per l'articolazione del linguaggio), la lettura, il pensiero logico – matematico nonché la socializzazione. Quindi l'allenamento strutturo - ritmico fonda le sue basi per conquiste strutturali astratte quali le strutture matematiche, grammaticali, mentali, contribuendo all'organizzazione strutturale del pensiero.

Una successione ritmata di movimenti (ad esempio) risulta nettamente più facile da eseguire e comporta meno fatica rispetto ad una successione degli stessi eseguita però in forma non ritmata: l'esercizio ritmato regolarizza il dispendio nervoso, in questo modo l'esercizio eseguito in forma ritmata è economico. La sua utilizzazione è quindi particolarmente raccomandabile in quanto favorisce l'eliminazione delle sincinesie destabilizzanti (dovute ad un'attività volontaria mal controllata), permette l'armonia dei gesti motori, il rilassamento, elementi indispensabili per raggiungere la padronanza del proprio corpo e come già accennato per l'apprendimento della letto – scrittura e l'avvio alla strutturazione del pensiero logico – matematico: per la lettura, infatti, che è un meccanismo complesso basato sulla corrispondenza tra il simbolismo dei segni grafici con i suoni corrispondenti, il bambino deve in sostanza trasferire nel tempo una sequenza spaziale; per la scrittura, invece, il bambino deve operare in maniera inversa, cioè trasferire nello spazio grafico una sequenza temporale. L'educazione strutturo – ritmiche, non va intesa come un'attività ludico aspecifica con finalità ricreativa, ma attraverso le proposte strutturo – ritmiche dobbiamo favorire nel bambino l'instaurarsi di abilità che sviluppino la sua capacità di pensare.

L'educazione strutturo ritmica risulta collegata alle seguenti conquiste ed interiorizzazioni:

- schema corporeo e coscienza di sé;
- orientamento e strutturazione spazio – temporale;
- capacità di attenzione ordinata nel successivo;
- capacità mnestiche;
- identificazioni ed interiorizzazioni di ordini successivi non intercambiabili;
- potenziamento dei processi di analisi e sintesi;
- intensificazione delle capacità di simbolizzazione partendo da dati vissuti concreti;
- capacità di apprendere materie strumentali (leggere, scrivere, far di conto ecc.)
- prerequisiti per la conquista astratta dell'idea di tempo.¹⁹

1.13 Dal movimento alla matematica

Il mondo della matematica è fatto di astrazioni collegate a simboli che servono per scoprire, distinguere e registrare strutture, modelli e relazioni valide universalmente. Questo mondo che sembra lontano da quello del bambino in età prescolastica, può invece, attraverso le esperienze delle cose, i sensi e il movimento, essere affrontato nei suoi schemi e nelle sue relazioni fondamentali fin dai primi anni.

¹⁹ Cit. da CALABRESE L., *L'apprendimento motorio fra i 5 e i 10 anni*, Roma, Amando Armando, 1974.

Infatti il bambino fa numerose esperienze su materiali relativi a quantità continue e discontinue, spazi, forme e dimensioni, capacità di contenere, corrispondenze, misurazioni, sulle parole e sui simboli che indicano i numeri. Tutte queste esperienze dovrebbero portare allo sviluppo del linguaggio matematico e geometrico. Già intorno ai due anni, dopo diversi tentativi, il bambino è in grado di costruire una torre con di cubetti di diversa grandezza o di riporli mettendoli l'uno dentro l'altro dal più grande al più piccolo (seriazione).

Quando rovescia la scatola dei cubetti li vede come elementi separati (scomposizione), quando li rimette a posto li vede come un insieme.

Quando aiuta la mamma ad apparecchiare la tavola si imbatte nelle corrispondenze: un piatto per papà, uno per la mamma, uno per me (così per bicchiere, il cucchiaino...).

Quando va ad acquistare un nuovo paio di scarpe o un vestito scopre le misurazioni.

Quindi ben prima di andare a scuola i bambini effettuano numerosissime esperienze. Essi si imbattono anche nei numeri che cominciano a fare parte del loro vocabolario quasi da quando cominciano a parlare, li ritrovano nelle fiabe e nelle filastrocche (i tre porcellini, i sette nani, trenta quaranta e la gallina canta,...).

I simboli che indicano i numeri sono dappertutto: la targa dell'auto, il numero civico di casa, il numero di telefono.

Essi usano questi termini e fanno queste esperienze in diversi contesti, ma deve trascorrere ancora del tempo perché essi li possano abbinare a dei significati precisi.

Relativamente alla forma il bambino si accorge che una palla lasciata cadere rimbalza e rotola, mentre una scatola si ferma subito; d'altra parte può fare una pila di scatole mentre non può fare lo stesso con le palle.

Giochi ad incastro gli fanno scoprire che vi sono forme specifiche che si possono adattare reciprocamente.

Rispetto alle dimensioni degli oggetti (sedie, armadi, vestiti, giochi), esse sembrano mutare e diventare via via più piccole, mentre si tratta del bambino che cresce e che quindi ristrutturava continuamente il suo rapporto con lo spazio e gli oggetti.

Pertanto la geometria, l'aritmetica e la logica sono accessibili già fin dalla scuola materna; proposte mediante giochi, concretizzazioni, linguaggi, colori, forme, suoni, movimenti, permettono apprendimenti matematici, linguistici, psicomotori, ritmico-musicali. In particolare le attività matematiche sono da considerare fornitrici di quei collegamenti strutturali che consentono di aver sempre una visione unitaria delle discipline.

Lo sviluppo delle attività psicomotorie ci aiuta a formare concetti geometrici; il movimento del corpo nello spazio, introduce le tecniche di misurazione; la facoltà di discriminazione che si formano nei primi anni, aiutano per le attività di classificazione, di ordinamento di trasformazione che portano alle relazioni di equivalenza, ordine e differenza.

Gli educatori devono capire che per matematica bisogna intendere le relazioni esistenti fra concetti relativi ai numeri (matematica pura) e la loro applicazione ai problemi esistenti nella realtà (matematica applicata). Il primo passo nell'insegnamento della matematica è quello di giungere al concetto di numero naturale: dalla manipolazione, al gioco, alla strutturazione, alla comprensione finale, a nuovi esercizi concreti per fissare più profondamente il nuovo concetto.

Alcuni bambini da piccoli, imparano a contare senza conoscere il significato dei numeri. Non capiscono che il numero 3 sta per 3 di qualcosa.

Un bambino che non capisce che i numeri corrispondono a cose reali, avrà delle difficoltà nell'imparare l'aritmetica, mentre chi sa che i numeri rappresentano oggetti reali, avrà delle solide fondamenta per affrontare addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni.

Come educatori occorre tenere presente che ogni volta che si conta, bisogna farlo in termini concreti (palleggi, saltelli, libri o passi, palline...). In questo modo si aiuterà il bambino a

capire che i numeri rappresentano determinate quantità e quando conterà, saprà di che cosa sta parlando.

Le attività del contare e del misurare insegnano a:

dare un significato ai numeri; contare gli oggetti, associare i numeri ai corrispondenti gruppi di cose reali; usare simboli numerici per rappresentare un gruppo di cose reali; contare un gruppo di cose reali; confrontare le lunghezze, capire il concetto di misura, riconoscere e leggere numeri, associare un numero con una data quantità di cose reali, identificare i numeri, capire come vengono usati; associare i numeri alla temperatura; capire come i numeri vengono usati nel calendario; identificare un numero riconoscendo la sequenza; usare i numeri in modo significativo, riconoscere il valore corrispondente ai numeri; usare numeri per misurare; mettere in ordine i numeri; abbinare numeri, riconoscere e abbinare numeri uguali; confrontare numeri; identificare gruppi uguali, riconoscere combinazioni numeriche uguali; identificare e riconoscere uguaglianze, capire che cos'è che rende i numeri uguali; associare numeri di oggetti ai numeri corrispondenti; identificare, dare un nome ai numeri che corrispondono ad un gruppo di oggetti.

