

## Capitolo 2. Contesto internazionale di ricerca

I lavori di ricerca relativi all'infinito matematico che saranno descritti nei capitoli 3 e 4 rientrano nell'attuale panorama della ricerca in didattica della matematica che sembra tutta tesa ad accentrare l'attenzione sul fenomeno dell'apprendimento da un punto di vista fondazionale. In questo senso, faremo riferimento a ciò che s'intende oggi per *didattica fondamentale* (Henry, 1991; D'Amore, 1999), ossia a tutto quanto concerne gli elementi di base della ricerca in didattica della matematica che traggono spunto dalle molteplici e complesse analisi del cosiddetto "triangolo della didattica" (vedi paragrafo 2.4). In questo senso forniremo una breve panoramica dei temi più salienti menzionati nei prossimi capitoli che rappresenta una riproposta di lavori di D'Amore (1999; 2002; 2003) nei quali l'autore interpreta in modo personale un percorso della didattica della matematica che condividiamo in pieno.

### 2.1 Il contratto didattico

Il primo tentativo di "definizione" dell'idea di contratto didattico è il seguente: «*In una situazione d'insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha generalmente come compito di risolvere un problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti del modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dall'allievo ed i comportamenti dell'allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico*» (Brousseau, 1980a). Questa idea è stata riconosciuta da vari studiosi di tutto il mondo ed è entrata a far parte del linguaggio condiviso dell'intera comunità internazionale fin dalla seconda metà degli anni '80 (Brousseau 1980b, 1986, Brousseau e Pères, 1981; Chevallard, 1988; Sarrazy, 1995; Schubauer-Leoni, 1996). Ovviamente, con il passare degli anni, l'idea originale di contratto didattico è stata più volte reinterpretata da vari Autori, a volte, come dichiara Sarrazy (1995), con modalità ed approcci molto diversi tra loro. Tornando all'idea originale, le "attese" di cui parla Brousseau non sono da considerarsi nella maggior parte dei casi dovute ad accordi espliciti, imposti dalla scuola o dagli insegnanti o concordati con gli allievi, ma alla concezione della scuola, della matematica, alla ripetizione di modalità (D'Amore, 1999; 2002;

2003). In questi ultimi decenni, lo studio dei vari fenomeni di comportamento degli allievi da questo punto di vista ha portato a grandi risultati, permettendo di interpretare e di chiarire molti comportamenti considerati fino a poco tempo fa inspiegabili o legati al disinteresse, all'ignoranza, o alla età immatura degli studenti (Baruk, 1985; Spagnolo, 1998; Polo, 1999; D'Amore, 1999). Questi studi hanno permesso di rivelare appunto che i bambini ed i ragazzi hanno attese particolari, schemi generali, comportamenti che nulla hanno a che fare con la matematica, ma che dipendono da motivazioni molto più complesse ed interessanti derivanti dal contratto didattico instaurato in classe (D'Amore, 1993b; D'Amore e Martini, 1997; D'Amore e Sandri, 1998). Per modificare tali comportamenti lo studente deve essere in grado di provocare una *rottura del contratto didattico* (Brousseau, 1988; Chevallard, 1988), facendosi carico personale delle sue scelte. In effetti, rompendo il contratto didattico l'allievo produce una nuova situazione che contrasta con tutte le sue attese, le sue abitudini, con tutte le clausole che sono state messe in campo fino a quel momento nelle situazioni didattiche. Per far questo, lo studente deve avere la forza di osare in prima persona, sfidando le supposte clausole del contratto e questo può avvenire solo se l'insegnante ha creato le condizioni favorevoli perché avvenga questa rottura.

## 2.2 Immagini e modelli

Nel parlare di “*immagine*” e di “*modello*” accetteremo completamente la seguente terminologia e trattazione presentata da D'Amore (1999, pag. 151; 2002; 2003):

*Immagine mentale* è il risultato figurale o proposizionale prodotto da una sollecitazione interna o esterna. L'immagine mentale è condizionata da influenze culturali, stili personali,<sup>25</sup> in poche parole è un prodotto tipico dell'individuo, ma con costanti e connotazioni comuni tra individui diversi. Essa può essere elaborata più o meno coscientemente (anche questa capacità di elaborazione dipende però dall'individuo), tuttavia l'immagine mentale è interna ed almeno in prima istanza involontaria. L'insieme delle immagini mentali elaborate (più o meno

---

<sup>25</sup> Con stile cognitivo intendiamo l'insieme delle caratteristiche personali che ciascun individuo ha e mette in opera nel processo di apprendimento in modo più o meno consapevole; queste sembrano non dipendere solo da fatti “naturali”, ma pure da stati d'essere momentanei, disponibilità, interesse e motivazione, ... Per esempio, si impara ad apprendere acusticamente o visivamente, ci si abitua ad apprendere manipolando immagini o manipolando simboli, ... (De La Garanderie, 1980; Gardner, 1993; Sternberg, 1996).

coscientemente), tutte relative ad un certo concetto, costituisce il *modello mentale* (interno) del concetto stesso.

