Università degli Studi di Palermo

Facoltà di Scienze della Formazione

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria

Il concetto di volume in classi multiculturali

Tesi di laurea di: Russotto Linda

Relatori:

Prof. ssa Alessandra La Marca

Prof. Filippo Spagnolo

Anno Accademico 2003/2004

Introduzione

Inizialmente pensavo di redigere una tesi sperimentale dal possibile titolo "Matematica e handicap". Durante l'anno accademico 2002/2003 ho dunque seguito un bambino di prima elementare con ipoacusia bilatelare. Mi recavo settimanalmente da lui a scuola per imparare a conoscerlo e nel contempo integrarmi all'interno del contesto classe. Ma solo dopo aver concluso la mia sperimentazione con la costruzione di due cilindri e la relativa conservazione del volume, mi sono resa conto che i risultati non erano significativi.

Tuttavia una cosa mi aveva colpito e riguardava l'esperienza sul volume. I processi dinamici per l'acquisizione di questo concetto risultano chiari per tutti i ragazzi? Le differenze culturali possono indurre differenti approcci all'acquisizione del concetto di volume? Ho quindi messo a punto un questionario inerente il concetto di volume da somministrare nelle classi uscenti della scuola elementare e media.

L'ipotesi di ricerca che ho seguito durante la sperimentazione è la seguente:

H1. Gli studenti in situazioni di multiculturalità hanno differenti schemi di ragionamento correlate alla loro cultura di provenienza.

Questioni legati all'ipotesi H1:

a) Quanto incide la scolarizzazione?
b) Quanto incide una programmazione che tenga conto delle multiculturalità?
c) Quanto incide l'esperienza degli insegnanti?

Prima di eseguire la mia sperimentazione sul concetto di volume ho preferito documentarmi su quanto era stato sperimentato fino a quel momento sull' argomento di volume indirizzandomi da un lato verso l'epistemologia genetica e dall'altro verso l'epistemologia sperimentale.

Gli obiettivi dell'epistemologia genetica e quindi dei lavori di Piaget riguardano essenzialmente lo studio degli stadi di sviluppo del bambino secondo il rapporto genetico-ontogenetico, mentre l'epistemologia sperimentale (o ricerca in didattica) analizza i processi di comunicazione disciplinari con intenzioni didattiche. E per far questo si utilizzano i risultati, i processi e i metodi di tutte le altre scienze compresa l'epistemologia genetica.

Ho suddiviso il seguente lavoro in cinque capitoli.

Nel primo capitolo viene trattata l'etnomatematica, una disciplina che s'è inserita nel panorama della ricerca da pochi decenni e che copre un vuoto a metà strada tra la matematica e l'Antropologia culturale. Il passaggio dall'etnomatematica alla matematica può essere visto come il passaggio dalla lingua orale a quella scritta, dove la lingua scritta riposa sulla conoscenza dell'espressione orale che il bambino già possiede, e nello stesso tempo l'introduzione della lingua scritta non deve sopprimere quella orale. Capire e rispettare la pratica dell'etnomatemtica apre un grande potenziale per lo spirito di osservazione, per il riconoscimento di parametri specifici e per una sensazione di equilibrio globale della natura. La storia della matematica è influenzata dai pregiudizi di storici delle scienze che per secoli hanno negato l'esistenza di sviluppi indipendenti della matematica nei paesi extraeuropei. Gheverghese decostruisce questi pregiudizi, dimostrando che in Cina, India e America meridionale si sono sviluppati nel passato sofisticati sistemi matematici. Nel corso di quest'ampia panoramica sulla storia delle matematiche non europee, George Gheverghese Joseph, oltre a illustrarci le motivazioni che hanno indotto molte civiltà ad approfondire la riflessione sui numeri, espone con grande evidenza un assunto fondamentale: *il sapere matematico è patrimonio comune di tutta l'umanità, e il suo progresso non può essere rivendicato in esclusiva da nessuna tradizione culturale.*

Nel secondo capitolo viene trattata la misura. Attività di misurazione e strumenti di misura sono estremamente importanti nella nostra vita quotidiana, nelle scienze sperimentali, nelle scienze umane, nella medicina e naturalmente anche nella matematica. Ogni popolo e, spesso, ogni regione o città, ha cercato di creare sistemi coerenti di misura per le varie grandezze e questa grande varietà rendeva arduo il passaggio da un sistema ad un altro. Esigenze commerciali e necessità scientifiche hanno portato ad una prima parziale unificazione dei sistemi di misura con la creazione, verso la fine del secolo XVIII, del Sistema Metrico Decimale. I programmi scolastici affermano che il misurare è da considerarsi come uno strumento conoscitivo che aumenta le possibilità di comprendere i fatti e i fenomeni, come, viceversa, dallo studio dei fatti e dei fenomeni, si può comprendere che la misura non è limitabile ai ristretti campi delle lunghezze, dei pesi o delle aree. L'individuazione di fenomeni didattici specifici dell'insegnamento della misura è necessaria, e non solo funzionale a realizzare un esame della situazione, come strumento per comprendere il funzionamento dei saperi corrispondenti alla misura, sia nelle istituzioni scolastiche, sia nell'ambito sociale.

Nel terzo capitolo viene presentato il concetto di volume. Esso corrisponde alla struttura fisica degli oggetti, poiché ogni oggetto macroscopico comporta necessariamente un volume determinato secondo tre dimensioni. Prima di comprendere la possibilità di calcolare le superfici e i volumi attraverso una moltiplicazione matematica o un'evoluzione di potenza delle linee perimetrali o delle superfici delimitanti, il bambino concepisce per molto tempo la superficie e il volume come ciò che è compreso topologicamente da queste delimitazioni, indipendentemente da qualsiasi calcolo. Per comprendere la conservazione e misurazione del volume Piaget suggerisce una serie di tecniche che ogni insegnante può utilizzare per la presentazione di tali concetti ai propri bambini.

Il quarto capitolo risulta il più corposo poiché è quello che comprende: la prima idea di tesi "Matematica ed handicap", la situazione a-didattica presentata al bambino portatore di handicap[1] e al resto della classe[2], il perché ho cambiato direzione, la descrizione del campione, la metodologia da me usata per eseguire la sperimentazione e in fine l' analisi dei dati. Tale analisi è stata effettuata mediante: analisi qualitativa, analisi quantitativa, individuazione di indicatori semantici, introduzione di variabili supplementari, analisi delle similarità, analisi implicative e analisi fattoriale.

Infine il quinto capitolo comprende i risultati della sperimentazione, le conclusioni generali ai quali sono giunta grazie alla sperimentazione da me effettuata e allo studio di precedenti ricerche che sono state effettuate da Stamatis Voulgaris, Anastasia Evangelidou e Piaget e dei problemi aperti che possono rappresentare il punto di partenza di successive ricerche.

[1] Un bambino con ipoacusia bilaterale.
[2] Una prima elementare.

Sommario

Sulla base di ricerche condotte su bambini Piaget è arrivato alla conclusione che quest'ultimi prima di comprendere la possibilità di calcolare le superfici e i volumi attraverso l'operazione di moltiplicazione, concepiscono la superficie e il volume semplicemente come ciò che è compreso topologicamente da queste delimitazioni, indipendentemente da qualsiasi calcolo.(Piaget, 1976)

L'ipotesi di partenza è la seguente: Gli studenti in situazioni di multiculturalità hanno differenti schemi di ragionamento correlate alla loro cultura di provenienza.

Strumenti metodologici: Somministrazione di un questionario prima e dopo una sperimentazione che prevedeva il riempimento attraverso l'utilizzo di pasta di uno dei due cilindri dati a ciascun bambino e il successivo passaggio del contenuto da un cilindro all'altro. Sono stati utilizzati l'analisi implicativa dei dati e l'analisi fattoriale. Ci si è serviti dell'introduzione di variabili supplementari. (Spagnolo, 1998)

Possiamo sintetizzare le conclusioni nel seguente modo: Dei bambini di quinta elementare ai quali non era stato ancora presentato l'argomento volume, 24 su 28 hanno risposto in modo corretto prima della sperimentazione e 28 su 28 dopo la sperimentazione. Mentre dei ragazzi di terza media ai quali era stato già presentato l'argomento volume, 4 su 17 hanno risposto in modo corretto prima della sperimentazione e 15 su 17 dopo la sperimentazione.

CAPITOLO I
L'ETNOMATEMATICA: CENNI STORICI.

L'etnomatematica è una disciplina che s'è inserita nel panorama della ricerca da pochi decenni e che copre un vuoto a metà strada tra la matematica e l'Antropologia culturale.

Oggi tutto il mondo riconosce a D'Ambrosio il merito di aver costretto matematici, antropologi ed educatori a ripensare alla matematica da questo singolare punto di vista.

E' difficile per un Europeo, comprendere e condividere queste tematiche; a prima vista esse sembrano demagogiche o fuori tema; ma quando ci si abitua a guardare il mondo con gli occhi diversi di quelli che per noi sono i diversi[3], allora si capisce la rabbia che alimenta il sentimento di chi solo da 500 anni si sente "scoperto", di chi sa di aver dovuto rinunciare con la forza ad un patrimonio di scienze, pratiche, convinzioni, usanze, miti che non potrà mai più recuperare. Tra queste scienze perdute, vi è la matematica, che ha permesso di costruire capanne, pescare, arare, tessere, vivere, costruire e che d'improvviso, la violenza del conquistatore ha soffocato, trasformandola in folklore, curiosità, oggetto di derisione o sufficienza.

"L'*etnomatematica*, ufficialmente entra tra i temi fissi dei più grandi Convegni internazionali di ricerca e di divulgazione in Didattica della Matematica, presenta studi, ricerche, riflessioni su un punto di vista antropologico della matematica[4] che ha profonde influenze sia sulla Epistemologia, sia sull'educazione, istituzionale o non"[5].

Il termine *etno* viene oggi accettato come qualcosa di molto ampio, referente al contesto culturale, e dunque include considerazioni su argomenti come linguaggio, gergo, codici di comportamento, miti e simboli; *matema* è una radice difficile, che va nella direzione di spiegare, conoscere, capire; e *tica* che deriva da teche, che è la stessa radice di arte e di tecnica. Possiamo dunque affermare che *etnomatematica* è l'arte o la tecnica di spiegare, di conoscere, di capire nei diversi contesti culturali[6].

1.1 L'etnomatematica ed i suoi contributi nell'insegnamento /apprendimento delle Matematiche.

La matematica, a partire dai Greci, è stata considerata una disciplina di primo piano dei sistemi educativi ed è stata la forma di pensiero più stabile della tradizione mediterranea: essa perdura sino ai nostri giorni come manifestazione culturale che si è imposta, incontrastata, su tantissime altre forme. Mentre nessuna religione si è diffusa universalmente, né nessuna lingua, nessuna arte culinaria, né nessuna medicina, la matematica si è universalizzata spodestando tutti gli altri modi di quantificare, misurare, ordinare ed inferire, imponendosi come base della modalità di pensiero logico e razionale che alla fine caratterizza addirittura la nostra specie. Il passaggio da Homo sapiens ad Homo rationalis è avvenuto recentemente e tale passaggio è caratterizzato

[3] Perché non riconosciamo in essi quegli stereotipi che ce li farebbero dire simili.
[4] Non solo insegnata ed appresa, ma soprattutto praticata.
[5] D'Ambrosio U., 2002, pag. VII, VIII.
[6] D'Ambrosio U., 2002, pag. 5.

proprio dalla capacità di utilizzare la matematica, una stessa matematica per tutta l'umanità.

Grazie alla critica sociale che si è venuta accentuando alla fine del secolo passato, l'insegnamento della matematica è divenuto oggetto di studi intensi, congressi, conferenze e commissioni internazionali, possibili in gran parte proprio grazie all'universalità della disciplina, che sono state l'arena di queste riflessioni.

"L'*etnomatematica* implica una concettualizzazione molto ampia di etno e di matematica. Molto più di una semplice associazione ad "etnìe", etno si riferisce a gruppi culturali identificabili, come ad esempio, società nazionali, tribali, gruppi sindacali e professionali, bambini di una certa fascia d'età ecc. ed include memoria culturale, codici, simboli e persino modi specifici di ragionare ed inferire. Allo stesso modo anche la matematica è vista in una forma piuttosto ampia che include contare, misurare, fare conti, classificare, ordinare, inferire e modellare. L'*etnomatematica* si situa in un'area di transizione tra l'antropologia culturale e la matematica che diciamo accademicamente istituzionalizzata ed il suo studio apre la via a ciò che potremmo chiamare matematica antropologica. A partire da qui, gli studi di storia della matematica e di storia sociale e politica della matematica acquistano una nuova e più ampia dimensione che deve essere assimilata nel sistema scolastico"[7].

Senza dubbio il futuro di ognuno di noi sarà impregnato di scienza e tecnologia, nel bene e nel male e la matematica è la radice della scienza e della tecnologia. Alcuni anni fa la rivista The Economist pubblicò un lungo articolo intitolato "Non possiamo essere cittadini del XX secolo senza matematica".