1.14 Metodologia: quantità e numeri

Durante la scuola dell'infanzia bisogna accompagnare i bambini alla *scoperta* dei numeri in maniera giocosa e divertente, ma anche tecnico e scientifico, perchè si possa sviluppare una mente matematica ma soprattutto "affezionarsi" al pensiero logico-matematico.

Le attività devono rispondere in modo particolare agli interessi e alla curiosità manifestata dai bambini nei confronti dei simboli numerici che quotidianamente incontrano a casa, per strada e a scuola. Il percorso progettuale dell'insegnante deve essere rispettoso della strategia del gioco e delle esperienze pratiche, vuole anche essere di supporto all'acquisizione delle abilità, delle competenze e dei prerequisiti utili per un positivo ingresso alla Scuola Primaria.

Introdurre i bambini nel mondo matematico significa, prima di tutto, riflettere sulle teorie che sono alla base delle operazioni matematiche e dell'acquisizione dei concetti logici.

Ai bambini deve essere data la possibilità di imparare scoprendo operativamente, elaborando congetture e formulando ipotesi, facendo esperienza con il proprio corpo, così da acquisire consapevolezza attraverso la sperimentazione, l'attività concreta e il gioco, per poi solo successivamente passare all'astrazione e alla simbolizzazione.

Nella scuola dell'infanzia un percorso progettuale che prevede di favorire le competenze rispetto a raggruppare, ordinare e contare i numeri naturali deve proporre ai bambini svariate occasioni di raggruppamento e classificazione, di quantificazione e numerosità attraverso esperienze operative e solo in un secondo momento di concettualizzazione.

Come punto di partenza, va considerato che sono svariate le situazioni di vita quotidiana nelle quali i bambini "mettono insieme" oggetti, giocattoli...; le stesse operazioni di riordino e di organizzazione degli angoli-gioco, in sezione con vari contenitori, consentono operazioni logiche di raggruppamento, classificazione e di quantificazione.

A volte i bambini sono portati a classificare per somiglianze, per attributo comune (es. tutte le bambole), per la funzione e l'uso degli oggetti (es. oggetti per apparecchiare).

Si possono proporre svariati criteri di classificazione/quantificazione in base, ad esempio, a:

- colore, forma o dimensione
- funzione
- appartenenza ad un ambiente
- caratteristica

Il passaggio dalla quantità al numero può essere favorito attraverso esperienze pratiche prima e di simbolizzazione poi, le esperienze devono essere basate su:

- scoperta, gioco e proposte operative

- gradualità
- rinforzo
- rispetto dei tempi

A tutti questi processi che sono fondamentali all'apprendimento della matematica e ad un primo approccio alla conoscenza dei numeri naturali assume un ruolo fondamentale l'educazione strutturo ritmica, ed è solo in questa prospettiva che potremmo accompagnare i bambini alla scoperta del mondo dei numeri e far sì che provino simpatia per la matematica.

1.15 Strutture Logico – Matematiche

Apprendendo le strutture della matematica gli alunni entrano in possesso di un patrimonio che li renderà in grado di decontestualizzare gli apprendimenti trasferendoli in altre situazioni problematiche.

Sapere padroneggiare le strutture matematiche significa, quindi, per l'alunno poter leggere, interpretare, ipotizzare la realtà, agire operativamente su questa.

L'organizzazione interna delle conoscenze deve scaturire dalla interiorizzazione delle azioni esplorative concrete fruite dagli alunni, da situazioni tratte dai contesti esperenziali fondati sul vissuto e tradotti in problemi, al fine di condurli ad un complesso articolato di capacità operative ed alla loro organizzazione strutturata, alla codifica di simboli convenzionali ed alla loro astrazione per formulare teorie generalizzabili.

In questo processo, che si configura lungo e complesso, occorre partire da ciò che l'alunno possiede nel suo bagaglio di esperienze legate allo spazio e al tempo, alle relazioni tra se stesso e l'ambiente circostante e ad i rapporti tra sé, il mondo e la dimensione spazio – temporale (memoria episodica), per giungere ad una conoscenza del mondo e dei simboli, dei segni e dei significati che esprimono la realtà la quale, nelle loro reciproche relazioni, si organizzano in formule (memoria semantica).

Il concetto di numero dipende in gran parte dalla interiorizzazione di alcune strutture operazionali di base quali: la corrispondenza univoca, la classificazione, la seriazione, l'ordinalità, la cardinalità.

Queste strutture logico – matematiche, secondo Piaget, si costruiscono in relazione alle azioni strutturate. Egli, infatti, afferma: *“In generale tutto ciò che riguarda le relazioni tra le strutture logico - matematiche e l'azione interessa la psicologia contemporanea, poiché queste relazioni sono di natura tale da chiarire la questione sempre attuale di sapere che cosa il pensiero deve al linguaggio e che deve più profondamente alle coordinazioni dell'azione stessa”*.²⁰

Come scrive Cazzago *“per la conquista delle strutture logico – matematiche normalmente il bambino passa attraverso tre tappe:*

- *nella prima FA;*
- *nella successiva VEDE la realtà;*
- *nella terza SIMBOLIZZA ciò che ha visto.*

*Prima c'è la tappa dell'azione che è seguita da quella iconica e poi da quella simbolica.”*²¹

Per Dienes nell'insegnamento tradizionale si parte proprio dal simbolo, cioè la terza tappa. Si ritiene che spiegando il significato del linguaggio matematico, il bambino possa capire ciò che vuole dire il simbolo matematico e dopo sia capace ad utilizzare questo simbolo, poi magari si ricorre ai sussidi audio visivi e poi agli esercizi pratici, cioè si fa tutto il contrario di ciò che si dovrebbe fare.

Grazie all'osservazione diretta dei bambini ci si rende conto che la maggior parte delle difficoltà dei bambini ad acquisire i concetti matematici come ad esempio i simboli numerici,

²⁰ Cit. da CALABRESE L., *L'apprendimento motorio fra i 5 e i 10 anni*, Roma, Amando Armando, 1974.

²¹ CAZZAGO P., *Psicomotricità e spazio – tempo, strutture e ritmi*, Brescia, Editrice la Scuola, 1984.

è dovuta proprio all'incapacità di interiorizzare relazioni strutturali fra elementi concreti. Infatti, un bambino non può acquisire il concetto numerico se, richiesto di porre tante caramelle quante sono allineate sul tavolo (corrispondenza biunivoca) risolve il problema tenendo presente la lunghezza della fila e non la quantità reale.

? ? ? ? ?
 ? ? ? ? ? ? ? ? ? ?
 ───────────────────
 LUNGHEZZA DELLA FILA

Questo succede perché la relazione strutturale uno a me... uno a te... non si è potuta instaurare neanche sul piano concreto, risultando quindi impossibile sul piano astratto.

Allo stesso modo la difficoltà di cogliere dati comuni fra gli elementi di un insieme e di costituire delle classificazioni impedisce spesso al bambino la conquista di relazioni logico strutturali che costituiscono i prerequisiti per i raggruppamenti numerici.

L'educazione strutturo – ritmica favorisce nel bambino l'apprendimento dei prerequisiti che sono alla base del concetto numerico.

In ogni proposta strutturo – ritmica ci sono inferenze di corrispondenza biunivoca, classificazione, ordinalità e cardinalità; in tutto questo comunque c'è un vantaggio educativo e cioè che il bambino vive e sente concretamente ciò che fa, avendo maggiori possibilità di interiorizzazione.