Ossia, lo studente si costruisce un'immagine di un concetto che crede stabile e definitiva, ma ad un certo punto della sua storia cognitiva, riceve informazioni sul concetto che non sono contemplate dall'immagine che possedeva. L'allievo deve allora adeguare la "vecchia" immagine ad una nuova, più ampia, che oltre a conservare le precedenti informazioni, accolga anche le nuove, costruendosi così una nuova immagine del concetto. Questo può avvenire anche per mezzo di un *conflitto cognitivo* (vedi paragrafo 2.3) voluto dall'insegnante. Tale situazione può ripetersi più volte durante la "storia scolastica" di un allievo. Molti dei concetti della matematica sono raggiunti grazie a passaggi nel corso degli anni, da un'immagine ad un'altra più potente e si può immaginare questa successione di immagini come una specie di scala che si "avvicina" al concetto.

Ad un certo punto di questa successione di immagini, c'è un momento in cui l'immagine ottenuta "resiste" a sollecitazioni diverse e si dimostra abbastanza "forte" da includere tutte le argomentazioni e informazioni nuove che si incontrano rispetto al concetto che rappresenta.

Un'immagine di questo tipo forte e stabile, si può chiamare *modello* del concetto.

"Farsi un modello di un concetto", dunque, significa rielaborare successivamente immagini deboli e instabili per giungere ad una di esse definitiva, forte e stabile.

Si può verificare che:

- *il modello si sia formato al momento giusto* nel senso che si tratta davvero del modello corretto, proprio quello previsto per quel concetto dal sapere matematico. In questo caso, l'azione didattica ha funzionato e lo studente si è costruito il modello corretto del concetto;

oppure:

- *il modello si è formato troppo presto*, quando ancora sarebbe dovuta essere solamente un'immagine debole che necessitava di essere ulteriormente ampliata; a questo punto per l'allievo non è facile raggiungere il concetto perché la stabilità del modello è di per sé stessa un ostacolo ai futuri apprendimenti.

Cerchiamo di fornire altre chiavi di lettura utili per le interpretazioni dei prossimi capitoli. Si riserva il nome di *modello intuitivo* a quei modelli che rispondono pienamente alle sollecitazioni intuitive e che hanno dunque un'accettazione immediata forte. È in questo tipo di modello che si crea subito una corrispondenza diretta tra la situazione proposta ed il concetto matematico che si sta utilizzando. Questo modello si crea di solito come conseguenza della proposta da parte dell'insegnante di un'immagine forte e convincente di un

concetto, che diventa persistente, confermata da continui esempi ed esperienze (Fischbein, 1985, 1992). Ma non è detto che questo modello rispecchi il concetto di cui si parla; in questo caso si parla, talvolta, di *modelli parassiti*, cioè di modelli creatisi con la ripetizione, ma niente affatto auspicati (Fischbein, 1985). Esempi di modelli di questo tipo si possono trovare in D'Amore (1999).

Ciò che va precisato è che didatticamente bisognerebbe evitare che l'immagine-misconcezione (vedi paragrafo 2.3), essendo per sua stessa natura in attesa di definitiva sistemazione, si trasformi in modello; in quanto accomodare un modello parassita trasformandolo in un nuovo modello comprensivo di una diversa situazione non è affatto facile, dato che il modello è per sua stessa natura forte e stabile. Bisognerebbe quindi lasciare le immagini instabili, in attesa di poter creare modelli adatti e significativi al momento giusto, ossia quando risultano vicini al sapere matematico che si vuole raggiungere. Per evitare l'insorgere di modelli parassiti, l'insegnante dovrebbe quindi non solo non dare informazioni distorte e sbagliate in modo esplicito, ma addirittura evitare che si formino autonomamente nella mente degli allievi. Per riuscire in questo arduo obiettivo, occorre che l'insegnante possieda una solida e ricca competenza, non solo in matematica, ma anche in didattica della matematica.