Passiamo ora ad una serie di considerazioni che si riferiscono alla differenza nell'esposizione di matematica a gruppi di differenti origini razziali, classi sociali, sesso e di come queste differenze possano riflettersi a livello di attuazione, di atteggiamento e di interpretazione nell'uso della matematica. Nelle due ultime decadi si è data maggiore enfasi a questi problemi soprattutto negli Stati Uniti. Si sono confrontati dati sul basso rendimento in matematica di neri, nativi (pellerossa), donne ed altri gruppi. Alcune delle spiegazioni legate all'incapacità naturale della razza o del sesso sono state totalmente rifiutate. Altre spiegazioni puntano alle strutture sociali che mirano intenzionalmente a privare le donne e certi gruppi culturali ed etnici di un'educazione matematica completa. Naturalmente queste tendenze sono adeguate al modello di dominio maschile e bianco, in una società la cui gerarchia mette in posizioni di controllo e dirigenza le persone con il miglior bagaglio matematico. Questa situazione che vediamo negli Stati Uniti non è meno vera in Brasile. La posizione che predomina in tutto il sistema scolastico mira a dare la stessa matematica a tutti, supponendo innanzitutto che tutti siano in grado di assorbire ugualmente proprio questa forma di conoscenza, ossia quel che appare corretto al nostro livello di conoscenza della dinamica apprendimento/insegnamento e in secondo luogo che tale conoscenza nel caso della matematica si inserisca bene in una struttura mentale che già ha la matematica proiettata in sé. Questo é l'apriorismo Kantiano che ha predominato nella filosofia della matematica e che si riflette nella totalità dell'istruzione.

Tuttavia nuovi approcci alla natura della conoscenza matematica e la crescente attenzione data all'etnomatematica, aprono un'area di ricerca nuova ed ampia su ciò che possiamo chiamare approccio antropologico alla matematica, ripensando a costruzioni di natura culturale e psicoemozionale. Da qui un nuovo modo di vedere la matematica che si fonda su motivazioni culturali e psicoemozionali che produrranno differenze nella

[7] D'Ambrosio U., 2002, pag. 11, 19.

recettività di donne, neri, poveri ecc., indipendentemente dal livello di esposizione. Così avremo gruppi di individui con maggiore o minore rendimento in certi tipi di matematica. Quello che si deve necessariamente evitare è la valorizzazione, nel sistema scolastico, di un tipo di matematica a detrimento degli altri ed è proprio qui che entra in gioco l'etnomatematica. In questo contesto, quello che sarebbe un problema del sistema educativo, cioè quello di voler sapere se un bambino sta ricevendo esposizioni di contenuti differenti da un altro come conseguenza di razza, classe sociale o sesso, è un falso problema. Il vero problema consiste nel valorizzare più una specie di matematica che un'altra. Portando in classe un tipo di matematica rapportata più intimamente alle attività che piacciono di più alle ragazze[8], l'elaborazione deve essere migliore che non in questioni che sono rapportate ad attività tipiche dei ragazzi. Lo stesso accade con le attività culturali e con alcuni aspetti della matematica che si avvicinano, per esempio, alle radici religiose e razziali dei bambini nella loro formazione.

Le ricerche che sono state condotte fino ad oggi non sono numerose a causa di una tendenza ingannevole a pensare ad una stessa matematica per tutti. Dai dati che sono stati raccolti fino ad oggi, emerge che le ragazze a differenza dei ragazzi fanno meglio un certo tipo di matematica e i neri rispetto ai bianchi riescono meglio su altri argomenti. Queste differenze sono dunque dovute alla formazione socioculturale e probabilmente anche alle influenze genotipiche.

Per quanto riguarda il passaggio dall'etnomatematica alla matematica esso può essere visto come il passaggio dalla lingua orale a quella scritta, dove la lingua scritta riposa sulla conoscenza dell'espressione orale che il bambino già possiede, e nello stesso tempo l'introduzione della lingua scritta non deve sopprimere quella orale. Capire e rispettare la pratica dell'etnomatemtica apre un grande potenziale per lo spirito di osservazione, per il riconoscimento di parametri specifici e per una sensazione di equilibrio globale della natura[9].

La matematica, per la sua molteplice importanza, viene riconosciuta dai governi di tutti i Paesi e dunque viene introdotta come materia obbligatoria ed universale, costante in tutti i curricoli, in tutti i gradi di istruzione, in tutti i paesi del mondo. La preponderanza della matematica è universale e assoluta su tutte le altre discipline scolastiche, persino sulla lingua madre che non ha la caratteristica dell'universalità[10].

Ogni individuo porta con sé le radici culturali che hanno origine nella sua stessa casa, da quando è nato; impara dai genitori, dagli amici, dai vicini, dalla comunità e passa alcuni anni acquistando queste radici. Il momento dell'incontro culturale ha una dinamica molto complessa e quest'incontro si ha tra popoli, com'è successo nella conquista e nella colonizzazione, fra gruppi, o anche durante gli incontri che avvengono tra bambini o tra giovani.

L'educazione in transizione non può avere come obiettivo la mera trasmissione di contenuti obsoleti, in gran parte disinteressanti e inutili, e senza conseguenze nella costruzione di una nuova società. Quello che noi oggi possiamo fare per i nostri bambini è offrire loro strumenti di comunicazione, di analisi e materiali perché loro possano vivere, con capacità di critica, in una società multiculturale e impregnata di tecnologia. Se fino ad oggi la matematica si è imposta con una forte presenza in tutti i campi della conoscenza ed in tutte le azioni del mondo moderno, la sua presenza nel futuro sarà sicuramente intensificata e senza dubbio, sarà una componente degli strumenti

[8] Per esempio aver cura della casa.
[9] D'Ambrosio U., 2002, 35-36,38.
[10] D'Ambrosio U., 2002, pag. 51.

comunicativi, analitici e materiali. Dunque l'acquisizione dinamica della matematica integrata nei saperi e nelle azioni del futuro, dipende dall'offrire agli studenti ricche esperienze e sta all'insegnante del futuro l'idealizzazione, l'organizzazione ed il facilitare tali esperienze. Ma, per raggiungere tali obiettivi, il docente dovrà essere preparato secondo una dinamica diversa, infatti, come dice Beatriz D'Ambrosio, il futuro insegnante di matematica deve imparare nuove idee matematiche in un modo alternativo.

"L'educatore matematico, che non capisce che esiste molto di più nella sua missione di educatore oltre a insegnare a fare operazioni oppure a risolvere equazioni e problemi totalmente artificiali, anche se a volte sembrano riferirsi a fatti reali, cade in un grande equivoco. La proposta pedagogica dell'*etnomatematica* è dunque quella di fare della matematica una cosa viva, lavorando con situazioni reali nel tempo (ora) e nello spazio (qui)"[11].

1.2 La storia delle Matematiche non occidentali in una prospettiva Etnomatematica.....

La storia della matematica è influenzata dai pregiudizi di storici delle scienze che per secoli hanno negato l'esistenza di sviluppi indipendenti della matematica nei paesi extraeuropei. Gheverghese decostruisce questi pregiudizi, dimostrando che in Cina, India e America meridionale si sono sviluppati nel passato sofisticati sistemi matematici. Inoltre questi paesi, attraverso le rotte commerciali, hanno profondamente influenzato le conoscenze dei matematici dell'antica Grecia. Si viene così a delineare una storia più complessa e affascinante di quella che abbiamo conosciuto.

Quanto segue è tratto dal testo George Gheverghese J., 2000, *C'era una volta un numero*[12].

Il nostro modo di intendere noi stessi e gli altri è plasmato dalla storia che assimiliamo, non solo a scuola, ma anche attraverso film, giornali, programmi televisivi, romanzi e perfino fumetti. Dal momento in cui ne abbiamo una prima conoscenza, il passato può influenzare la nostra immaginazione ed eccitare la nostra curiosità: ci poniamo interrogativi e cerchiamo risposte nella storia. Quando le nostre conoscenze si ampliano, emergono differenze di prospettiva e, nella misura in cui le diverse opinioni sul passato investono la percezione di noi stessi e del mondo esterno, la storia diventa un punto di riferimento importante nella comprensione dello scontro di culture e idee.

Negli ultimi quattro secoli l'Europa e le sue dipendenze culturali hanno avuto un ruolo dominante negli avvenimenti mondiali. Questo si riflette sull'impostazione di certe opere storiche scritte dagli europei, dove, se altri popoli compaiono, lo fanno fugacemente. Così la storia degli africani o delle popolazioni indigene delle due Americhe sembra iniziare dopo l'incontro di questi popoli con gli europei .

Nel corso di quest'ampia panoramica sulla storia delle matematiche non europee, George Gheverghese Joseph, oltre a illustrarci le motivazioni (spesso legate al culto o all'osservazione astronomica) che hanno indotto molte civiltà ad approfondire la riflessione sui numeri, espone con grande evidenza un assunto fondamentale: *il sapere matematico è patrimonio comune di tutta l'umanità, e il suo progresso non può essere*

[11] D'Ambrosio U., 2002, pag. 134,139.

[12] Edizione il Saggiatore, Milano.

rivendicato in esclusiva da nessuna tradizione culturale. Una riprova è costituita dal nostro stesso sistema di numerazione in base decimale, comprendente l'importante e tutt'altro che banale invenzione del "numero" zero. Tale sistema fu elaborato dalle scuole matematiche indiane vediche e jaina all'alba del I millennio d. C.; introdotto in area araba verso il X secolo, venne reso noto in ambiente europeo nel XIII e riuscì ad affermarsi definitivamente da noi all'inizio dell'età moderna, vale a dire soltanto cinque secoli fa. La numerazione in base sessagesimale, messa a punto in Mesopotamia, è invece il fondamento del nostro computo del tempo e dell'attuale misurazione degli angoli.

La matematica moderna si è trasformata in un linguaggio universale che dispone di un particolare tipo di struttura logica. Essa contiene un corpo di dottrine relative ai numeri e allo spazio e stabilisce una serie di metodologie atte al raggiungimento di conclusioni sul mondo fisico e inoltre costituisce un'attività intellettuale che richiede intuizioni e allo stesso tempo immaginazione per ottenere "prove" e raggiungere conclusioni.

C'è da dire che la maggior parte delle storie della matematica che esercitano una profonda influenza su opere successive furono scritte alla fine del XIX secolo o all'inizio del XX .

Le scoperte sulla matematica antica, effettuate grazie ai papiri ritrovati in Egitto e alle tavolette d'argilla in Mesopotamia riportarono indietro le origini dei documenti matematici scritti di almeno millecinquecento anni. Tali papiri rappresentano delle etnofonti precisate anche da Aurelio Rigoli come *etnoreperti*[13], per indicare quegli elementi di vita materiale e di archeologia industriale su cui basare il tracciato storico di ciascun territorio.

Il culmine della dominazione europea sotto forma di controllo politico di vaste aree dell'Africa e dell'Asia esercitò un'influenza decisamente più forte e ostile. Da questa dominazione scaturì l'ideologia di una superiorità europea che permeò vasti settori dell'attività sociale ed economica, le cui tracce si ritrovano nelle storie della scienza che mettono in rilievo il ruolo insostituibile dell'Europa nel fornire nutrimento e vigore alle scoperte scientifiche, mentre il contributo delle popolazioni delle colonie fu ignorato e minimizzato in base a una logica di conquista e dominazione. L'evoluzione della matematica prima dei greci, soprattutto in Egitto e in Mesopotamia, ebbe lo stesso destino, venne cioè accantonata in quanto ritenuta di scarsa importanza per la storia a venire della materia.

L'Egitto fu la culla della matematica fino ad Aristotele (350 a.C. circa) e il suo maestro Eudosso, un insigne matematico, aveva studiato in Egitto prima di insegnare in Grecia. Anche in epoca più antica si riporta che Talete (morto nel 546 a.C.), il leggendario fondatore della matematica greca, e Pitagora (500 a.C.), uno dei primi e più insigni matematici greci, viaggiarono molto in Egitto e Mesopotamia e appresero molto delle loro nozioni in queste zone.

Risulta che i babilonesi[14] avevano inventato un sistema numerico a valore posizionale, che conoscevano diversi metodi per risolvere le equazioni di secondo grado, e che avevano capito la relazione tra i lati di un triangolo rettangolo, poi noto con il nome di "teorema di Pitagora". In verità questo teorema fu enunciato e dimostrato in tutto il mondo in diverse forme.

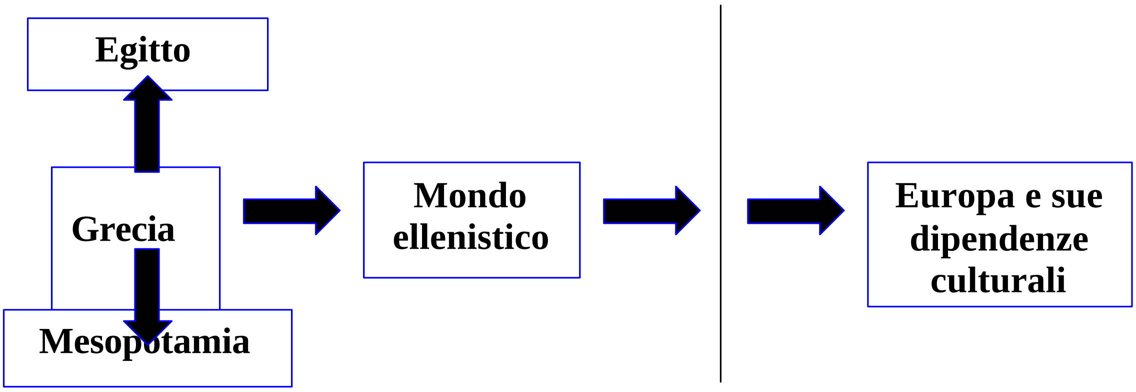
---

[13] Rigoli A. 1999, "*Etnostoriagrafia. Le fonti e il metodo*", Documenta, Palermo.