Per quanto riguarda l'acquisizione di queste abilità numeriche tra gli studiosi esiste un generale accordo e cioè: i bambini possiedono abilità implicite, relative ai numeri, ben prima di imparare ad utilizzare i numeri nel contesto scolastico, Wynn (1998) afferma che la comprensione dei numeri è intrinseca alla struttura della nostra mente ed è pertanto innata. Inoltre, viene affermato che il conteggio costituisce il prerequisito fondamentale dell'apprendimento matematico, intendendo per conteggio non la ripetizione mnemonica come se fosse una filastrocca dei numeri che i bambini imparano molto presto, ma perché questa attività si configuri come un vero e proprio processo logico di conteggio, e si ponga quindi alla base dello sviluppo delle successive abilità di calcolo, è necessario che il bambino rispetti i principi del conteggio definiti da Gelman e Gallistel (1978), quali:

- il principio dell'ordine stabile (il conteggio richiede una sequenza in un ordine fisso);
- il principio uno a uno (ad ogni oggetto corrisponde una sola etichetta numerica);
- il principio di cardinalità (l'ultimo numero contato corrisponde al numero totale di oggetti contati);
- il principio di irrilevanza dell'ordine (gli oggetti possono essere contati in qualunque ordine);
- il principio di astrazione (qualunque cosa può essere contata).

Capitolo secondo

NEUROSCIENZE, APPRENDIMENTO E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Premessa

Il cervello é la struttura biologica generatrice del ragionamento, della coscienza, dell'intelligenza e della memoria e pertanto é necessario che ogni persona che si occupi di apprendimento in ogni sua forma possa conoscere l' avanzamento delle scienze neurologiche per aggiornare la propria riflessione sulle modalità del conoscere. Il bambino nasce con molte ed enormi potenzialità che, solo attraverso la stimolazione sensoriale proveniente dall'ambiente e attraverso opportunità motorie offerte dall'ambiente diventeranno capacità.

Certamente la conoscenza dello sviluppo neurofisiologico del bambino ci permette di iniziare a porre un po' di chiarezza nella valutazione delle competenze del bambino. La neurofisiologia ci permette di capire come evolvono le capacità di un neonato in parallelo all'evoluzione del cervello del bambino. Afferma R. Restak: "troppo spesso si è portati a pensare che il cervello del bambino sia un cervello di adulto in miniatura, errore che trasferito in ambito educativo ha prodotto e produce mostri. Tutte le scoperte delle neuroscienze sono fatte su un cervello già sviluppato e poi, spesso, correlate sul bambino. Niente di più errato. Il cervello del bambino non è un cervello di adulto in miniatura: è completamente diverso. Possiede tutte le potenzialità del cervello dell'adulto, ma in divenire. Il cervello del bambino è in continua evoluzione verso la maturazione." E' con questo assioma pedagogico, oltre che neurofisiologico, che si pongono le basi per un quadro logico che andrà via via completandosi portando elementi sempre nuovi sia dal punto di vista neurologico, sia di logica pedagogica.

2.1 I due cervelli

Il nostro corpo presenta una marcata simmetria e anche il cervello sembra ubbidire a questa legge, dal momento che la sua parte anteriore è divisa in due parti approssimativamente simmetriche che sono chiamate emisferi cerebrali e sono preposte, tra l'altro, alle funzioni cognitive superiori.

In realtà questa simmetria è solo apparente e l'emisfero destro e sinistro presentano delle differenze funzionali molto marcate. Una differenza emisferica importantissima è la lateralizzazione del linguaggio, i cui centri cerebrali sono localizzati nei destrimani nell'emisfero sinistro. Una lesione alle aree del linguaggio porta a una perdita della capacità di parlare o di comprendere il linguaggio verbale. Queste aree specializzate sono molto plastiche nei bambini. Una recente ricerca ha appurato che allorché un bambino impara una nuova lingua, dopo quella materna, questa funzione si localizza nella stessa area cerebrale usata per la lingua madre. In età più avanzata invece, a partire dall'adolescenza, l'apprendimento di una nuova lingua coinvolge una diversa area cerebrale²². Un'altra differenza, anche questa notevole, sta nella capacità di organizzare nelle sue varie relazioni interne un quadro visivo, una mappa, un insieme di immagini che creiamo nella nostra mente, capacità insita nell'elaborazione dell'emisfero destro. Il ruolo primario dell'emisfero sinistro nell'elaborazione del linguaggio scritto e parlato e in

²² K.H.S. Kim, N.R. Relkin, K.M.Lee, J. Hirsch *Distinct cortical areas associated with native and second languages* Nature, pp. 388, 1997 .

L.Maffei, *Il mondo del cervello*, Laterza, 1998

altre funzioni ad esso correlate, ha fatto ritenere che questa parte del cervello, che controlla dal punto di vista motorio la parte destra del corpo, fosse più importante o "nobile" dell'altra e che quest'ultima le fosse in qualche modo asservita. In realtà le ricerche hanno messo in evidenza specializzazioni diverse tra gli emisferi, tutte con ruoli determinanti nella formazione dei processi cognitivi e del pensiero nel suo senso più generale. Sommarariamente si può dire che l'emisfero sinistro, quello del linguaggio, è più specializzato per i processi sequenziali, serie di eventi che si susseguono nel tempo, come possono essere quelli della concatenazione logica del pensiero, mentre l'emisfero destro è più specializzato nell'elaborazione visiva o per immagini degli eventi, nella loro organizzazione spaziale oltre che nella loro interpretazione emotiva.

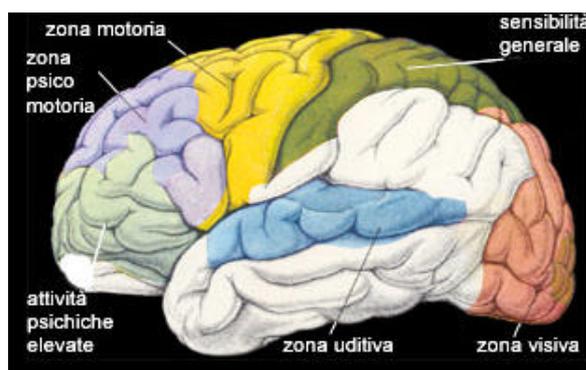
Un emisfero diventa dominante sull'altro nel momento in cui esplica una sua funzione che l'altro non è in grado di eseguire altrettanto bene. Mentre parliamo la dominanza va all'emisfero sinistro, per esempio, ma per fare un bel disegno, nel quale hanno importanza i rapporti spaziali tra gli oggetti, occorre la dominanza dell'emisfero destro. Questa dominanza però non è automatica, nel senso che, a volte, la consuetudine o la cultura portano a elaborazioni non consone al compito da portare a fondo, e che quindi producono mediocri risultati.

I due emisferi, pur separati, sono messi in comunicazione tra loro da un grosso fascio di fibre nervose, il corpo calloso, che permette al cervello di integrare le elaborazioni delle varie aree. Un esempio dell'effetto "dominanza" si trova nel risultato dell'elaborazione del brano seguente:

"non può imparare a dominare la geografia della regione uno che percorra un paese così lentamente da dimenticare una parte quando arriva all'altra"²³

L'analisi verbale del brano predomina nel primo caso, in cui la forma complessiva del testo (una serie di righe che formano una struttura rettangolare) non assume particolare rilevanza nella lettura, mentre nel secondo caso il risultato dell'elaborazione, data la significatività della forma, privilegia l'immagine di un frutto piuttosto che l'analisi verbale delle parole presenti.

²³ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, Einaudi, 1971



2.2 Il cervello del bambino

"Potenzialità cerebrali del bambino"

Il bambino dimostra con evidenza delle potenzialità cerebrali di apprendimento superiori a quelle dell'adulto. Pertanto le potenzialità cerebrali nella formazione dei bambini vanno preservate; perciò è necessario fare attenzione a equilibrare lo sviluppo armonico delle dinamiche di apprendimento che nelle relazioni tra i due emisferi cerebrali superiori (sinistro e destro) conducono ad una prevalente dominanza dell'emisfero sinistro del cervello.

È necessario considerare il fatto che con il nozionismo didattico si tende ad accentuare troppo rapidamente ed impropriamente nel bambino la asimmetria funzionale delle due funzioni complementari degli emisferi cerebrali. È noto che tale asimmetria pur essendo una caratteristica dominante del cervello umano può esercitare una limitazione delle capacità cerebrali più intuitive di comprensione e significazione. Pertanto la didattica deve essere sviluppata in modo armonico così che le due differenziate funzioni cerebrali possano agire in maniera condivisa facilitando le innate potenzialità creative dell'uomo e della donna.