### **2.3 Conflitti e misconcezioni**

Un altro argomento di studio in didattica della matematica che rientra in questa trattazione riguarda i *conflitti cognitivi* (Spagnolo, 1998; D'Amore, 1999, pag. 123; 2003). Lo studente nel tempo si costruisce un concetto e se ne fa un'immagine che può essere stata validata e rinforzata nel corso del suo curriculum scolastico da prove, esperienze ripetute, figure, esercizi risolti tanto più se valutati dall'insegnante come corretti. Questa immagine, però, può non essere adeguata rispetto ad un'altra inattesa immagine dello stesso concetto che risulta in contrasto con la precedente, proposta dall'insegnante stesso o da altri. Si crea così un *conflitto* tra la precedente immagine, che lo studente credeva definitiva, relativamente a quel concetto, e la nuova; ciò accade specialmente quando la nuova immagine amplia i limiti di applicabilità del concetto, o ne dà una versione più comprensiva. Dunque, il *conflitto cognitivo* è un conflitto "interno" causato dalla non congruenza tra due concetti o tra due immagini o tra un'immagine ed un concetto.

Alla base dei conflitti vi sono delle *misconcezioni*, cioè concezioni momentanee non corrette, in attesa di sistemazione cognitiva più elaborata e critica (D'Amore, 1999, pag. 124). Una *misconcezione* è un concetto errato e dunque costituisce genericamente un evento da evitare; essa però non va vista sempre come una situazione del tutto negativa: non è escluso che per poter raggiungere la costruzione di un concetto, si renda necessario passare attraverso una *misconcezione* momentanea, ma in corso di sistemazione. Si può notare come, almeno in taluni casi, alcune immagini possono essere delle vere e proprie *misconcezioni*, cioè interpretazioni errate delle informazioni ricevute. Chiamarle *errori* è troppo semplicistico e banale; in un certo senso, dato che anche i bambini molto piccoli hanno concezioni matematiche ingenuie ma profonde (Agli e D'Amore, 1995) ottenute empiricamente o per scambio sociale, si potrebbe addirittura pensare che tutta la carriera scolastica di un individuo, per quanto attiene la matematica, sia costituita dal passaggio da *misconcezioni* a concezioni corrette. Sembrano cioè un momento delicato necessario di passaggio, da una prima concezione elementare: ingenua, spontanea, primitiva ad una più elaborata e corretta. Esempi di conflitti e *misconcezioni* si possono trovare in D'Amore (1999).

## 2.4 Il triangolo: insegnante, allievo, sapere

Negli ultimi venti anni la ricerca in didattica della matematica ha analizzato in diversi modi e con accurati dettagli, quello che si nasconde dietro il “triangolo” che ha come “vertici”: l'allievo, l'insegnante e il sapere (Chevallard e Joshua, 1982; Chevallard, 1985; D'Amore, 1999; D'Amore e Fandiño, 2002).



Secondo quanto sostiene la *didattica fondamentale*, questo rappresenta un *modello sistemico* che serve per situare e analizzare i molteplici rapporti che si instaurano tra i tre “soggetti” che rappresentano i “vertici” del triangolo. La natura complessa del modello sistemico deriva dal

considerare contemporaneamente tutte le mutue relazioni tra i “vertici”, comprese molteplici implicazioni di varia natura.

## I “vertici”

In questo paragrafo faremo riferimento alla sintesi riportata in D’Amore e Fandiño (2002) dove si mette in evidenza come ogni “vertice” del triangolo agisca da polo:

- *il sapere* inteso come quello accademico, ufficiale, universitario, rappresenta il polo ontogenetico o epistemologico. È nei dintorni di questo vertice che si situa la teoria degli *ostacoli epistemologici* (vedi paragrafo 2.5) legati alla natura intrinseca del concetto, alla sua evoluzione o alla complessità formale delle sue strutture.
- *l’allievo* rappresenta il polo genetico o psicologico. In questo vertice si fa riferimento a progetti culturali o cognitivi personali, filtrati però dal rapporto di *scolarizzazione*<sup>26</sup> che fa sì che le esperienze personali di un soggetto apprendente non siano libere da vincoli. È nei dintorni di questo polo che si situa la teoria degli *ostacoli ontogenetici* (vedi paragrafo 2.5).
- *l’insegnante* rappresenta il polo funzionale o pedagogico. In questo vertice si fa riferimento a progetti culturali o cognitivi sui quali influiscono in modo notevole l’insieme delle attese pedagogiche (non sempre esplicite), delle credenze relative al sapere, delle convinzioni professionali, delle “filosofie implicite” (Speranza, 1992).<sup>27</sup> È nei dintorni di questo polo che si situa la teoria degli *ostacoli didattici* (vedi paragrafo 2.5), dato che è l’insegnante il responsabile delle scelte e dei progetti didattici.