[14] Un termine generico spesso usato per indicare tutti gli abitanti dell'antica Mesopotamia.

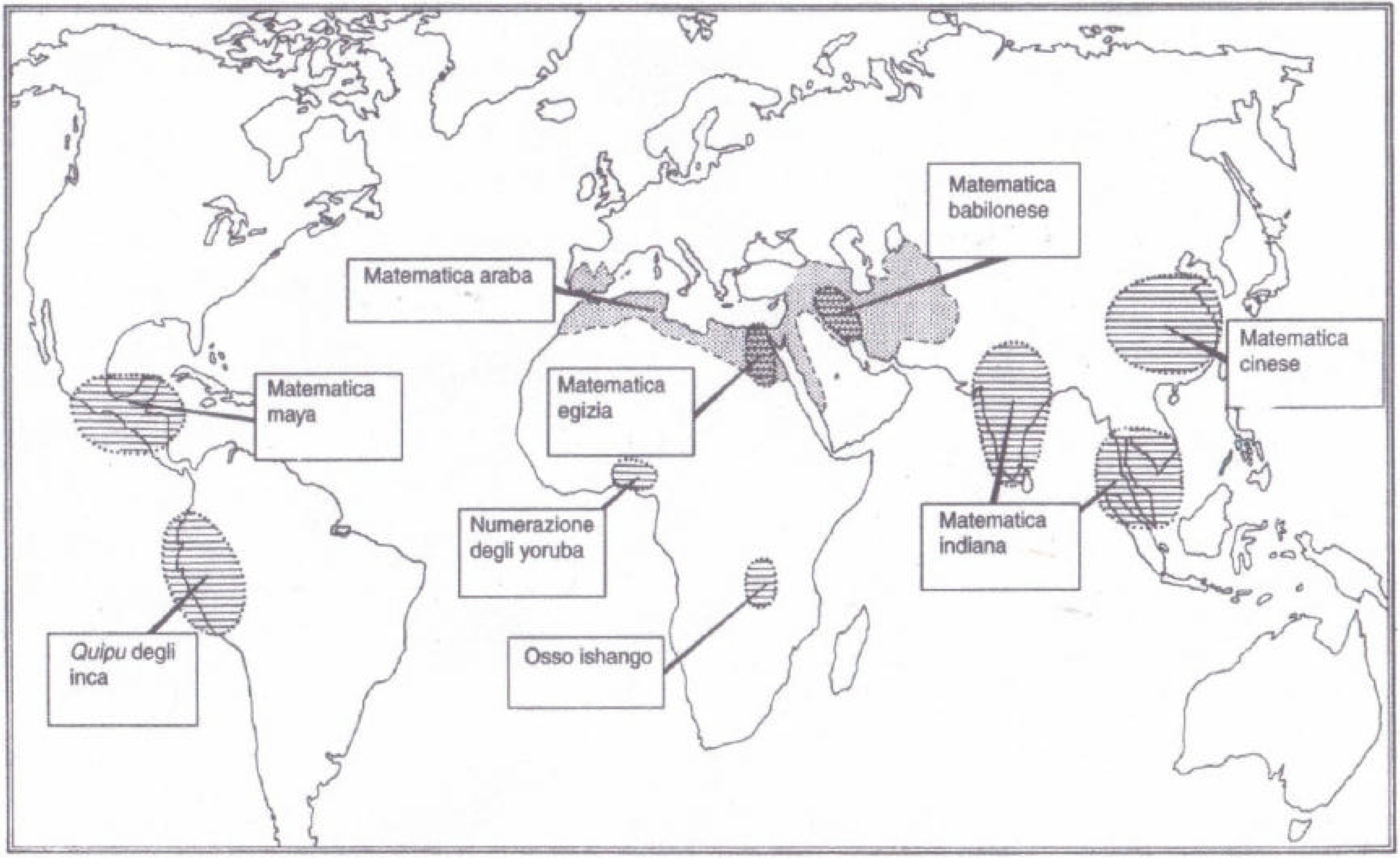
Una tavoletta d’argilla vecchia di quattromila anni, conservata in un museo di Berlino, stabilisce il valore di n^3 più n^2 per n = 1, 2,……..10, 20, 30, 40, 50, da cui si è ipotizzato che i babilonesi possono aver utilizzato questi valori nel risolvere le equazioni al cubo dopo averli ridotti alla formula x^3 più x^2 = c. Per quel che riguarda la geometria egizia, nel cosiddetto Papiro di Mosca appartenente all’epoca del Medio Regno (2000-1800 a.C. circa) si trova un’importante soluzione che deriva dall’uso corretto della formula per calcolare il volume di un tronco di piramide a base quadrata.

Il carattere della matematica greca cominciò a cambiare lentamente, soprattutto in conseguenza dello scambio fecondo e continuo tra diverse tradizioni, in special modo tra le basi algebriche ed empiriche della matematica babilonese ed egizia da un lato, e le tradizioni della geometria antiempirica della matematica greca dall’altro. Da questa mescolanza nacquero alcuni dei maggiori matematici dell’antichità, tra i quali Archimede e Diofanto.



La figura precedente è una rappresentazione ancora imperfetta di come si è evoluta la matematica, infatti, contiene una serie di pregiudizi e rimane del tutto impermeabile a nuove testimonianze e nuovi argomenti. Con modificazioni di scarsa importanza, questa figura costituisce tuttavia il modello al quale si conformano molti libri recenti sulla storia della matematica. Essa ebbe inizio dalla necessità di contare e di fissare in forma duratura i numeri e per quanto è dato sapere, non è mai esistita una società che non abbia utilizzato qualche forma di conteggio o di riscontro[15]. Se definiamo la matematica come un’attività che scaturisce da concetti relativi a configurazioni numeriche o spaziali ovvero contribuisce a generarli e li impiega in connessione con qualche forma di logica, possiamo includere nel nostro studio la protomatematica, che esisteva quando ancora non erano disponibili forme di registrazione scritta.

[15] Che non abbia cioè accompagnato una raccolta di oggetti con gruppi di segni facilmente manipolabili, quali pietre, nodi o segni incisi come intagli su legno o su ossa.


Matematica babilonese
Matematica araba
Matematica cinese
Matematica maya
Matematica egizia
Numerazione degli yoruba
Matematica indiana
Quipu degli inca
Osso ishango

CAPITOLO II
La misura

Misure, attività di misurazione, strumenti di misura sono estremamente importanti nella nostra vita quotidiana, nelle scienze sperimentali, nelle scienze umane, nella medicina e naturalmente anche nella matematica.

Ogni popolo e, spesso, ogni regione o città, ha cercato di creare sistemi coerenti di misura per le varie grandezze e questa grande varietà rendeva arduo il passaggio da un sistema ad un altro.

Esigenze commerciali e necessità scientifiche hanno portato ad una prima parziale unificazione dei sistemi di misura con la creazione, verso la fine del secolo XVIII, del Sistema Metrico Decimale. Oggi tutte le nazioni per le attività scientifiche, e molte per le attività pratiche, hanno adottato il Sistema Internazionale di Unità di Misura (SI).

Lord Kelvin ha scritto "Io affermo che quando voi potete misurare ed esprimere in numeri ciò di cui state parlando, solo allora sapete effettivamente qualcosa; ma quando non vi è possibile esprimere numericamente l'oggetto della vostra indagine, insoddisfacente ne è la vostra conoscenza e scarso il vostro progresso dal punto di vista scientifico". In altre parole, un fenomeno o una grandezza sono noti solo quando sono misurabili.

Dello stesso parere sono i programmi scolastici quando affermano che il misurare è da considerarsi come uno strumento conoscitivo che aumenta le possibilità di comprendere i fatti e i fenomeni, come, viceversa, dallo studio dei fatti e dei fenomeni, si può comprendere che la misura non è limitabile ai ristretti campi delle lunghezze, dei pesi o delle aree. Lo slogan potrebbe essere: misurare per conoscere.

I programmi prevedono attività di misura per situazioni tradizionali nella scuola elementare come: lunghezze, aree, volumi, ampiezze angolari, pesi, durate temporali.

Sono, però, contemplate anche attività di misura per situazioni nuove per la scuola elementare come gli aspetti della realtà economica e sociale (produzione, migrazioni, variabilità delle nascite,…). Negli aspetti della realtà economica vanno inserite le considerazioni sull'euro, sulle sue suddivisioni e sui rapporti con le varie monete europee (sterlina, franco svizzero) e non europee (dollaro). In questi aspetti trovano la loro collocazione considerazioni sui tassi bancari, il "cammino dei prezzi" delle merci, importazioni ed esportazioni, prodotto interno lordo, debito pubblico, ecc.

Oltre al sistema Metrico Decimale i programmi raccomandano di "uniformarsi alle norme del Sistema Internazionale di Unità" anche relative alla scrittura. Prevedono anche "una riflessione sulle unità di misura del passato e, dove, permangono ancora, del presente".

Non si può fare seriamente una "storia locale" e men che meno capire documenti di vita vissuta se non si conoscono queste unità di misura che costituivano parte integrale ed importante della vita della gente.

Alcune "vecchie" unità sono in vigore ancora oggi specie nelle zone rurali, per esempio in certe parti della Lombardia, milanese, pavese, lodigiano, il terreno agricolo si vende o si affitta a "pertiche" e non a metri quadrati.

Infine, i programmi raccomandano anche una "riflessione sulle unità di misura di altri popoli e di altri tempi". Questi ultimi possono essere studiati nell'ambito della storia. Per gli altri popoli giova ricordare che quelli anglosassoni e quelli sud-americani vendono ancora oggi la benzina a galloni e pesano gli oggetti in libre[16].

2. 1 Le difficoltà nell'insegnamento/apprendimento delle grandezze nella scuola di base.

La misura delle grandezze ha costituito, da sempre, una parte fondamentale dei contenuti di base della formazione matematica dell'insegnamento elementare. Tuttavia, tanto le imperfezioni che si osservano nel suo insegnamento, quanto i numerosi errori e le difficoltà che alunni e insegnanti incontrano, giustificano uno studio più profondo che indaghi le cause di tali difficoltà e localizzi i fenomeni didattici che condizionano e orientano la pratica didattica.

L'individuazione di fenomeni didattici specifici dell'insegnamento della misura è necessaria, e non solo funzionale a realizzare un esame della situazione, come strumento per comprendere il funzionamento dei saperi corrispondenti alla misura, sia nelle istituzioni scolastiche, sia nell'ambito sociale. La scoperta e l'esemplificazione di tali fenomeni servirà per produrre ingegnerie didattiche che li annullino o li contrastino, a seconda dei casi, cercando mezzi di insegnamento sempre più efficaci ed epistemologicamente più corretti.

I risultati delle analisi a priori e a posteriori di esperienze realizzate con alunni di educazione Primaria, hanno confermato che è non di meno possibile conseguire, con buoni risultati sia nell'ambito della conoscenza che in quello della motivazione, processi di insegnamento/apprendimento delle grandezze lunghezza e superfici nei quali la costruzione di conoscenza avvenga in forma a-didattica e, ciò che è a mio giudizio molto importante, con contenuti più vicini al sapere-sapiente di origine, evitando gli effetti riduttivi di una trasposizione didattica che, attraverso l'algoritmizzazione, converte in banali dei concetti matematici importanti[17].

2.2 Dalla storia alla diagnosi attuale dell'insegnamento della misura.

La misura di grandezze ha costituito tradizionalmente uno dei nuclei più importanti della matematica che si insegna nella scuola primaria nella maggioranza dei paesi. A questa ampia esperienza avrebbe dovuto corrispondere, almeno, una progressione ben stabilita di attività capace di garantire un buon insegnamento da parte degli insegnanti e di fornire come risultato alti indici di successo da parte degli allievi. La realtà è tuttavia molto diversa: negli alunni persistono gli errori (quasi sempre gli stessi), gli insegnanti continuano ad accusare di astrattezza l'argomento e la società si lamenta della carenza degli individui in tale dominio, dei pochi benefici che si riflettono nella vita professionale dei cittadini, chiedendo alla scuola una formazione migliore capace di soddisfare i bisogni sociali. Quale o quali sono le cause di tale situazione? La risposta a questa domanda non è semplice e richiede un certo distanziamento per osservare e riflettere, dato che le soluzioni durevoli provengono, quasi sempre, dallo studio profondo e sistematico di ciò che è accaduto prima nella

[16] Tratto da: L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 2002.
[17] Tratto da: La matematica e la sua didattica, 2001.

scuola, nella società; in definitiva, in ciò che Chevallard ha chiamato la “nosfera” ovvero la periferica del sistema didattico, tutto ciò che lo circonda: il sistema di insegnamento, le istanze politiche, “i genitori degli alunni”, “i matematici”, etc.