Viceversa proprio per non porre in saturazione tale dominanza interemisferica e quindi per esercitare congiuntamente con modalità naturalmente creative entrambe le funzionalità dei due emisferi delle funzioni cerebrali superiori, diviene oggi necessario non rendere muto l'emisfero destro, ed quindi agire con ragionevolezza nella formazione del bambino al fine di integrare le potenzialità più intuitive ed immediate con quelle logico-ragionative. Per non inibire le funzionalità complementari dell'emisfero destro del cervello è premurosamente necessario evitare che la didattica sia importata in maniera prevalentemente ripetitiva delle nozioni acquisite, così da permettere l'esercizio di una libera interpretazione nei riguardi delle logiche chiuse e limitate che sono proprie del riduzionismo cognitivo.

2.3 Processi cerebrali di valutazione numerica

Per quanto riguarda la valutazione numerica è stata osservata una rottura nella scala numerica intorno al quattro. Esperimenti condotti da più ricercatori²⁴ hanno evidenziato come i processi di valutazione numerica di un certo numero di oggetti siano completamente diversi per numeri maggiori o minori di quattro. In questo ultimo caso infatti la valutazione viene effettuata con un processo di valutazione percettiva immediata, globale, di "stima", mentre per numeri più grandi è necessario un conteggio vero e proprio. Si spiegherebbe in questo modo il fatto che il segno dell'unità è ripetuto, nelle scritture antiche, fino al massimo di quattro volte (pensiamo per esempio alle cifre romane). Serie di segni più lunghe risulterebbero illeggibili in una visione immediata e costringerebbero a un conteggio sequenziale, rendendo lenta e difficile la lettura. Per i numeri più grandi, o viene introdotto un nuovo simbolo, oppure i segni unitari vengono organizzati in due o più gruppi, in modo che si

²⁴ G. Buffa *Tra numeri e dita*, Zanichelli, 1986
 S. Dehane *Il pallino della matematica*, Saggi Mondadori, 1997
 B. Butterworth *Intelligenza matematica*, Rizzoli, 1999

possano di nuovo stimare in un sol colpo d'occhio²⁵. Questa percezione unitaria dei raggruppamenti di figure, questo stimare "a colpo d'occhio" fa parte delle modalità percettive della visione, modalità ben studiate e descritte dalle leggi della Gestalt.

Il numero, la parola, il ritmo sono specializzazioni di zone della corteccia, nella parte sinistra, che non sanno organizzare spazialmente una immagine, mentre le valutazioni visive immediate degli oggetti, così come i processi intuitivi del pensiero che richiedono un'analisi globale, più che sequenziale, sono prerogativa di zone destre, che non sanno elaborare il linguaggio. Ad esempio nell'uomo adulto vi è una parte del lobo parietale sinistro che è responsabile dell'abilità di fare sottrazioni e addizioni²⁶. La lesione di questa parte del cervello provoca una sindrome clinica chiamata acalculia, l'incapacità appunto di eseguire calcoli.

L'integrazione delle funzioni cerebrali destre e sinistre, come già detto, avviene attraverso un grosso fascio di fibre nervose, il corpo calloso, che unisce i due emisferi e permette la loro collaborazione, dandoci l'impressione di uniformità e continuità nel pensiero. Questa uniformità è però solo un'impressione: il pensiero è formato da tanti moduli costruiti in aree cerebrali che hanno ognuna una specificità funzionale ben precisa e che successivamente si assemblano nelle cosiddette aree associative. Il risultato finale del pensiero dipende, come in una ricetta di cucina, non solo dal tipo di ingredienti presenti ma anche dalla loro quantità in rapporto al tutto. Così il pensare alla soluzione sintetica di un problema di geometria da parte di una mente in cui dominano i processi propri delle funzioni analitico-verbali, porta a scarsi risultati, perché questi non hanno la capacità di elaborare pensieri sullo spazio e sulle relazioni tra gli elementi di una configurazione, mentre in una mente in cui prevale il prodotto del pensiero visivo su quello sequenziale può risultare difficile esporre verbalmente lo svolgimento dello stesso problema, o dare giustificazioni analitiche a una intuizione immediata di soluzione.

L'elaborazione parallela degli stimoli provenienti dal mondo esterno o dall'ambiente interno a noi avviene in maniera spontanea e per una gran parte inconsapevole, ma possiamo cercare di separare un poco questi fili che si intrecciano in trame fitte nel tessuto del nostro pensiero, e di seguirli per quanto possibile nel percorso che ci interessa.

2.4 Numeri ordinali e numeri cardinali

Consideriamo un qualunque insieme formato da diversi oggetti. Esistono in matematica due concetti che evidenziano processi e modi diversi di elaborazione del pensiero di fronte a quello stesso stimolo: la cardinalità e l'ordinalità. La cardinalità esprime l'insieme nel suo essere percepito immediatamente, ne diventa una qualità, legata in qualche modo all'essenza di una quantità. L'ordinalità invece deriva da un processo sequenziale, ritmico, di conteggio tramite il quale si impone un ordine tra gli elementi dell'insieme considerato: "sesto" ha senso se prima di lui si può designare il quinto e dopo di lui il settimo. E, interessante notare che per stabilire se due insiemi hanno la stessa cardinalità non devono essere effettuati necessariamente processi di calcolo. Basta trovare il modo di "legare" ogni elemento di un insieme a uno e un solo elemento dell'altro. Se tutti gli elementi risultano coinvolti in questo legame, allora i due insiemi hanno la stessa cardinalità. La cardinalità dunque nasce da un'operazione di comparazione, non di conteggio. Nella mente di popoli privi di parole per i numeri, la cardinalità si esprime con gesti della mano ognuno dei quali è indipendente dall'altro ma che si fermano alla capacità massima di stima immediata, quattro o cinque elementi. Quando interviene il linguaggio, che assegna un

²⁵ G. Buffa *Tra numeri e dita*, Zanichelli, 1986

²⁶ S. Dehaene, *Il pallino della matematica*, Mondadori, 2000.

nome al numero e che lo tratta nella sua modalità seriale, ritmica, la dominanza passa a questo processo di pensiero e la cardinalità si perde. Nello studio sui Nambikwara, Lévi-Strauss osserva:

Nella conversazione sono utilizzate forme esclamative, per esempio nelle discussioni fra uomini al ritorno dalla caccia : "Uno solo io ho ucciso - due io - tre io - quattro io - cinque io...."

Questo popolo non riesce ancora a slegare il numero dal processo cerebrale che lo elabora e che lo nomina, elaborazione che si svolge sequenzialmente. Nell'espone il risultato della caccia si ripercorre dall'uno al cinque le tappe che si sono succedute. C'è una reale difficoltà a ricostruire una quantità in modi che non passino attraverso il susseguirsi ritmico del contare e a realizzare che è sufficiente un solo termine, il cinque, per esprimere la quantità effettiva. Ci sono modi per "acchiappare" la cardinalità di un insieme anche se non si sa contare. Tra i resti fossili di popoli dediti alla pastorizia sono stati trovati sacchetti pieni di sassolini. L'interpretazione sull'uso di questi oggetti è stata incerta fino a quando si è ipotizzato che fossero un valido strumento in uso tra pastori che non conoscevano i numeri per controllare che la sera entrassero nell'ovile tante pecore quante ne erano uscite la mattina: bastava mettere nel sacchetto un sassolino per ogni pecora che usciva e toglierlo la sera per ogni pecora che entrava. Se il sacchetto restava vuoto non si erano perse pecore. Ogni sassolino era associato a una pecora e il sacchetto di sassolini era l'analogo del gregge di pecore. Il rapporto tra i sassolini dentro il sacco e quelli fuori era lo stesso tra le pecore fuori dall'ovile e quelle rientrate.

2.5 Le funzioni neurofisiologiche dell'organizzazione strutturo-ritmica

Per favorire l'apprendimento strutturo-ritmico del bambino dovremmo:

1. invitare il bambino ad una analisi precisa della struttura o del ritmo impegnando così le aree primarie sensomotorie, visive ed uditive;
2. focalizzare l'attenzione del bambino sulle relazioni e connessioni spazio-temporali fra gli elementi strutturo-ritmici, impegnando le aree secondarie sensomotorie, visive ed uditive;
3. stimolare costanti ricodificazioni e simbolizzazioni in modo da favorire una dialettica trasposizione fra i comparti sensomotori, visivi ed uditivi, fondando le basi per le interiorizzazioni frontali impegnando le aree terziarie.

Da queste premesse si evidenzia che qualsiasi apprendimento strutturo-ritmico si verifica sul piano sensomotorio, visivo ed uditivo.

Bisogna inoltre specificare che la percezione strutturo-ritmica di una sequenza motoria, visiva od uditiva dipende anche dallo stato tonico del soggetto.

Quindi è importante una certa detenzione tonica del soggetto che deve svolgere un compito, le componenti necessarie per sentirsi relativamente rilassati dinnanzi ad un problema sono:

- a) il sentirsi in grado di risolvere un problema (aspetto razionale);
- b) la situazione problematica deve coinvolgere positivamente sul piano emotivo e motivazionale (aspetto empatico-inconscio).

2.6 Ricaduta sulla didattica

Da questa situazione fluida e articolata hanno origine, a volte in modo forse approssimativo o prematuro ma inarrestabile, le applicazioni pratiche delle nuove concezioni nei vari campi della vita sociale, tra cui la scuola, il suo assetto, le scelte dei contenuti dei vari piani di studi e la didattica. Credo che l'ambito altamente specialistico e la velocità con cui le ricerche si sono sviluppate non abbiano permesso che nella media dei docenti avvenissero quei cambi di paradigma necessari in questi casi: inserire nuovi concetti e nuove definizioni in vecchi schemi e vecchie idee è un'operazione che porta solo a dover accettare acriticamente "ricette"

didattiche o progetti scolastici. Oppure a non saper bene argomentare o discutere gli aspetti delle proposte che non convincono, a doversi confrontare con termini di cui non si conoscono fino in fondo le implicazioni e la rete di relazioni con l'argomento in gioco: i processi mentali coinvolti nell'acquisizione della conoscenza.

Ma accanto a questo aspetto ne esiste un altro che invita gli insegnanti di matematica ad accostarsi a questi temi: il fatto che l'attitudine al pensiero critico e scientifico non è naturalmente insito nel pensiero naturale, come lo è ad esempio il linguaggio, ma richiede una preparazione attenta e non facile. La matematica impone una disciplina al pensiero, costringendolo entro tecniche formali a cui adeguarsi, forzandolo ad andare contro un'elaborazione "naturale" non scientifica. Il ragionamento umano, ad esempio, non procede per tavole logiche o regole formali, ma richiede che i significati vengano compresi e le loro rappresentazioni mentali manipolate. In queste interazioni la logica e l'emotività prendono strade promiscue e i sillogismi che ne conseguono non sono sempre ben formati. Allora conoscere i meccanismi mentali coinvolti nell'apprendimento può essere utile all'insegnante per impostare didattiche più flessibili, che usino tali conoscenze per capire le difficoltà "mentali" (non solo emotive) degli studenti e che siano in grado di affinare tecniche adatte al recupero dei più deboli senza dover rinunciare ai forti aspetti formativi della disciplina.

Capitolo terzo

LA SPERIMENTAZIONE

Premessa

Nel presente capitolo, dopo aver presentato l'ipotesi della mia ricerca, mi soffermo a descrivere la fase sperimentale.

Una particolare attenzione viene dedicata alla descrizione della situazione sperimentale (campione, metodologia) e alla sperimentazione, in particolare in questo capitolo approfondisco l'analisi a priori.

3.1 Ipotesi sperimentale

La parte iniziale della mia tesi ha messo in evidenza che esistono delle *correlazioni tra lingua naturale, ritmo e matematica*.

Come afferma lo studioso Cazzago l'educazione al ritmo costituisce uno dei cardini educativi fondamentale per l'organizzazione dei movimenti, della percezione uditiva e visiva, dello scorrere ordinato dei pensieri.

“Non esiste alcuna azione, concreta o pensata, che prescindano da una organizzazione strutturale di entità successive”.

Il mondo della matematica è fatto di astrazioni collegato ai simboli, questo mondo che sembra lontano da quello dei bambini in età prescolastica, può invece, attraverso le esperienze delle cose, i sensi e il movimento può essere affrontato nei suoi schemi e nelle sue relazioni fondamentali sin dai primi anni

H1: Se si fanno esperienze strutturali ritmiche nella scuola dell'infanzia, allora queste, in opportune condizioni sperimentali, conducono il bambino allo sviluppo del linguaggio matematico e delle strutture logiche.

Con la mia attività o cercato di capire quali sono le implicazioni di un'educazione struttural-ritmica che influenzano l'apprendimento della matematica nell'alunno della scuola dell'infanzia, e che favoriscono la **reversibilità del pensiero** (riuscire a tenere presente sul piano cosciente più entità per volta) **la flessibilità** (l'adattamento alle situazioni nuove), **l'originalità** (soluzioni problematiche divergenti ed efficaci).

3.2 Campione di ricerca

La sperimentazione è stata rivolta a tre classi dell'ultima sezione della scuola dell'infanzia.

L'età dei bambini è compresa tra i quattro e sei anni provenienti da livelli socio-culturali diversi. Le esperienze didattiche oggetto della sperimentazione sono state compiute nelle scuole di Alcamo.

La ricerca è stata rivolta ad un totale di 63 bambini.

2.3 La metodologia

Il fine della mia ricerca è quello di verificare quali sono le implicazioni dell'educazione struttural-ritmica nell'apprendimento della matematica.

Per questo motivo ho pensato di realizzare delle esperienze didattiche proprio con questo scopo.

Approfittando delle ore di tirocinio prima di somministrare la sperimentazione ho cercato di andare nelle classi come osservatrice e instaurare con gli alunni un rapporto di conoscenza e

collaborazione. In modo che i bambini percepiscano il meno possibile l'influenza del ricercatore e si pongano in maniera spontanea, tutto questo è stato possibile anche grazie all'aiuto delle insegnanti di classe.

In classe sono andata nelle prime ore scolastiche in questo modo gli alunni erano meno stanchi e maggiormente disposti ad ascoltare le proposte.

Esercizi ritmici

A) Mettere un certo numero di palline ugualmente distanti fra di loro, chiedere al bambino di battere un colpo davanti ad ogni pallina.

B) Ripetere l'esercizio, per ogni bambino, cambiando il numero di palline e chiedere la differenza in base alla quantità, -pochi/tanti-

C) Togliere alcune palline e chiedere di battere un colpo davanti ad ogni pallina e far finta di batterlo dove la pallina è stata tolta.

D) Battere un certo numero di colpi. Chiedere al bambino di fare altrettanto, successivamente di scrivere graficamente ciò che ha fatto (fare tre cerchietti, oppure deporre tre sassolini). Progressivamente aumentare il numero dei colpi esercitando in tal modo anche la memoria uditiva.

Obiettivi degli item proposti:

A-B) avvicinare l'alunno al concetto di quantità con attività ritmiche

C) avvicinare il bambino alla rappresentazione mentale di contrasto come alternanza ritmica di opposti -suono e pausa-, per far conoscere al bambino il concetto di numero, in cui un battito corrisponde a un numero e la pausa ad un "non numero" lo 0.

D) fare esperienza di corrispondenza biunivoca utile per fissare l'idea di numero.