Nei livelli scolastici di base, si dà importanza alla realizzazione di misurazioni, iniziando da unità come quelle antropometriche, più vicine all’alunno, passando poi ad oggetti d’uso comune, fino ad arrivare alle unità convenzionali legali. In relazione alla superficie, si continua senza usare la pavimentazione, limitandosi all’uso della quadrettatura e proponendo attività che si situano molto al disopra delle capacità degli allievi ai quali sono rivolte e che per di più non capitalizzano il lavoro effettuato con la quadrettatura, che dovrebbe servire proprio per chiarire la struttura bidimensionale della grandezza superficie.

Se si consultano i curricola dell’insegnamento elementare del nostro intorno culturale, si trova un panorama simile a quello descritto nel caso spagnolo: evidente predominio della memorizzazione di equivalenze fra le unità di misura, abuso nella memorizzazione e nella manipolazione di formule, eccessivo tempo dedicato alle conversioni fra le unità di uno stesso sistema. All’estremo opposto, mancanza d’attenzione ai processi di misurazione, scarsa realizzazione di stime di misura, scarso uso dei processi di misurazione per la risoluzione di problemi. Per le caratteristiche proprie del testo scritto, la quasi totalità degli oggetti supporto della grandezza sono oggetti disegnati, e solo in via eccezionale, in pochissimi manuali, si presentano attività o esercizi nei quali si ci deve avvalere di oggetti reali (misurare parti del corpo umano, lunghezze, il confine della classe, etc.). Il fatto che un oggetto preso dalla vita reale appaia disegnato, presuppone la possibilità di un trattamento standard che prescinde evidentemente dalle peculiarità dell’oggetto. Per di più, gli oggetti della vita reale sono in molti casi disegnati senza tenere conto delle loro dimensioni reali, pertanto oggetti di ordini di grandezza ben distinti appaiono, a disegnarli, di dimensioni simili, con tutto ciò che, di negativo questo implica: la distruzione dell’ordine di grandezza e la impossibilità di procedere successivamente alla stima [18].

2.3 La lunghezza.

E’ senza dubbio la grandezza nella quale si ottengono i migliori risultati nel [illegible] parte, essendo trattata in vari corsi dell’insegnamento obbligatorio, si dedica più tempo a questa che ad altre grandezze; dall’altra il tipo di esercizi che compaiono nelle valutazioni induce a pensare che c’è, in questo caso, un trattamento didattico che favorisce le attività manipolative e le effettive misurazioni concrete, per cui gli allievi hanno maggiori possibilità di concettualizzazione a partire dalla loro personale esperienza.

Quasi tutti gli esercizi confermano la tendenza osservata anche nei libri di testo: la predominanza di attività nel microspazio, nel quale il riferimento sono il foglio di carta e il doppio decimetro. Nessun esercizio presenta situazioni d’effettiva misurazione che non possono essere risolte nel foglio di carta con l’aiuto del righello. E’ per questo che la stima è il settore nel quale si riscontrano i peggiori risultati, e ciò corrisponde alla poca importanza che essa ha avuto finora nei curricola.

[18] Tratto da: L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 2002.

Gli errori più frequenti in questo campo, hanno a che vedere con l'errato posizionamento del righello nel misurare, il che conferma la necessità di intraprendere un apprendimento sistematico dell'uso degli strumenti di misura più comuni. Per questa grandezza si ottengono inoltre i migliori risultati nelle trasformazioni d'unità.

La comprensione della graduazione richiede conoscenze apparentemente semplici, però di fatto, presenta numerose difficoltà relative alla topologia e all'ordine, alla comprensione della numerazione e alla equivalenza delle unità tra le quali si gradua. Nella scuola, la lettura su strumenti graduati, soprattutto sul righello, è un esercizio considerevolmente più abituale della graduazione di uno strumento. Gli strumenti ci vengono forniti già con una graduazione, il che spiega una così bassa percentuale di riuscita[19].

2. 4 Quesiti sulla superficie e il volume.

Il punto di vista prevalente sulle grandezze multidimensionali, superficie e volume, è quello corrispondente al prodotto di misure, per cui non c'è una reale valutazione della comprensione da parte degli alunni della bidimensionalità e tridimensionalità, dato che tutto ciò che si richiede negli esercizi è l'applicazione di una formula. In una esperienza fatta e pubblicata si è visto che l'unico esercizio nel quale compare un trattamento unidimensionale della superficie non supera il 21% e il 14% di successo a seconda dell'anno[20].

I risultati dell'applicazione di formule, che in fondo non sono altro che attività di calcolo dissimulate, danno una percentuale molto elevata di successi, che arriva fino al 72% nel caso dell'area a 11-12 anni. L'unica situazione possibile di questo tipo di esercizi è più di carattere spaziale che di misura, dato che l'applicazione della formula richiede in alcuni casi la identificazione preventiva, su un modello o un disegno, delle dimensioni lineari che devono essere usate. Quando si tratta di trovare l'area di figure composte per le quali non si possa applicare direttamente una formula, c'è un notevole abbassamento di risultati corretti. Si osserva tuttavia, che gli alunni dimenticano con una certa rapidità le formule per il calcolo dell'area, dato che le percentuali di successo si abbassano quando gli stessi problemi vengono proposti al corso successivo di quello nel quale sono state utilizzate[21].

CAPITOLO III
Il volume

Se le lunghezze e le superfici sono in un certo senso delle astrazioni, la nozione di volume corrisponde più direttamente alla struttura fisica degli oggetti, poiché ogni oggetto macroscopico comporta necessariamente un volume determinato secondo tre dimensioni.

Prima di comprendere la possibilità di calcolare le superfici e i volumi attraverso una moltiplicazione matematica o un'evoluzione di potenza delle linee perimetrali o delle superfici delimitanti, il bambino concepisce per molto tempo la

[19] Tratto da: L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 2002.
[20] Tratto da: La matematica e la sua didattica, 2001.
[21] Tratto da: L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 2002.

superficie e il volume semplicemente come ciò che è compreso topologicamente da queste delimitazioni, indipendentemente da qualsiasi calcolo. Quanto appena citato e quanto seguirà è tratto dal testo Piaget J., Inhelder B., Szeminska A., 1976.

3.1 Alcuni consigli pratici per la presentazione del concetto di volume

Si presenta un cubo modello di 36 cm cubi, in un solo pezzo: 3x3 cm di base x 4 cm d'altezza. Si dice che questo cubo rappresenta una vecchia casa, costruita su una piccola isola (l'isola è costituita da una superficie di cartone di 3x3 cm incollato su un cartone più grande ondulato che rappresenta il lago o il mare). Poiché la casa è minacciata dalle acque, i suoi abitanti desiderano costruirne un'altra nella quale ci sia esattamente tanto posto quanto nella prima, ma sia costruita dapprima su una seconda isola poi su una terza, ecc.: solo che, queste nuove isole non hanno le stesse dimensioni e talora neanche la medesima forma, e consistono in cartoni quadrati o rettangolari, di 2x2 cm, di 2x3 cm, di 1x2, di 1x1 cm o di 3x4 cm. Il problema consiste dunque nel costruire un volume uguale a quello del cubo modello, ma di forma diversa e su una base data.

Inoltre, mentre il cubo modello è un tutt'uno, si richiede la costruzione di un uguale volume per mezzo di cubi di legno della grandezza di 1 cm cubo. E' meglio, con i soggetti più grandi, evitare che il cubo modello sia esso stesso costituito da elementi discontinui, in modo da non sostituire al problema del volume una semplice richiesta di corrispondenza aritmetica. Ma i soggetti più giovani sono spesso disturbati da questa differenza, ritenendo che "ci siano più cubi, più camere, più legno" in una pluralità di elementi che in un blocco costituito da un solo pezzo: in questo caso si dà loro un modello costituito esso stesso da cubi-unità; poiché non sanno contare con esattezza, l'inconveniente precisato cade da solo. Inoltre, può essere vantaggioso utilizzare unità più grandi dei cm cubici, poiché i rapporti da osservare in questa situazione saranno tra i multipli delle grandezze indicate.

L'uguaglianza del volume è quindi espressa dalle parole "tanto spazio quanto". Se il bambino non comprende subito, si può insistere sul fatto che ogni persona che abbia la nuova casa, vuole avere la propria camera, come nella precedente, ecc. Per i bambini più piccoli che hanno una forte tendenza ad osservare la stessa forma, bisogna insistere sul fatto che la casa non può essere costruita sull'acqua, ma solo sulla superficie delle isole. Può esser utile, infine, lasciare intatte le successive costruzioni come testimoni, per facilitare la discussione finale.

3.1.1 Ulteriori tecniche per la risoluzioni del volume.

Oltre alla tecnica appena descritta ci si può servire di tecniche ausiliarie. La più istruttiva consiste semplicemente nel riprodurre il modello così come é (di 36 cm cubi o altri di uguale forma, ma di dimensioni diverse; o anche di forme diverse: cubi o parallelepipedi). La riproduzione del modello può essere richiesta ad una certa distanza dal modello stesso o accanto ad esso. Questa tecnica presenta il vantaggio di porre spesso in evidenza un comportamento significativo, che consiste nel circondare il modello con pareti applicate su cinque delle sue sei superfici (e talora anche su tutte e sei), riproducendo così non l'oggetto pieno in quanto tale, ma il suo volume vuoto considerato come contenuto dalle superfici delimitanti. Possiamo osservare subito l'interesse di questi tipi di risposta, dal punto di vista delle intuizioni topologiche del volume e della costruzione progressiva di questa nozione, il cui calcolo metrico è così tardivo.

3.1.2 Presentazione del concetto di volume attraverso parallelepipedi diversi.

Un'altra tecnica ausiliaria consiste nel presentare dei libri e parallelepipedi diversi (una dozzina di modelli differenti), fatti di un solo pezzo di legno dipinto, e presentandoli a coppie si domanda: "Sono grossi uguali? Contengono un'uguale quantità di legno?". Si ha cura di non suggerire, con le parole usate, comparazioni unidimensionali, e si offre al bambino una collezione di blocchi-unità di forma cubica, se desidera servirsene come oggetto per misurare o per farne una ricostruzione. Si presenta anche un grande cubo di legno richiedendo di trovarne uno di volume equivalente tra una serie di altri cubi presentati (tutti di forme diverse). In ciascuna di queste prove si cerca naturalmente di scoprire in quale modo il bambino ha organizzato il suo confronto, poiché il metodo seguito è importante quanto il risultato ottenuto.

3.1.3 Presentazione del concetto di conservazione del volume.

A questo proposito si può partire dal blocco modello di 36 cm cubi ricostruito dal bambino per mezzo dei cubi-unità (sia spontaneamente, sia con l'aiuto dell'adulto).Dopo aver effettuato nuove costruzioni, davanti al bambino, con gli stessi cubi ma su basi diverse, occorre domandargli ogni volta:

a) se c'è tanto posto nella nuova "casa" quanto nella precedente, o se ce n'è di meno o di più;

b) se con i cubi della nuova casa si può rifarne una uguale al modello dato e delle stesse dimensioni.

Naturalmente il problema della conservazione del volume è assai delicato, è necessario pertanto cercare di valutare se il soggetto pone l'accento sulla sola conservazione della quantità dei cubi in gioco, o se pensa ad una conservazione del volume d'insieme come tale. Il solo fatto che alcuni soggetti accettano la prima forma di conservazione rifiutando la seconda dimostra che si tratta di due nozioni ben distinte: ma bisogna condurre il colloquio con notevole sottigliezza se si vuole, in ogni caso, poter distinguere tra queste due nozioni.

A questo proposito, sembra indispensabile riprendere, a titolo di controprova, l'esperienza sulla conservazione del volume dei solidi immersi nell'acqua, adattandola ai dati presenti. Si offrono al soggetto dei cubi di metallo di 1 cm di lato, che vengono posti sul fondo di un boccale d'acqua. Si costruisce un blocco di 36 unità (3x3x4) e si fa constatare il livello dell'acqua. Successivamente si domanda se il livello cambia nel caso in cui si modifichi il blocco dandogli la forma 2x1x18 o 2x2x9, ecc. E' facile allora interrogare il soggetto sulla conservazione del volume interno, da una parte, e su quella del volume "occupato", dall'altra, come anche sul volume complementare o esterno. Il volume interno è dato dalla conservazione dei 36 blocchi che si possono analizzare riprendendo le tecniche già presentate. Il volume "occupato" è il "posto" che i 36 blocchi occupano nell'acqua e il volume complementare è il volume dell'acqua stessa, questi due volumi si misurano osservando il livello dell'acqua e la loro conservazione è riconosciuta attraverso l'anticipazione dell' invarianza di questo stesso livello. Oltre a questo problema di livello, si domanda al bambino se i cubi "occupano sempre lo stesso posto nell'acqua" o se "rimane sempre lo stesso spazio per l'acqua", ecc. Le tecniche precedentemente descritte non sono adatte ai bambini di età inferiore ai 4-5 anni. Si può eventualmente analizzare a partire da quale momento il bambino viene colpito dalle grandi differenze di voluminosità, soprattutto facendo variare solo una dimensione su tre. In media dai 4-6 anni le trasformazioni, ricostruzioni o comparazioni di volumi sono considerate dal punto di vista di una sola dimensione, generalmente la più grande, e le trasformazioni conducono ad alterazioni della quantità di volume. Pur rendendosi conto della differenza di volume tra il modello e la sua costruzione, il bambino di questo livello rifiuta di costruire su una base più piccola una torre o una casa più alta del modello. Questa difficoltà di dissociare l'altezza (ed in parte la forma) dal volume si incontra ancora in bambini più grandi, ma in tal caso non è difficile superarla precisando la consegna (non si domanda che sia della stessa forma, ma una casa che abbia tanto spazio quanto l'altra), mentre, nei piccoli, essa rimane irriducibile: qualunque sia la base sulla quale costruisce, il bambino ferma la costruzione all'altezza del modello. Per quanto riguarda la costruzione del volume, i soggetti di questo livello presentano una tendenza a seguire e a copiare le superfici in quanto tali: capita spesso, in particolare, che per ricostruire il volume modello, si limitino a circondarlo con pareti che avvolgono tutte le superfici visibili.