2.4 Analisi a-priori

La strutturazione dell'analisi a-priori dell'apparato sperimentale ha preso in considerazione:

- le rappresentazioni epistemologiche;
- le rappresentazioni storico-epistemologiche;
- i comportamenti ipotizzati degli allievi.

L'analisi a-priori però non presenta delle variabili specifiche che evidenziano il passaggio dal linguaggio aritmetico al linguaggio algebrico, piuttosto quelle che rappresentano il pensiero sistemico.

Nella risoluzione del problema con il foglio elettronico, le strategie (variabili) che il campione ha presentato sono le seguenti:

AM1 "batto un colpo ogni passo compiuto"

AM2 "Quando mi trovo accanto ad una pallina suono il tamburo"

AM3 "mentre cammino e vedo una pallina batto sul tamburo"

AM4 "mentre cammino tra le palline suono il tamburo"

BM1 “ho visto che le palline erano più poche”
BM2 “ho visto che ho suonato di meno sul tamburo”
BM3 “ho camminato di più”
BM4 “ho fatto sempre lo stesso gioco, non è cambiato niente”

CM1 “dovevo stare più attento non potevo battere sempre il tamburo”
CM2 “non potevo suonare il tamburo ad ogni passo”
CM3 “dovevo correre non era sufficiente camminare”
CM4 “avvolte correvo, avvolte camminavo e poi suonavo il tamburo”
CM5 “ho sempre fatto lo stesso gioco non è cambiato niente”

DM1 “Per ogni colpo che davo al tamburo mangiavo un cioccolato”
DM2 “più suonavo più mangiavo”
DM3 “ho fatto quello che faceva la maestra”
DM4 “ho contato i suoni”
DM5 “ho suonato per poi avere le caramelle”

Capitolo quinto

DATI SPERIMENTALI

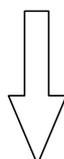
5.1 Descrizione dei dati sperimentali

L'analisi implicativa è uno strumento potente e duttile che, con un lavoro di impostazione dei dati consente una chiara visualizzazione dei rapporti di implicazione e di similarità tra le variabili analizzate.

Il metodo implicativo per l'analisi dei dati e lettura dei grafici, che ho usato, è stato realizzato con il software di statistica CHIC (R. Gras 1997).

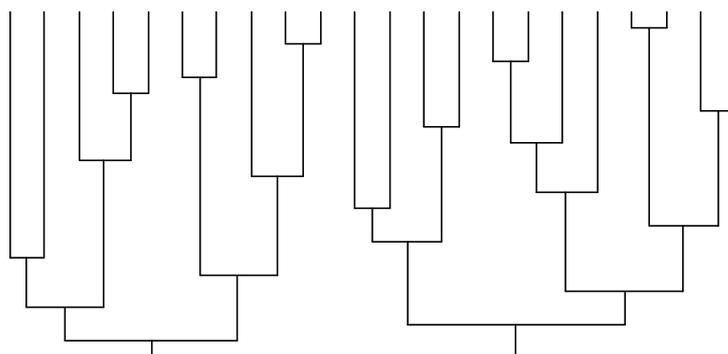
L'analisi implicativa, più specificamente, è uno strumento fondamentale all'interno della ricerca in didattica della matematica, è stata recentemente utilizzata, sempre allo scopo di ottenere analisi di tipo implicativo, per lavori di statistica inferenziale, relativi a questionari somministrati a studenti e ad insegnanti in sistemi di monitoraggio ed in contesti differenti.

I grafici elaborati con lo CHIC



5.1.1 Il grafico della similarità

A	B	A	C	D	A	C	A	B	D	A	B	B	D	B	D	D	C	C	C	C	D
M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
3	2	3	2	3	4	3	5	1	1	4	4	2	1	5	4	1	2				



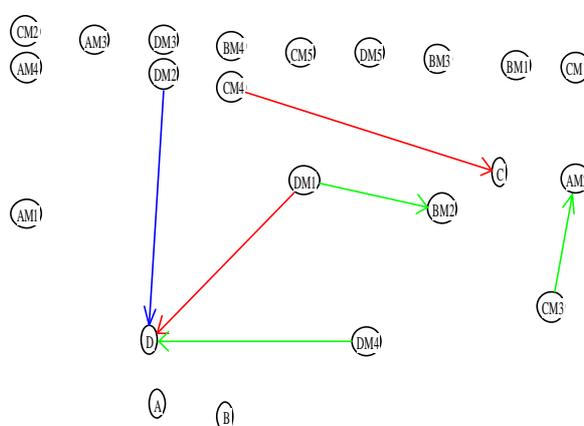
Arbre de similarité : C:\Documents and Settings\CLIENTE\Desktop\music1.csv

Dal grafico della similarità si evidenzia che:

- L'item **A** (chiedere al bambino di battere un colpo davanti ad ogni pallina) è simile all'item **B** in quanto l'esercizio è dello stesso genere e uguale è l'obiettivo cioè avvicinare l'alunno al concetto di quantità con attività ritmiche.

- Per quanto riguarda l'item **C** (battere un colpo davanti ad ogni pallina e far finta di batterlo dove la pallina è stata tolta) trova similarità con la variabile **CM4** (avvolte correvo, avvolte camminavo e poi suonavo il tamburo).
- Anche l'item **D** (battere un certo numero di colpi e chiedere al bambino di fare altrettanto e successivamente scrivere graficamente ciò che hanno fatto –prendere una, due, tre... caramelle-) trova similarità con la variabile **DM1** (per ogni colpo che davo al tamburo mangiavo un cioccolatino).
- La variabile **AM2** (quando mi trovo davanti ad una pallina suono il tamburo) trova similarità con la variabile **CM3** (dovevo correre non era sufficiente camminare).

5.1.2 Il grafico implicativo



Grphe implicatif : C:\Documents and Settings\CLIENTE\Desktop\music1.csv

99 95 90 85

Dal grafico delle implicazioni si evidenzia che:

1. L'item **D** (Battere un certo numero di colpi. Chiedere al bambino di fare altrettanto, successivamente di scrivere graficamente ciò che ha fatto -fare tre cerchietti, oppure prendere una, due, tre... caramelle -. Progressivamente aumentare il numero dei colpi esercitando in tal modo anche la memoria uditiva) implica la variabile **DM2** (più suonavo più mangiavo), **DM1** (Per ogni colpo che davo al tamburo mangiavo un cioccolato) e **DM4** (ho contato i suoni).
2. La variabile **DM1** (Per ogni colpo che davo al tamburo mangiavo un cioccolato) implica la variabile **BM2** (ho visto che ho suonato di meno sul tamburo).
3. L'item **C** (togliere alcune palline e chiedere di battere un colpo davanti ad ogni pallina e far finta di batterlo dove la pallina è stata tolta) implica la variabile **CM4** (avvolte correvo, avvolte camminavo e poi suonavo il tamburo).
4. La variabile **CM3** (dovevo correre non era sufficiente camminare) implica la variabile **AM2** (quando mi trovo davanti ad una pallina suono il tamburo).

Capitolo quinto

Conclusioni

5.1 Considerazioni conclusive

Dall'analisi dei dati sperimentali si evidenzia che quasi tutti gli alunni, il 90% circa, sono riusciti a rispondere correttamente al primo item **A** e al secondo **B** che voleva avvicinare il bambino al concetto di quantità con attività ritmiche.

I percorsi ritmi che si possono ricreare in una sezione di scuola materna sono svariati e sono fondamentali per avvicinare il bambino al concetto numerico, il senso ritmico è alla base delle attività motorie individuali e comunitarie che consentono al bambino di fare attività con i suoni che abbiano un preciso obiettivo formativo.

Alcuni bambini da piccoli, imparano a contare senza conoscere il significato dei numeri, un bambino che non capisce che i numeri corrispondono a cose reali, avrà delle difficoltà ad imparare l'aritmetica, come educatori bisogna tenere presente che ogni volta che si conta, bisogna farlo in termini concreti (palleggi, saltelli...), in questo modo si aiuterà il bambino a capire che i numeri rappresentano determinate quantità, si può iniziare chiedendo tanti/pochi che è proprio quello che ho fatto io durante l'attività svolta con i bambini, in questo modo si aiuterà l'alunno a capire che i numeri rappresentano determinate quantità e che quando conterà, saprà di che cosa sta parlando e che non è una operazione mnemonica.