Intorno ai 7 anni si raggiunge la capacità di porre in relazione le tre dimensioni, per mezzo di una moltiplicazione logica dei rapporti e senza ancora nessuna misurazione né compensazione esatta fondata su un sistema di unità.

Nei problemi di trasformazione della casa (la tecnica più importante), il soggetto giunge a dissociare i volumi dalla forma e dall'altezza: su un'isola più piccola, il bambino costruisce una casa più alta, ma senza poter determinare di quanto, in mancanza di ragguagliamento delle differenze, cioè in mancanza di una capacità di scomposizione o ricomposizione metrica. La ricostruzione dei volumi modello è corretta per due dimensioni (altezza e larghezza) e solo con correzioni successive per la profondità. Le comparazioni di volume procedono sia attraverso utilizzazioni di misure comuni qualitative (transitività semplice, senza iterazione d'unità), sia attraverso uno spostamento mentale (compensazioni regolate da moltiplicazioni logiche e non ancora matematiche). Quanto alla conservazione del volume, essa è acquisita finché si tratta di "volume interno", cioè si ha conservazione della quantità di materia circondata dalle superfici delimitanti (in questo caso la quantità totale dei cubi che servono come elementi). Ma questa conservazione non implica quella del "volume occupato", cioè del posto occupato dal volume d'insieme dell'oggetto posto in relazione con quelli che lo circondano; è per questo motivo che un blocco allungato di 36 cubetti, una volta immerso in un recipiente d'acqua, non occuperà lo stesso posto di un blocco di configurazione diversa formato dagli stessi 36 cubetti.

A partire dagli 8-9 anni si raggiunge un livello di scomposizione e di ricomposizione per mezzo di cubi-unità, senza che però intervenga ancora nessuna moltiplicazione matematica che ponga le lunghezze o le superfici delimitanti in relazione numerica con il volume in quanto tale. Si assiste così a comprensioni tra la moltiplicazione logica delle relazioni in gioco ed alcuni tentativi di calcolo matematico che tornano a concepire il volume come un'addizione delle superfici.

Il bambino giunge a soluzioni esatte solo quando si tratta di raddoppiare semplicemente una dimensione, in caso diverso il bambino non riesce nel compito. Infine, il bambino raggiungerà due traguardi: l'una è la scoperta della relazione matematica tra le superfici e il volume [22]. L'altra è la scoperta della conservazione del volume, in quanto "volume occupato" dall'insieme dell'oggetto [23], e non più soltanto in quanto "volume interno" alle superfici delimitanti.

Alcuni studiosi di geometria sostengono che l'insegnamento elementare delle nozioni spaziali dovrebbe iniziare dall'idea di volume, più naturale di quella di superficie o di lunghezza lineare, poiché tutti gli oggetti dell'esperienza quotidiana sono a tre dimensioni. Se tale opinione può essere sostenuta per quanto riguarda le intuizioni topologiche iniziali, è difficile difenderla sul piano delle intuizioni euclidee[24]; per quanto siano carenti le rappresentazioni di superfici e di lunghezze, quella del volume è assai più difficile da dominare, senza parti non contemporaneamente visibili.

3. 2 Il punto di vista piagettiano sulle ricerche condotte da Stamatis Voulgaris e Anastasia Evangelidou.

Il concetto della conservazione del volume e la sua misurazione non possono essere pensati separatamente ma in relazione a molti aspetti ad essi associati.

E' stato osservato attraverso precedenti ricerche con alunni di 10-12 anni che vi sono specifiche abilità che i bambini sviluppano prima di essere in grado di capire in pieno e di saper usare la formula di moltiplicazione.

Piaget ha indagato aspetti diversi della conservazione di sostanze, peso e volume e secondo lui il bambino comprende il concetto di densità prima di comprendere quello di conservazione del volume, infatti, l'ordine seguito da un bambino di 10-12 anni secondo lui è il seguente: conservazione di quantità, conservazione di peso e in fine conservazione del volume .

Piaget distinse due aspetti principali della conservazione del volume. La prima è la conservazione del volume interno [25] e la seconda è la conservazione di volume occupato definito in relazione ai dintorni dell'oggetto nello spazio.

Nel 1960 Lunzer ha identificato un terzo aspetto della conservazione, la conservazione di volume di dislocamento ovvero l'equivalenza delle quantità d'acqua spostata da volumi uguali ma dissimili.

Ricerche hanno dimostrato che i bambini per comprendere il concetto di volume devono eseguire un passo alla volta lungo il percorso d'apprezzamento degli aspetti visibili ed esterni dell'oggetto.

[22] Due volumi sono identici se il prodotto moltiplicativo degli elementi o delle lunghezze, secondo le tre dimensioni, è uguale.
[23] All'interno di un ambiente formato da altri oggetti.
[24] Bisogna tuttavia tener presente che le considerazioni lineari hanno nella rappresentazione un ruolo assai più importante che nella percezione ed i volumi sono contenuti da superfici e queste ultime delimitate da linee.
[25] Il volume è definito come confine di un oggetto.

Il concetto di volume e la sua misurazione in termini d'unità cubiche, l'uso della formula di moltiplicazione e la conservazione del volume sono contenuti nei curriculum di quinta elementare.

Sulla base di assunti teorici, è stata eseguita a Cipro con 90 bambini di scuola elementare dell'età di 10-12 anni una ricerca basata su esercizi di misurazione e conservazione del volume. Fra i risultati principali è emerso che il concetto di volume viene acquisito tramite il completamento di specifiche attività, eseguite in progressivo ordine di difficoltà. Inoltre, i semplici compiti che richiedono abilità individuali devono precedere compiti più complessi che richiedono una sequenza di abilità individuali. E' stato anche constatato che i bambini imparano prima se le informazioni sono presentate con dei modelli significativi come ad esempio attività interdisciplinari che danno allo studente la possibilità di prendere parte attivamente ai propri processi di acquisizione.

3.2.1 Attività introduttive per la conservazione e misurazione del volume

L'attività iniziale può richiedere ai bambini di impegnarsi in un problema reale. I bambini possono essere divisi in gruppi per progettare l'edificio di una nuova scuola con un determinato numero di classi.

Un pezzo di carta può rappresentare il campo per l'edificio, mentre un determinato numero di cubi possono essere usati per rappresentare le classi. Gli spazi restanti possono essere usati per campi da gioco, giardini, parcheggi, ecc. e osservazioni e conclusioni possono essere dedotte dalle forme diverse costruite con quel determinato numero di cubi dai vari gruppi. Può essere ad esempio analizzato il vantaggio/svantaggio di avere un blocco più alto di classi in modo da avere più spazio per il terreno da gioco. Dunque, mentre i bambini costruiscono il loro modellino e lo confrontano con quello degli altri gruppi, vengono a contatto con il concetto di conservazione e misurazione di volume.

Oltre ad essere divertente e creativa, questa attività può aiutare gli studenti a procedere in gruppi e ad imparare in modo graduale evitando distrazioni derivanti dall'uso di formule. Infatti, la formula di moltiplicazione per il calcolo del volume non dovrebbe essere presentata formalmente ma dovrebbe emergere naturalmente dalle esperienze fatte dai bambini attraverso attività pratiche e mediante l'utilizzo di materiale concreto. L'attività precedentemente citata richiede l'uso di materiale concreto e senza dare l'etichetta che "questa è una lezione di matematica" procede verso l'ultima tappa d'acquisizione del concetto di conservazione di volume.

3.2.2 Archimede nel suo bagno.

Archimede nacque a Siracusa nel 287 a.C. durante un periodo di dominazione da parte del tiranno Ieron. Il tiranno un giorno chiamò in causa Archimede e chiese lui di risolvere un difficile problema. Ieron aveva ordinato una corona fatta di oro ad un orefice di Siracusa ma c'era il dubbio che l'orefice non fosse un uomo onesto e Archimede doveva dunque verificare se la corona era stata costruita con oro solido o meno.

La soluzione al problema apparve inizialmente impossibile, ma Archimede non era uomo da arrendersi alle prime difficoltà; la soluzione arrivò all'improvviso quando un giorno, facendo il bagno e affondando lentamente il corpo nell'acqua fu illuminato da un'idea: infatti, si rese conto che la superficie dell'acqua nella vasca stava alzandosi mentre il suo corpo affondava. In quel momento egli pensò che se la corona fosse stata immersa nella vasca essa avrebbe dovuto innalzare la superficie dell'acqua. Mettendo da parte la corona e ripetendo l'esperimento con pezzi d'oro puro lui tentò di riportare la superficie dell'acqua al livello precedente in quanto se l'orefice fosse stato onesto la corona ed i pezzi di oro puro dovevano avere lo stesso volume. L'esperimento provò che la corona non conteneva l'ammontare corretto d'oro.

3.2.3 I suggerimenti piagettiani.

Per comprendere il concetto di conservazione di volume di dislocamento Piaget suggerisce la seguente attività: presentare al bambino un blocco ed un contenitore mezzo pieno d'acqua e chiedere a lui cosa accade quando il blocco viene immerso nell'acqua. Successivamente si chiede al bambino cosa accade se il blocco viene diviso in blocchi più piccoli costituendo un nuovo blocco (più stretto ma più alto) che viene nuovamente immerso nel contenitore.

Sulla base di ricerche fatte su bambini di quinta elementare per comprendere il concetto di volume spostato sono state identificate quattro categorie.

1) *Conservazione* (bambini C). Bambini che affermano chiaramente che il livello d'acqua sorge allo stesso livello quando i due blocchi sono immersi nel contenitore dando come motivazione che i due blocchi sono formati da un uguale numero di cubi, o che i due cubi hanno lo stesso volume o ancora che l'acqua spostata sarà precisamente la stessa perché il volume dei due blocchi è lo stesso. Chi dà la seguente risposta ha ben compreso che in una costruzione il numero dei cubi è ottenuto dalla moltiplicazione dei tre numeri che corrispondono alle tre dimensioni.

2*) Conservazione non forte* (bambini NSC). Questi bambini affermano che sorgerà lo stesso livello d'acqua, ma non sono in grado di offrire un chiarimento adeguato per giustificare la loro risposta forse perché capiscono intuitivamente ma non sono in grado di riformulare il loro pensiero in termini matematici e formali. I bambini che danno queste risposte si trovano in un livello multistructural per cui si sono già resi conto dell'organizzazione strutturale dell'oggetto.

3) *Posizione di non forte conservazione* (bambini NSCP). Questi bambini non riescono a dare come risposta che l'acqua sorgerà allo stesso livello se i due blocchi sono immersi separatamente in acqua. Inoltre, affermano che il livello dell'acqua si innalzerà di meno, chiaramente perché sono distratti dal posizionamento del secondo blocco. Le risposte date da questi bambini sono ancora legate all'aspetto visibile dell'oggetto, ma nello stesso tempo cercano di contare anche le facce invisibili dei cubi.

4) *Non conservazione* (bambini NC). Questi bambini affermano che l'acqua si innalza di più quando il secondo blocco è immerso nell'acqua. Loro giustificano tale risposta affermando che il secondo blocco è più grande del primo perché è più alto e perciò "più grande". Chiaramente non hanno acquisito il concetto di conservazione di volume e in alcuni casi nemmeno quello di volume interno. Questi bambini sono legati agli aspetti visibili dell'oggetto, alle sue caratteristiche esterne e li percepiscono come un set senza coordinazione di facce e senza organizzazione strutturale. Questo

corrisponderebbe ad un livello di risposte unistructural che prende in considerazione soltanto un aspetto dell'oggetto, "il visibile". In questo modo l'oggetto viene percepito come bi-dimensionale e non tridimensionale.

Ricerche effettuate in passato da Elkind, 1961; Towler e Wheathley, 1971; Enochs e Gabel, 1984; Campbell, Watson e Collis 1992 hanno dimostrato che bambini ed adulti hanno spesso difficoltà nel capire pienamente il concetto di volume. Tali difficoltà sono molto ben visibili nell'ultimo anno di scuola elementare e durante il periodo di transizione dalla scuola primaria alla scuola secondaria a causa della presentazione di compiti astratti per la misurazione di volumi.

Il volume sembra molto adatto per esami nell'area della matematica poiché compiti di volume nella fascia d'età esaminata possono suscitare risposte che richiedono una varietà di conoscenze matematiche e di abilità linguistiche, infatti, i bambini al termine della scuola elementare hanno già acquisito una padronanza linguistica e matematica che li rende capaci di spiegare verbalmente le risposte date ai compiti sul volume.

Questo studio conduce a concludere che ci sono specifiche abilità che i bambini sviluppano prima rispetto un uso significativo della formula di moltiplicazione. I bambini, dunque, hanno prima bisogno di venire a contatto con compiti concreti di progressiva complessità per poter acquisire il concetto di "volume".

CAPITOLO IV
La sperimentazione

Inizialmente pensavo di redigere una tesi sperimentale dal possibile titolo "Matematica e handicap". Trattandosi di una tesi sperimentale ho dovuto in primo luogo scegliere il bambino portatore di handicap da seguire durante l'anno accademico 2002/03. Il bambino in questione è un bambino audioleso con ipoacusia bilaterale come si evince dalla certificazione.

Per rendermi conto della situazione di partenza di Emanuele, le maestre mi hanno fatto visionare le prove d'ingresso e quanto fatto dal piccolo fino a quel momento (vedi allegato 4).

A partire da quel giorno, iniziai a recarmi da Emanuele tutte le settimane e giorno dopo giorno si è creato tra noi due uno stretto legame. Emanuele è un bambino iper-attivo che parla molto e si distrae facilmente, ma tutte le volte che voleva attirare la mia attenzione distendeva il braccino e mi tirava verso di lui afferrandomi per la maglia. Il nostro canale di comunicazione era dunque di tipo verbale e non, ricco di profondi sguardi (gli occhioni di Emanuele dicevano più di tante parole).

A maggio, dopo essermi resa conto del fatto che io non ero più un possibile motivo di distrazione per Emanuele e il resto della classe, in quanto i bambini mi avevano accettato come parte del gruppo, previ accordi con la maestra ho deciso di fare la seguente sperimentazione.

4.1 La situazione a didattica presentata ad Emanuele nella prima idea di tesi.

CONSEGNA: Utilizzando il materiale distribuito dalla maestra, costruire 2 cilindri (il primo unendo i lati più stretti del foglio e il secondo unendo i lati più larghi). Riempire il primo cilindro (con la pasta) e successivamente il secondo utilizzando la stessa quantità di pasta usata per il primo cilindro. Cosa è successo? La quantità di pasta utilizzata per riempire il secondo cilindro è uguale a quella utilizzata per riempire il primo? Motiva le tue risposte.

FASE 1: Distribuire il materiale: fogli di cartoncino colorato, pasta, scotch.
FASE 2: Costruire i due cilindri utilizzando il materiale a disposizione.
FASE 3: Riempire i due cilindri.
FASE 4: Commentare cosa è accaduto.
FASE 5: Commentare per iscritto.

Devo dire che l'impresa è stata più complicata del previsto poichè trattandosi di bambini di prima elementare non è stato facile per loro costruire i due cilindri, infatti, nonostante le mie indicazioni non facevano altro che dirmi "Linda non ci riesco mi aiuti?". Tutto ciò mi ha messo in imbarazzo, perché, se da un lato il mio cuore mi diceva "vai aiutali non vedi che hanno bisogno di te", dall'altro temevo di falsificare la sperimentazione. Ho dunque preferito dir a tutti i bambini di non preoccuparsi e di cercare di fare del loro meglio.

4.2 Perché ho cambiato direzione?

Analizzando attentamente quanto ciascun bambino aveva messo per iscritto è emerso che quanto scritto da Emanuele era molto simile a quanto scritto dal resto della classe (vedi allegato 1). Da lì, fatte le opportune considerazioni, mi sono resa conto che il lavoro che avevo fatto fino a quel momento era all'improvviso svanito nel nulla poiché non avendo rilevato delle differenze significative vi era ben poco da continuare ad analizzare.

Ma una cosa mi aveva colpito e riguardava l'esperienza sul volume. I processi dinamici per l'acquisizione di questo concetto risultano chiari per tutti i ragazzi? Le differenze culturali possono indurre differenti approcci all'acquisizione del concetto di volume? Ho quindi messo a punto un questionario. Esso è costituito da due parti, una prima parte intitolata "Prima della sperimentazione" e una seconda "Dopo la sperimentazione" e come indicano chiaramente i due titoli, le due parti dovranno essere compilate rispettivamente prima e dopo la sperimentazione.

Le domande che compongono ciascuna parte sono tre e sono:

1. Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B?
2. Dai una motivazione.
3. Secondo te cosa è il volume di un solido?

Le tre domande si ripetono allo stesso modo sia nella prima che nella seconda parte del questionario, con lo scopo di verificare se le risposte date dai bambini alle tre domande rimangono le stesse o variano dopo essere venuti a contatto praticamente con gli argomenti posti in questione.

4.2.1 Descrizione del campione.

Target : V elementare; III media (Istituto Madre Teresa di Calcutta).
I elementare (plesso Giuseppe Pitrè).

L'istituto Madre Teresa di Calcutta è sito in via Fiume, traversa di via Roma, nei pressi della stazione e facente parte del quartiere "Tribunali – Castellammare".

La complessità di direzione, gestione e organizzazione dei servizi è insita nella composizione dell'Istituto, con pluralità di gradi, con orari di entrata e di uscita diversi, per necessità istituzionale e funzionale. A ciò si aggiunge: a) l'instabilità del personale docente, legata alle diverse fasi dell'organico di assestamento; b) la pluralità della presenza degli alunni, che è costituita da numerosi extracomunitari con frequenza poco assidua e ritardo nella iscrizione, alcuni dei quali sono più grandi dell'età media; pochi di essi sono in grado di affrontare oralmente , in lingua italiana, la comunicazione essenziale; la maggior parte di essi è priva di alfabetizzazione della lingua italiana. Vi è da dire che il numeroso incremento di alunni stranieri, sebbene abbia trovato impreparato il corpo docente ad affrontare soprattutto il problema della inadeguata conoscenza della lingua italiana e dei comportamenti "diversi" legati ad una "diversa" cultura, ha fatto immediatamente attivare un processo di educazione interculturale, per garantire l'acquisizione delle competenze linguistico-comunicative dell'italiano come seconda lingua che garantisca un efficace inserimento sia nella scuola che nel sociale, competenze necessarie per agevolare l'integrazione e la scoperta di aspetti culturali da confrontare e valorizzare.

La scuola consta di:

- N° 11 aule scuola media;
- N° 10 aule scuola elementare;
- N° 5 aule scuola dell'infanzia, di cui 1 per la sezione comunale + N° 1 aula-mensa;
- N° 2 aule attrezzate per attività ludico-motorie;
- Laboratorio di informatica;
- Biblioteca alunni;
- Biblioteca docenti;
- Laboratorio psico – pedagogico;
- N° 3 aule per lezioni individuali di strumento musicale;
- N° 1 aula per il laboratorio scientifico;
- N° 1 aula per il laboratorio linguistico;
- N° 1 aula adibita a palestra.

Il quartiere Tribunali-Castellammare è prevalentemente commerciale, di intenso traffico stradale soprattutto nelle ore antimeridiane. Il quartiere ha subito negli anni un degrado che investe le condizioni economiche e sociali degli abitanti. Grazie al restauro di alcune abitazioni e al miglioramento sia dei servizi di trasporto e delle condizioni d'igiene ambientale si possono scorgere segni di ripresa del quartiere. Oggi infatti vi hanno sede i grossi centri amministrativi, politici, religiosi e culturali della città quali l'ARS, la Presidenza della Regione, la Provincia, il Comune, la Curia, il Palazzo Arcivescovile, le biblioteche Regionali e Comunali, presidi ospedalieri, servizi di pronto soccorso.

Nel centro storico le abitazioni sono quasi tutte fatiscenti, poche sono quelle abitabili. Il degrado delle strutture abitative ha contribuito a modificare progressivamente l'identità della popolazione a causa del graduale insediamento di persone provenienti da altre nazioni.

Nel quartiere si trova il mercato "BALLARÒ" che si configura come luogo di scambi commerciali e come sede abitativa per coloro che vi trovano la possibilità di un alloggio precario, inclusi gli extra comunitari. In questa realtà sono inseriti numerosi nuclei di altre culture e nazionalità.

Per quanto riguarda l'ambiente umano si riscontra una grande eterogeneità, ma fondamentalmente emerge la presenza di disoccupati che vivono di espedienti. Nel quartiere gli analfabeti sono ancora numerosi anche tra i giovani, a causa dell'elevato tasso di abbandono scolastico.

L'Istituto si trova ad affrontare problematiche sempre più complesse e spesso difficili da gestire dal punto di vista dell'accoglienza, della relazione e del sostegno economico e delle motivazioni culturali.

Gli elementi fin qui emersi concorrono allo sviluppo del fenomeno dell'insuccesso e della dispersione che connotano i quartieri di pertinenza come "ZONE A RISCHIO DI DISPERSIONE SCOLASTICA".

Sebbene la scuola insista su quartieri diversi, essi presentano connotazioni analoghe principalmente per quanto riguarda degrado ambientale e problemi socio-economici. I dati rilevati, spesso in maniera informale, evidenziano famiglie tendenzialmente numerose, livello d'istruzione molto basso, attività lavorative precarie o al margine della legalità, molta disoccupazione. Pochi sono gli alunni che provengono dal ceto medio e sono generalmente motivati all'apprendimento perché nelle loro famiglie la scuola è vista come strumento di crescita, oltre che di affermazione sociale. Per la maggior parte degli alunni gli interessi invece sono orientati prevalentemente verso la soddisfazione dei bisogni primari. Il non poter vivere serenamente la propria condizione di adolescenti instaura negli stessi una carenza affettiva che si manifesta sotto forma di demotivazione, aggressività, intolleranza, difficoltà a relazionarsi in una vita di gruppo, scarsa capacità di attenzione. Tutto questo si può definire "svantaggio ", nel senso di carenze esperienziali .

Conseguentemente una simile condizione si ripercuote a livello cognitivo, con modesto sviluppo delle strutture logiche e difficoltà linguistico-espressive e di apprendimento. Infatti, il dialetto è molto parlato, alcuni alunni non sanno esprimersi in lingua italiana, leggono e scrivono con difficoltà, altri non sanno né leggere né scrivere, altri ancora, come molti extracomunitari, non comprendono né parlano la lingua italiana.

La mancanza di strumenti, le difficoltà socio-economico-culturali fanno sì che il rapporto con le istituzioni e in particolare con l'istituzione scuola sia difficoltoso. Le regole non vengono accettate, non viene compreso il ruolo della scuola nella società in genere; e gli alunni in realtà si sentono esclusi da qualsiasi forma di partecipazione ad un convivere civile. Inoltre, l'ambiente culturale nel quale vivono trasmette loro tutto un modo di vita e di "sopravvivenza" che poi viene in realtà posto in discussione dalla scuola.

Tra gli alunni extracomunitari sono presenti le etnie indiana, araba e cinese; in totale sono 124 alunni di cui 41 nella scuola dell'infanzia, 49 nella scuola elementare e 34 nella scuola media. Le lingue conosciute da questi ragazzi sono arabo, cinese, indiano, inglese, francese; poco usata e a volte sconosciuta la lingua italiana. Alcuni si trovano in Italia da poco, altri, provenienti direttamente dai paesi d'origine, sconoscono la lingua italiana; altri ancora sono nati e cresciuti a Palermo, appaiono ben integrati e hanno assimilato gli aspetti positivi e negativi del luogo.

La situazione socio - economica dell'ambiente familiare degli alunni extracomunitari presenta le stesse problematiche delle famiglie degli alunni della città, con in più il problema della lingua e il diverso vissuto culturale.

Il Circolo Didattico "G. Pitrè" è sito in via Giotto e fa parte del quartiere "Malaspina". Tale quartiere presenta: ricchezza di uffici e negozi, mancanza di imprese artigiane, buona presenza di luoghi pubblici per l'aggregazione ed il tempo libero dei ragazzi ed adulti e ricchezza di strutture sportive e ricreative.

Il plesso accoglie un'utenza che, ad accezione di una piccola minoranza, appartiene ad una realtà socio culturale ed economica discretamente elevata.

La maggior parte dei genitori è costituita da impiegati, commercianti e professionisti, alcuni dei quali non risiedono nel circondario scolastico, ma vi svolgono attività lavorative.

Gli alunni sono quasi tutti ben curati fisicamente, nell'abbigliamento, nell'alimentazione, ma spesso traspaiono stereotipi legati ai modelli della TV e ai mezzi pubblicitari. Spesso per motivi di lavoro dei genitori, vengono lasciati soli, immersi nel mondo delle comunicazioni di massa che concedono poco tempo alle relazioni interpersonali e alla dimensione comunicativa.

La scuola consta di:

- N° 20 aule scuola elementare;
- N° 3 aule scuola dell'infanzia;

- N° 7 spazi interni polifunzionali;
- N° 1 palestra coperta;
- N° 1 aula medica;
- Giardino.

4.2.2 Metodologia.

Somministrazione di un questionario prima e dopo una sperimentazione che prevedeva il riempimento attraverso l'utilizzo di pasta di uno dei due cilindri dati a ciascun bambino. La fase successiva prevedeva il passaggio del contenuto da un cilindro all'altro.