Il terzo item, **C**, è stato svolto correttamente, utilizzando strategie diverse, dal 46% circa dei bambini, alcuni non capivano il "far finta" di suonare continuavano il percorso battendo il colpo solo davanti la pallina e passando avanti dinanzi il segnale che indicava che c'era una pallina.

Lo scopo dell'esercizio era quello di avvicinare il bambino alla rappresentazione mentale di contrasto come alternanza ritmica di opposti -suono e pausa-, per far conoscere al bambino il concetto di numero, in cui, un battito corrisponde a un numero e la pausa ad un "non numero" lo 0.

I contrasti sono una alterazione ritmica di opposti dei quali il bambino prende coscienza e che l'educatore può utilizzare come suggerimenti metodologici adattabili a qualunque situazione didattica. Il proprio corpo, i piccoli attrezzi, palloni, cerchi, cordicelle, bastoni, panchette etc..., sono di grande aiuto nello svolgimento di molti giochi e servono anche di base per un lavoro interdisciplinare e per gli apprendimenti strumentali (leggere, scrivere e far di conto).

Per quanto riguarda l'ultimo item, **D**, hanno svolto correttamente la consegna il 78% circa dei bambini, lo scopo dell'esercizio era quello di fare esperienza di corrispondenza biunivoca, utile per fissare il concetto di numero.

Durante la somministrazione di questo item mi sono accorta che i bambini avevano difficoltà a trascrivere graficamente i colpi che battevano, quando ho chiesto di prendere da una ciotola il numero di caramelle/cioccolattini corrispondenti al numero di battute fatte al tamburo, si sono dimostrati più stimolati più veloci e sicuri a svolgere l'esercizio.

Questo dimostra come l'interiorizzazione di relazioni strutturali fra elementi concreti aiuta i bambini alla conquista dei simboli numerici.

Da questo item ho potuto constatare che la relazione strutturale uno a me...uno a te...(corrispondenza biunivoca) per molti alunni, si è potuta istaurare sul piano concreto.

Scopo della mia tesi è quello di capire quali sono le correlazioni tra il ritmo e la matematica; e capire come avviene l'apprendimento della matematica nella scuola dell'infanzia e come un'educazione strutturo-ritmica può favorire nell'alunno lo sviluppo delle sue capacità, cioè le sue potenzialità a fare, a pensare e agire.

Con il mio lavoro di ricerca ho voluto sperimentare l'apprendimento dei numeri naturali nella prospettiva dell'educazione strutturo – ritmica.

Mediante la sperimentazione in classe, come già è stato evidenziato, ho avuto la possibilità di rilevare che l'apprendimento dell'educazione strutturo - ritmica è uno strumento educativo di notevole interesse per orientare la strutturazione del suo pensiero e favorisce nel bambino l'apprendimento dei prerequisiti che sono alla base del concetto numerico.

In ogni proposta strutturo – ritmica ci sono inferenze di corrispondenza biunivoca, classificazione, ordinalità e cardinalità; in tutto questo comunque c'è un vantaggio educativo e cioè che il bambino vive e sente concretamente ciò che fa, avendo maggiori possibilità di interiorizzazione.

Le strutture e i ritmi costituiscono uno dei cardini educativi fondamentali per l'organizzazione del movimento, della percezione uditiva e visiva, dello scorrere ordinato dei pensieri.

Il bambino, durante la scuola materna riesce a percepire, comprendere e memorizzare strutture e ritmi che abbiano un diretto legame con il vissuto psicomotorio.

Il mondo della matematica è fatto di astrazioni collegate a simboli che servono per scoprire, distinguere e registrare strutture, modelli e relazioni valide universalmente. Questo mondo che sembra lontano da quello del bambino in età prescolastica, può invece, attraverso le esperienze delle cose, i sensi e il movimento, essere affrontato nei suoi schemi e nelle sue relazioni fondamentali fin dai primi anni.

Pertanto la geometria, l'aritmetica e la logica sono accessibili già fin dalla scuola materna; proposte mediante giochi, concretizzazioni, linguaggi, colori, forme, suoni, movimenti, permettono apprendimenti matematici, linguistici, psicomotori, ritmico-musicali.

Durante la scuola dell'infanzia bisogna accompagnare i bambini alla *scoperta* dei numeri in maniera giocosa e divertente, ma anche tecnico e scientifico, perchè si possa sviluppare una mente matematica ma soprattutto "affezionarsi" al pensiero logico-matematico.

Le attività devono rispondere in modo particolare agli interessi e alla curiosità manifestata dai bambini nei confronti dei simboli numerici che quotidianamente incontrano a casa, per strada e a scuola. Il percorso progettuale dell'insegnante deve essere rispettoso della strategia del gioco e delle esperienze pratiche, vuole anche essere di supporto all'acquisizione delle abilità, delle competenze e dei prerequisiti utili per un positivo ingresso alla Scuola Primaria.

In tutto questo, è anche necessario conoscere i meccanismi mentali coinvolti nell'apprendimento che può essere utile all'insegnante per impostare didattiche più flessibili, che usino tali conoscenze per capire le difficoltà "mentali" (non solo emotive) degli studenti e che siano in grado di affinare tecniche adatte al recupero dei più deboli senza dover rinunciare ai forti aspetti formativi della disciplina.

Ma accanto a questo aspetto ne esiste un altro che invita gli insegnanti di matematica ad accostarsi a questi temi: il fatto che l'attitudine al pensiero critico e scientifico non è naturalmente insito nel pensiero naturale, come lo è ad esempio il linguaggio, ma richiede una preparazione attenta e non facile. La matematica impone una disciplina al pensiero, costringendolo entro tecniche formali a cui adeguarsi, forzandolo ad andare contro un'elaborazione "naturale" non scientifica. Il ragionamento umano, ad esempio, non procede per tavole logiche o regole formali, ma richiede che i significati vengano compresi e le loro rappresentazioni mentali manipolate. In queste interazioni la logica e l'emotività prendono strade promiscue e i sillogismi che ne conseguono non sono sempre ben formati.

Per questo la didattica deve essere sviluppata in modo armonico, così che si possano rispettare le potenzialità di ciascuno.

PROBLEMI APERTI

- L'educazione strutturo-ritmica favorisce l'apprendimento delle strutture logico-matematiche nella scuola dell'infanzia e nel primo ciclo della scuola elementare, ma come vivono le insegnanti una prospettiva di insegnamento secondo questo contributo?
- Come si adopera la scuola dell'infanzia per creare un ambiente adatto all'apprendimento mediante giochi, concretizzazioni, linguaggi, colori, forme, suoni, movimenti, permettono apprendimenti matematici, linguistici, psicomotori, ritmico-musicali?
- L'individualizzazione delle proposte didattiche in base alle capacità del bambino, quali sono i vantaggi/svantaggi, le reali possibilità degli insegnanti, fino a che punto è possibile nella scuola di oggi?
- Quali metodologie, mezzi, strumenti sono realmente adatti per avvicinare il bambino al "mondo" della matematica nella scuola dell'infanzia, in maniera giocosa e divertente, ma anche tecnico e scientifico perché si possa sviluppare una "mente" matematica?