Inizialmente ho spiegato loro che i due cilindri erano stati costruiti con fogli delle stesse dimensioni, ovvero che il cilindro A era stato realizzato dall'unione dei due lati più stretti del cartoncino, mentre il cilindro B era stato realizzato dall'unione dei due lati più lunghi.

4.2.3 Analisi dei dati.

Da quanto ho avuto modo di constatare attraverso l'analisi dei questionari somministrati non vi sono sostanziali differenze tra i bambini italiani e i bambini di culture diverse. Mentre delle differenze sono emerse in concomitanza all'età, infatti, i bambini di V° elementare sono stati più bravi dei ragazzi di III° media (vedi allegato 2). Ciò è emerso chiaramente dal fatto che al questionario somministrato prima della sperimentazione, i bambini più piccoli, hanno risposto alla prima domanda "Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B?" quasi tutti in maniera corretta, a differenza dei ragazzi più grandi che hanno risposto quasi tutti in maniera errata.

Da ciò desumo che i bambini più piccoli hanno riflettuto, ragionato e sono andati oltre quelle che erano state le mie parole "i due cilindri sono stati costruiti con fogli delle stesse dimensioni", mentre i ragazzi più grandi, a mio parere, non hanno fatto nessun ragionamento prendendo le mie parole come un dato di fatto e ciò li ha portati a dare delle risposte errate.

4.2.3.1 Analisi qualitativa I° elementare.

Trattandosi di bambini che hanno imparato a leggere e scrivere da poco, per loro non è stato semplice mettere per iscritto l'esperienza che hanno vissuto insieme a me durante la costruzione dei due cilindri.

Dalla elaborazione dei loro elaborati è emerso che molti di loro si sono limitati a descrivere l'esperienza vissuta tramite l'elencazione dei passaggi che in qualche modo avevano attirato la loro attenzione durante la costruzione dei due cilindri. Ad esempio:

Marco. Oggi la maestra Linda ha preparato due tondi uno grande e uno piccolo, poi due rettangoli e noi con il rettangolo abbiamo fatto il cilindro.

Cristina. Abbiamo costruito due cilindri di cartone e dopo abbiamo chiuso con un pezzo di foglio rotondo uno grande e uno piccolo e poi abbiamo versato la pasta nel cilindro più corto. Poi abbiamo versato la pasta in quello più lungo e abbiamo scoperto che il cilindro quello più piccolo che c' era più pasta.

Giovanna. Abbiamo fatto un cartoncino. Io ho avuto quello arancione e ho messo lo scotc e un foglio uno grande e uno piccolo e ho messo pure lo scots e alla fine ho messo la pasta e abbiamo parlato di questo lavoretto bello.

Altri bambini anche se in minoranza mi sono sembrati sulla "retta via" hanno, infatti, utilizzato degli indicatori semantici come tozzo, pacchione per giustificare a loro modo il fatto che il volume del cilindro A era più grande del volume del cilindro B (vedi allegato 2).

4.2.3.2 Analisi qualitativa V° elementare.

Prima di poter somministrare i protocolli ai bambini, la maestra che in quel momento era in aula ha voluto visionarli. La maestra in questione era proprio colei che si occupava dell'ambito logico-matematico, così, guardandomi fisso negli occhi mi disse che era inutile somministrare quei protocolli ai suoi bambini, non perché non avevano le capacità necessarie ma perché per questioni di tempo non era stato affrontato il concetto di volume.

Mi sono dunque trovata un po' in difficoltà, perché dopo questa affermazione mi aspettavo dei risultati disastrosi da quei bambini che forse non avevano nemmeno sentito pronunciare la parola volume. Ma se da un lato una parte di me diceva prendi tutto e vai via perché perdi solo tempo, l'altra che è quella che ha prevalso ha ben deciso di provarci ugualmente.

Durante la sperimentazione non riuscivo a capire bene come stessero andando le cose perché c'erano bambini che mi chiamavano da destra, altri da sinistra, e a tutto ciò si aggiungeva la pasta utilizzata per la sperimentazione che iniziava a cadere giù dai banchi.

Una volta tornata a casa ho subito dato una prima lettura ai vari protocolli e al di là di ogni mia previsione i bambini avevano risposto abbastanza bene. Già nel primo protocollo (prima della sperimentazione) quasi tutti i bambini hanno risposto correttamente dicendo appunto che il volume del cilindro A era più grande di quello del cilindro B.

Tutto ciò, mi ha portato a pensare, che la consapevolezza di non sapere può aiutare a riflettere in questo caso per cercare di arrivare ad una conclusione esatta.

4.2.3.3 Analisi qualitativa III° media.

Partendo dal presupposto che ragazzi di terza media hanno affrontato il concetto di volume ho facilmente effettuato la mia sperimentazione aspettandomi nello stesso tempo dei risultati soddisfacenti per almeno l'80 % di loro, ma, ancora una volta, i risultati sono andati al di là di ogni mia previsione. Infatti, analizzando i protocolli mi sono resa conto che quasi tutti i ragazzi avevano risposto in modo errato. Questa discrepanza di risposte mi ha portato a pensare che la scolarizzazione incide in maniera non sempre positiva nella soluzione di problemi pratici come quello posto da me a questi ragazzi che trovandosi di fronte a due cilindri costruiti con due fogli di cartoncino delle stesse dimensioni dovevano capire se i due cilindri avevano lo stesso volume oppure se uno dei due aveva un volume maggiore.

Nel secondo protocollo, somministrato dopo la sperimentazione le cose sono andate meglio, infatti, quasi tutti hanno risposto correttamente alle prime due domande rendendosi conto proprio grazie alla sperimentazione dell'errore che avevano commesso (vedi allegato 2).

4.2.3.4 Indicatori semantici.

Indicatori semantici che mettono in evidenza il seguente comportamento:

Comparazione del cilindro con raggio più grande rispetto al cilindro con il raggio più piccolo	**Comparazione del cilindro con raggio più piccolo rispetto al cilindro con il raggio più grande**
Tozzo, pacchione, grande, robusto, largo, più largo, più grande, ampio, più grosso, più ampio, più capiente, più spazioso, maggiore, basso, più corto.	Lungo, fino, stretto, piccino, piccolo più stretto, più alto, più magro, più lungo, secco.

Indicatori semantici in bambini ITA	**Indicatori semantici in bambini EXTRA**
Grosso, piccolo, lungo, secco, più corto, più largo, più lungo, più stretto, maggiore, più grande, più robusto, più largo, più grosso, più spazioso, più capiente, più ampio, più corto, basso.	Basso, largo, lungo, magro, più grande, più largo, più lungo, più basso, grosso, magro, secco, ampio.

4.2.3 Variabili supplementari.

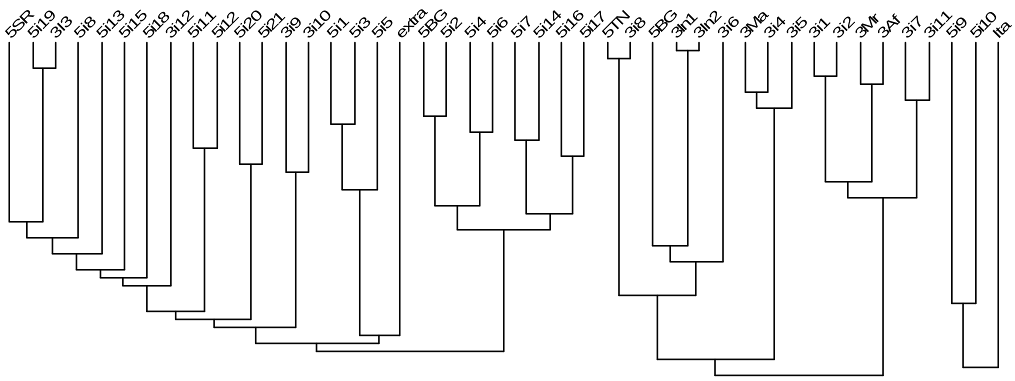
ITA	**EXTRA**
A1, B1, C2, C3, C5, C6, C8, C9, C10, Pa1,Pb1, Pb5, Pc2, Pc3, Pc5, Pc6, Pc8, Pc10.	A1, B1, C2, C6, C7, C8 Pa1, Pb1, Pb4, Pc2, Pc6, Pc8.

Descrizione ITA prima della sperimentazione	**Descrizione EXTRA prima della sperimentazione**
A1: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **B1**: Perché il cilindro A è più ampio. **C2**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un cilindro. **C3**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un solido **C5**: Capienza di un oggetto. **C6**: Sostanza che può essere contenuta all'interno. **C8**: Quantità di una sostanza. **C9**: Contenuto di un tutto. **C10**: Capacità interna.	**A1**: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **B1**: Perché il cilindro A è più ampio. **C2**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un cilindro. **C6**: Sostanza che può essere contenuta all'interno. **C7**: Contenuto di una bottiglia di acqua **C8**: Quantità di una sostanza.

Descrizione ITA dopo la sperimentazione	**Descrizione EXTRA dopo la sperimentazione**
Pa1: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **Pb1**: Perché il cilindro A è più ampio. **Pb5**: Perché tutto il contenuto del cilindro A non è entrato nel cilindro B. **Pc2**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un cilindro **Pc3**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un solido. **Pc5**: Capienza di un oggetto. **Pc6**: Sostanza che può essere contenuta all'interno. **Pc8**: Quantità di una sostanza **Pc10**:Capacità interna.	**Pa1**: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **Pb1**: Perché il cilindro A è più ampio. **Pb4**: Perché i due cilindri sono stati costruiti con fogli della stessa misura. **Pc2**: Quantità di sostanza che può essere contenuta dentro un cilindro . **Pc6**: Sostanza che può essere contenuta all'interno. **Pc8**: Quantità di una sostanza

4.2.4.1 Analisi delle similarità e analisi implicativa.

Prima della sperimentazione: Grado delle similarità



Albero delle similarità : A:\prima_traspnew1.csv

Da una prima schematizzazione riportata qui di sopra emerge chiaramente come le risposte date dai bambini di quinta elementare e dai ragazzi di terza media, prima della sperimentazione si siano suddivise in tre blocchi, distinti tra di loro.

Il primo blocco è quello maggiore in quanto ingloba: 21 bambini di quinta elementare (di cui 2 extra comunitari), 4 ragazzi di terza media e il profilo ideale di un bambino extra comunitario.

Il secondo blocco ingloba: 2 bambini di scuola elementare (entrambi extra comunitari) e 13 ragazzi di scuola media (di cui 5 extra comunitari).

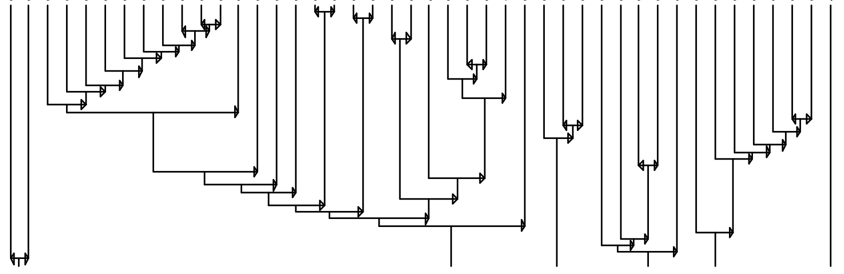
Il terzo blocco è quello minore in quanto ingloba: 2 bambini di scuola elementare e il profilo ideale di un bambino italiano.

A questo punto ritengo che i dati significativi emersi in questa prima rappresentazione siano:

1. Nel primo blocco rientrano la maggior parte dei bambini italiani (23 su 35, ovvero il 65,71 %) , dunque un significativo profilo ideale di un bambino italiano potrebbe essere quello costruito sulla base delle risposte date da questi 23 bambini.

2. Nel secondo blocco rientrano la maggior parte dei bambini extra comunitari (7 su 9, ovvero il 77,77 %), dunque un significativo profilo ideale di un bambino extra comunitario potrebbe essere quello costruito sulla base delle risposte date da questi bambini.