BIBLIOGRAFIA

- **Babbitt M.** (1960), "Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants", *The Musical Quarterly* 46, No.2.
- **Babbitt M.** (1961), "Set Structure as a Compositional Determinants", *Journal of Music Theory* 5, No.1.
- **Bach J. S.**(1952), *Musikalisches Opfer Londra*, Ed. Bosey & Hawkes.
- **Barthes**, *Elementi di semiologia*, Ed. Einaudi
- **Basso A.** (1985), *L'età di Bach e di Haendel*, Storia Della Musica a cura della Società Italiana di Musicologia Torino, E.D.T.
- **Buffa G.**, *Tra numeri e dita*, Zanichelli, 1986.
- **Butterworth B.** *Intelligenza matematica*, Rizzoli, 1999.
- **Calabrese L.** (1974), *L'apprendimento motorio fra i 5 e i 10 anni*, Roma, Amando Armando.
- **Carner M.** (1983), *Alban Berg: The Man and Work*, Holmes and Meier Pub.
- **Cazzago P.** (1984), *Psicomotricità e spazio – tempo, strutture e ritmi*, Brescia, Editrice la Scuola.
- **Chailley J.**(1982), *Nombres et symboles dans le langage de la musique*, Firmin-Didot, Paris.
- **Chiellini A. Santoboni L.** *Aritmetica Relazionale secondo la teoria degli insiemi*, Petrini, torino, 1973.
- **Colombo E.** *Le storie numerose*, Secchione Editore, Collana ragazzi, Varese, 2001.
- Coxeter, Harold Scott Macdonald** (1961), *Introduction to geometry*, London, John Wiley.
- **D'Amico A.**(2002), *Lettura scrittura calcolo, processi cognitivi e disturbi dell'apprendimento*, Modica, Edizioni Carlo amore.
- **D'amore B.** *Approcci matematici nella scuola dell'infanzia*, La Nuova Italia, Milano, 1980.
- **D'amore B.** *Numeri*, Angeli, Milano, 1993.
- **Dehane S.** *Il pallino della matematica*, Saggi Mondadori, 1997.
- **Emmer M.** (1998), *Matematica e Cultura*, Milano, Adelphi, 1994 Atti del Convegno di Venezia, 1997, Milano, Springer.
- **Escher M. C.** *Passi verso l'infinito*, Garzanti, 1978.

- **F. Agli, D'amore B.** *L'educazione matematica nella scuola dell'infanzia*, Juevenilia, Milano, 1995.
- **Forte A.**(1983), *The structure of Atonal Music*, Yale University Press.
- **Franchi G.** (1990), *La matematica nella scuola elementare*, Brescia, La Scuola.
- **Furinghetti F.** (1990), *Matematica oggi, dalle idee alla scuola*, Mondadori, Genova.
- **Furtwängler W.**, *Dialoghi sulla Musica*, Ed. Curci, Milano
- **Furtwängler W.**, *Scritti sulla Musica*, E. Ansermet, Ed. Curci, Milano
- **Garzantina della Musica (1999), Ed. Garzanti, Genova,**
- **Giamblico** (1991), *Vita di Pitagora* (Bur classici greci e latini), Rizzoli.
- **Giordani M.E., Cremona G.** *E che numeri!*, Gruppo Editoriale Raffaello, Monte San Vito, 2004.
- **Gori M.** *Il corpo logico – matematico*, Società Stampa Sportiva, Roma, 1894.
- **Grattan-Guinness** (1996), *Mozart 18, Beethoven 32: Hidden Shadows of Integers in Classical Music*, History of Mathematics: States of the Art, Academic Press.
- **Hofstadter Douglas R.** (1994), *Godel, Escher, Bach: un' Eterna Ghirlanda Brillante*, Milano, Adelphi.
- **Iannis Xenakis** (1985), *Musica – Architettura*, Milano, Spirali Edizioni.
- **Karolyi Otto** (1969), *La grammatica della musica*, Torino, Einaudi.
- **Kim K.H.S., Relkin N.R., Lee K.M., Hirsch J.** *Distinct cortical areas associated with native and second languages Nature*, 1997 .
- LA NUOVA ENCICLOPEDIA DELLA MUSICA GARZANTI, Milano, Garzanti Editore, 1993
- **Lostia M.**, *Musica e Psicologia*, Ed. Franco Angeli
- **Maffei L.**, *Il mondo del cervello*, Laterza, 1998.
- **Messiaen O.** (1944), *Technique de mon langage musical*, Alphonse Leduc, Paris.
- **Messiaen O.**, *Traité de rythme, de couleur et d'ornithologie*, 7 tomi, Alphonse Leduc, Paris.
- **Mogon S.** (1985), *Obiettivo scuola idee ed itinerari didattici, classe prima. Parte Prima*, Bergamo, Istituto italiano Edizioni Atlas.
- **Mogon S.**(1985), *Obiettivo scuola idee ed itinerari didattici, classe prima. Parte Seconda*, Bergamo, Istituto italiano Edizioni Atlas.
- **Nattiez**, *Il Discorso Musicale*, Ed. Einaudi
- **Nattiez**, *Musicologia Generale e Semiologica*, Ed. EDT
- **Odifreddi P.**, La Stampa, giovedì 7 maggio 1998, La matematica dell'armonia.
- **Petter G.** (2002), *La mente efficiente, le condizioni che ostacolano o favoriscono l'attività del pensiero*, Prato, Giunti.
- **Rameau J. Ph.**(1967), *Complete Theoretical writings*, ed R. Jacobi, facsimile delle edizioni originali, the American Institute of Musicology.
- **Romano A.**, *Musica e Psiche*, Ed. Bollati-Boringhieri
- **Rossi Dell'Acqua A.** *La teoria degli insiemi*, Zanichelli Editore, Bologna, 1968.
- **Rossi L.** (1977), *Teoria Musicale*, Bergamo, Edizioni Carrara.
- **Samuel C.** (1990), *Permanences d'Olivier O Messiaen (Dialogues et commentaires)*, Actes Sud.
- **Spagnolo F.** (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, Firenze, La Nuova Italia .
- UTET – Dizionario Enciclopedico (voce: Linguaggio)
- **Van Houten K. and Kasbergen M.** (1985), *Bach en het getal. Een onderzoek naar de getallensymboliek en de Esoterische Achtergronden hiervan in het werk van Johann Sebastian Bach*. Zutphen.
- **Wittgenste L.**, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, Einaudi, 1971.

SITOGRAFIA

- **Musical Generator** - Software shareware di sintesi sonora da frattali
- <http://www.musoft-builders/links/amg.shtml>
- **Fractint Software** - Software freeware di generazione di frattali
- <http://spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html>
- **Music by Numbers** - software di generazione musicale auto-similare
- <http://www.forwiss.uni-erlangen.de/~kinderma/musinum/musinum.html>
- **Fractal Music Lab** Laboratorio di Musica Frattale
- <http://members.aol.com/strohbeen/fml.html>
- **The Well Tempered Fractal** software di composizione musicale frattale
- <http://www-ks.rus.uni-stuttgart.de/people/schulz/fmusic/wtf>
- **The Fractal Microscope** Microscopio Frattale
- <http://storm.shodor.org/mandy>
- **Test Fractal Generator**
- <http://www.pangloss.com/seidel/Frac/>
- **Colloquium di Matematica**
- <http://riemann.unica.it/attivita/colloquium/>
- <http://riemann.unica.it/attivita/colloquium/cadeddu/musicamatematica/>
- <http://riemann.unica.it/attivita/colloquium/cadeddu/musicamatematica/index1.html>
- www.intelligenzartificiale.com/_archivio/la%20vita%20artificiale.htm
- <http://lgxserver.uniba.it/lei/filmusica/fmintro.htm> –
- <http://mathsun1.univ.trieste.it/divulgazione/resocontoMetamorfosi.html>
- www.risma.unina.it/conc2.htm –
- www.risma.unina.it/mia4.html -
- <http://matematica.uni-bocconi.it/odifreddi/glass.htm> –
- www.einaudi.it/einaudi/ita/news/can4/87-170.jsp
- <http://www.ce.unipr.it/people/braffi/fondinfo/Excel/intro.html>
- <http://dipmat.math.unipa.it/>
- www.archinfo.it
- www.muspe.unibo.it
- www.antonelladimartino.it
- www.extramuseum.it
- www.mat.uniroma3.it
- Ettore Carta: www.riemann.unica.it