Prima della sperimentazione : Grado delle implicazioni gerarchiche

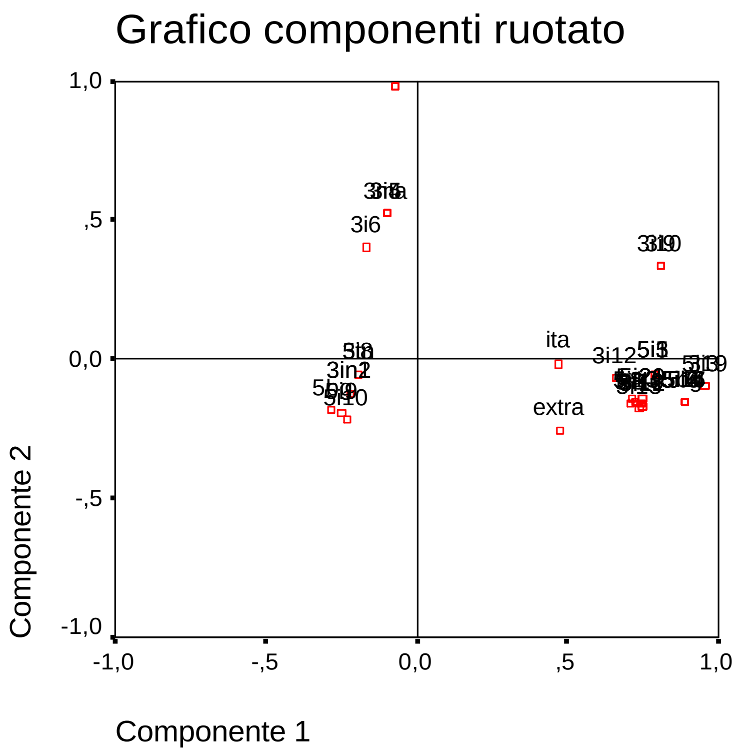


Albero coesivo : C:\Documents and Settings\Filippo Spagnolo\Desktop\prima_traspnew1.csv

Osservando attentamente la rappresentazione grafica riportata sopra con riferimento specifico alle implicazioni è possibile rilevare:

1. Le doppie implicazioni nella maggior parte dei casi si verificano tra bambini che hanno un indice di classificazione successivo, ovvero: 5I9-5I10, 5I16-5I17, 3I9-3I10, 3I4-3I5, 5I20-5I21, 5I11-5I12. Ciò mi porta a dedurre che tali implicazioni non siano determinate da una casuale analogia di risposte date al questionario, ma dal fatto probabilmente vi è uniformità di risposte tra bambini che dividono lo stesso banco.
2. Il secondo blocco è quello più cospicuo e nello stesso tempo quello che contiene il minor numero di bambini extra comunitari. Ciò mi porta un’altra volta a ritenere che attraverso l’analisi delle risposte date da questi bambini è possibile costruire un significativo profilo ideale di un bambino italiano.

4.2.4.2 Analisi fattoriale.



Il grafico riportato di sopra è la risultante dell’analisi fattoriale delle risposte date dai bambini ai questionari prima della sperimentazione. Tale analisi è stata realizzata tenendo conto di due fattori che nel caso specifico sono rappresentati dalla componente 1 e dalla componente 2, ovvero dall’asse delle ascisse e dall’asse delle ordinate.

Osservando il grafico si vede nuovamente come i bambini si siano divisi in tre gruppi principali distinti l’uno dall’altro. Il gruppo più cospicuo è quello che si trova al di sotto dell’asse positivo delle ascisse. Vicino a tale gruppo c’è il profilo ideale dei bambini italiani e quello dei bambini extra comunitari. Ciò mi porta a pensare che i due profili ideali (ita ed extra) da me costruiti sulla base delle mie esperienze, non corrispondono alle reali risposte date dai bambini, in quanto tali profili come si evince dal grafico sono due elementi distinti dai due raggruppamenti principali. Inoltre, da un'attenta analisi del grafico si può vedere come all'interno del raggruppamento situato a destra vi siano la maggior parte dei bambini italiani e nel raggruppamento a sinistra dei bambini extra comunitari[26]. Tutto ciò non fa altro che avvalorare quanto emerso dalle precedenti analisi delle similarità e analisi implicativa, ma soprattutto ciò che viene avvalorato è l'ipotesi di partenza:

H1. Gli studenti in situazioni di multiculturalità hanno differenti schemi di ragionamento correlate alla loro cultura di provenienza.

[26] Il fatto che il raggruppamento di sinistra abbia un minor numero di bambini può essere dettato dal fatto che il campione dei bambini da me analizzato conteneva una maggiore quantità di bambini italiani e una minore di bambini extra comunitari.

CAPITOLO V

Conclusioni

Riporto di seguito una tabella riassuntiva dalla quale si evincono le caratteristiche del campione da me analizzato e i risultati complessivi della sperimentazione effettuata.

	Prima della sperimentazione	**Dopo la sperimentazione**
5 ° elementare	Concezioni spontanee. Non avevano mai trattato l'argomento. Risposte corrette: 24 bambini su 28 ovvero l' 85,71 %	Risposte corrette: 28 bambini su 28 ovvero il 100 %
3° media	Ragazzi scolarizzati. Avevano Affrontato l'argomento. Risposte corrette: 4 ragazzi su 17 ovvero il 23,52 % Conoscono le formule ma non il concetto.	Risposte corrette: 15 ragazzi su 17 ovvero l' 88,23 %

A posteriori in funzione dei dati qualitativi, quantitativi, degli indicatori semantici e dell'analisi implicativa e fattoriale ho individuato delle variabili supplementari. Essi rappresentano i risultati più frequenti riscontrati nei due campioni esaminati (italiani ed extra comunitari). Queste concezioni sono state quindi classificate in due distinti profili:

ITA	**EXTRA**
A1, B1, Pa1, Pb1.	B4, Pa1, Pb1.

DESCRIZIONE ITA PRIMA DELLA SPERIMENTAZIONE	**DESCRIZIONE EXTRA PRIMA DELLA SPERIMENTAZIONE**
A1: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **B1**: Perché il cilindro A è più ampio.	**B2**: Sono uguali. **B4**: Perché i due cilindri sono stati costruiti con fogli della stessa misura.
DESCRIZIONE ITA DOPO LA SPERIMENTAZIONE	**DESCRIZIONE EXTRA DOPO LA SPERIMENTAZIONE**
Pa1: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **Pb1**: Perché il cilindro A è più ampio.	**Pa1**: Il volume del cilindro A è più grande del volume del cilindro B. **Pb1**: Perché il cilindro A è più ampio.

Osservando le ultime tre tabelle precedentemente riportate si può osservare che:

1. Prima della sperimentazione i bambini italiani (ita) hanno dato risposte diverse rispetto ai bambini extra comunitari (extra). Infatti, mentre i bambini italiani hanno risposto alla prima domanda dicendo che il volume del cilindro A era più grande di quello del cilindro B dando come motivazione il fatto che il cilindro A era più ampio, i bambini extra comunitari hanno risposto dicendo che i due cilindri avevano lo stesso volume dando come motivazione il fatto che i due cilindri erano stati costruiti con fogli delle stesse dimensioni.
2. Dopo la sperimentazione le risposte date dai bambini extra comunitari risultano uguali a quelle date dai bambini italiani.

Sulla base dell'analisi dei questionari compilati dai bambini di quinta elementare e terza media e rifacendomi alla classificazione data da Piaget ho identificato quattro categorie:

1) Bambini A. Bambini che affermano chiaramente che il volume del cilindro A è maggiore del volume del cilindro B dando come motivazione il fatto che il cilindro A ha un volume maggiore poiché anche se più basso rispetto al cilindro B presenta una circonferenza maggiore. Tale concetto è espresso dai bambini tramite gli indicatori semantici: tozzo, pacchione, più largo, più ampio ecc. Chi dà la seguente risposta ha ben compreso che nel calcolo del volume di un cilindro il raggio del cerchio influisce più dell'altezza del cilindro stesso. I bambini che danno queste risposte si trovano in un livello multistructural[27] per cui si sono già resi conto dell'organizzazione strutturale dell'oggetto.

2*)* Bambini B. Questi bambini affermano che il volume del cilindro A è maggiore al volume del cilindro B ma non sono in grado di offrire un chiarimento adeguato per giustificare la loro risposta forse perché capiscono intuitivamente ma non sono in grado di riformulare il loro pensiero in termini matematici e formali.

3) Bambini C. Questi bambini affermano che il volume del cilindro A è uguale al volume del cilindro B e danno come motivazione il fatto che entrambi i cilindri sono stati costruiti con fogli delle stesse dimensioni. Le risposte e le motivazioni date da questi bambini sono errate e ancora legate all'aspetto visibile[28] dell'oggetto.

4) Bambini D. Questi bambini affermano che il volume del cilindro B è maggiore al volume del cilindro A. Chiaramente danno una risposta e una motivazione errata, infatti, la motivazione alla loro risposta è che il volume del cilindro B è maggiore a quello del volume A perché il cilindro B è più alto e secondo loro più capiente. Questi bambini sono legati agli aspetti visibili dell'oggetto, alle sue caratteristiche esterne e li percepiscono come un set senza coordinazione di facce e senza organizzazione strutturale. Questo corrisponderebbe ad un livello di risposte unistructural[29] che prende in considerazione soltanto un aspetto dell'oggetto "il visibile". In questo modo l'oggetto viene percepito come bi-dimensionale e non tridimensionale.

Grazie ad un'attenta analisi qualitativa, quantitativa, implicativa e fattoriale dei dati posso concludere dicendo che:

---

[27] L'uso della parola "multistructural" è mutuata da Piaget ed indica l'uso di abilità individuali in sequenza per la risoluzione di compiti complessi.

[28] L'uso della parola "visibile" è mutuata da Piaget ed indica ciò che un bambino è in grado di vedere e di comprendere attraverso il semplice uso della vista. Oggi altri psicologi userebbero il termine percettivo.

[29] L'uso della parola "unistructural" è mutuata da Piaget ed indica l'uso di abilità individuali per la risoluzione di semplici compiti.

1. La scolarizzazione può incidere in maniera non sempre positiva nella soluzione di problemi pratici, che talvolta vengono compresi solo dopo la fase di sperimentazione. Infatti, i bambini di scuola elementare già prima della sperimentazione sono stati in grado di rispondere in modo corretto al questionario da me somministrato, mentre i ragazzi di scuola media per pervenire a questo risultato hanno dovuto attendere la sperimentazione.
2. Una programmazione che tenga conto della multiculturalità è senz'altro auspicabile giacché si nota che i bambini con humus culturale diverso non sempre riescono a cogliere alla stessa maniera di quelli italiani le presentazioni di concetti quali quello di volume.

Queste conclusioni sono necessariamente parziali a causa dei vari limiti della sperimentazione (numero soggetti, limitati soggetti extra, mancato raffronto con scolarizzazioni extra) e comunque penso possa essere un utile punto di partenza per sperimentazioni successive visti anche le conferme con le teorizzazioni di Piaget.

5.1 Problemi aperti

1. La matematica viene acquisita allo stesso modo sia dai bambini che dalle bambine?

2. I bambini posti dinnanzi a medesime condizioni di apprendimento daranno gli stessi risultati oppure vi possono essere delle predisposizioni verso l'ambito logico matematico che facilitano l'apprendimento e le prestazioni di alcuni bambini e non quelli di altri?

3. Quale è la nazione che grazie alle metodologie usate prepara meglio i bambini sotto l'aspetto logico matematico?

4. Nell'apprendimento della matematica quanto incide la simpatia/antipatia nei confronti dell'insegnante?

5. Un errato approccio alla matematica durante i primi anni di scuola può pregiudicare in modo definitivo le prestazioni in ambito logico matematico?

6. Bambini in situazioni di handicap più o meno gravi attraverso l'utilizzo di supporti adeguati possono raggiungere gli stessi risultati di bambini normodotati?

Bibliografia

Butter Worth B., 1999, *“Intelligenza Matematica, Vincere la paura dei numero scoprendo le doti innate della mente”*, Rizzoli, Milano.

Cutrera M., Lo Verde D., 1999, “*Aritmetica, Manuale di didattica” ,* Sigma, Palermo.

D’Ambrosio U., 2002, “*Etnomatematica”*, Pitagora, Bologna.

D’Amico A., 2002, “*Lettura, scrittura, calcolo”*, Carlo Amore, Modica.

Dehaene S., 2000, “*Il pallino della matematica*”, Saggi, Milano.

Fraire M., Rizzi A., 1993, *“Elementi di statistica”*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.

George Gheverghese J., 2000, *“C’era una volta un numero”*, il Saggiatore, Milano.

G.R.I.M., 1990, “ *Quaderni di ricerca in didattica”*, n.2, Palermo.

La Marca A., 1999, *“ Didattica e sviluppo della competenza metacognitiva”*, Palumbo, Palermo.

1996, *“La matematica e la sua didattica” ,* n.4, Pitagora, Bologna.

2002, *“International Conference. The Humanistc Renaissance in Mathematicis Education*”, Alan Rogerson, Palermo.

2001, *“La matematica e la sua didattica” ,* n.4, Pitagora, Bologna.

2002, *“L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate*”, volume 25 A, n.2

Lino S., Cocuzza S., 2022, *“I pre-requisiti per l’apprendimento della matematica”*, del Cerro, Pisa.

Piaget J., Inhelder B., Szeminska A., 1976, *“La geometria spontanea del bambino”*, Ginuti Barbera, Italia.

Piaget J., 2000, “*Lo sviluppo mentale del bambino”*, Einaudi, Torino.

15-17 novembre 2001,*“Matematica 2001”* XXII Convegno UMI-CHM, Ischia .

Rigoli A. 1995, “*Le ragioni dell’Etnostoria”*, Ila Palma, Palermo

Rigoli A. 1996, “*Storia senza Potere”*, Documenta, Palermo

Rigoli A. 1999, “*Etnostoriagrafia. Le fonti e il metodo”*, EDAS, Messina.

Riotta F.,2001, *“La scuola, l’autonomia, la ricerca”*, IRSAE Sicilia, Palermo.

Spagnolo F., 2000, *“Insegnare le matematiche nella scuola secondaria”*, La Nuova Italia, Firenze.

Vigano R., 1999, “*Pedagogia e sperimentazione*”, Vita e Pensiero, Milano.

Zanniello G., 1997, “La prepedagogicità della sperimentazione”, Palumbo, Palermo.