---

<sup>26</sup> Riprendendo l’idea di D’Amore (1999): «Con il termine “scolarizzazione del sapere” intendo qui riferirmi a quell’atto in larga misura inconsapevole, attraverso il quale l’allievo, ad un certo punto della sua vita sociale e scolastica (ma quasi sempre nel corso della Scuola Elementare), delega alla Scuola (come istituzione) ed all’insegnante di scuola (come rappresentante dell’istituzione) il compito di selezionare per lui i saperi significativi (quelli che lo sono socialmente, per status riconosciuto e legittimato dalla noosfera), rinunciando a farsi carico diretto della loro scelta in base a qualsiasi forma di criterio personale (gusto, interesse, motivazione ... )».

<sup>27</sup> Si tratta di quelle “filosofie” che Speranza chiama “implicite”, cioè esistenti e influenti, ma non esplicitate nella pratica didattica.

## I “lati”

Sempre in D’Amore e Fandiño (2002) si commentano i “lati” che evidenziano le relazioni tra coppie di poli:

- *insegnante-allievo* che è talvolta riassunto nel verbo “*animare*” (termine che si collega alla *motivazione*, all’interesse, alla *volizione*<sup>28</sup>, ...), nel quale si possono rintracciare i seguenti due concetti:

- la *devoluzione* che rappresenta l’azione dell’insegnante verso l’allievo, che lo spinge ad implicarsi nel progetto didattico che lo riguarda; è quindi il processo o l’attività di responsabilizzazione attraverso i quali l’insegnante ottiene che lo studente impegni la sua personale responsabilità in un’attività cognitiva che diventa allora attività cognitiva dell’allievo;

- l’*implicazione* che rappresenta l’azione dell’allievo su se stesso: l’allievo accetta la devoluzione, accetta cioè di farsi carico personale della costruzione della propria conoscenza.

“*Animare*” può quindi essere interpretato come spingere all’implicazione personale, favorendo la devoluzione.

Nel complesso intreccio che c’è tra devoluzione e implicazione, si trovano le *situazioni a-didattiche*<sup>29</sup> (Brousseau, 1986) che sono quelle situazioni che realizzano il “passaggio” tra

---

<sup>28</sup> Riteniamo importante precisare la distinzione tra *motivazione* e *volizione* presentata in Pellerey (1993, pag. 1010), che riguarda nel primo caso «*la formazione delle intenzioni, cioè l’elaborazione delle ragioni che inducono a fare qualcosa*» e nel secondo caso «*il concreto voler conseguire il fine espresso dalle intenzioni*». Essere motivati a fare qualcosa, ad esempio apprendere, non significa quindi essere poi concretamente disposti a farlo, né tanto meno perseverare di fronte alle prime difficoltà o agli insuccessi. L’utilizzazione in contesto didattico di questa distinzione risale invece a D’Amore e Fandiño (2002).

<sup>29</sup> In un ambiente organizzato per l’apprendimento di un certo argomento, si ha una *situazione a-didattica* quando viene a cadere l’intenzione didattica esplicita. L’insegnante propone un’attività senza dichiararne lo scopo; lo studente sa bene che ogni attività in aula ha lo scopo di fargli costruire una conoscenza, ma in questo caso non sa quale. Se decide di partecipare all’attività, cioè se accetta di implicarsi, allora si libera dai condizionamenti “contrattuali” (vedi paragrafo 2.1) e partecipa ad un’attività a-didattica. Il docente è in questo caso solo spettatore, ovvero non implicato esplicitamente nella gestione di un sapere. L’insegnante dissimula il proprio fine didattico, dissimula la propria volontà di insegnare e ciò allo scopo di far sì che lo studente accetti la situazione cognitiva come proprio carico personale.

devoluzione ed implicazione. Il confronto dell'allievo con una *situazione didattica*<sup>30</sup> strutturata secondo precise “regole del gioco”, invece, non garantisce di per sé acquisizione di conoscenza se essa non prevede, al suo interno, il confronto dell'allievo con una situazione di tipo *a-didattica*. In questo caso è come se si interrompesse il rapporto insegnante-allievo a favore del rapporto allievo-situazione: l'allievo produce la sua conoscenza in risposta personale alle richieste del *milieu*<sup>31</sup> piuttosto che alle attese dell'insegnante. Il milieu non è “costruito” dall'insegnante, esso preesiste alla situazione didattica riferendosi piuttosto, in modo più generale, all'insieme di oggetti (mentali e concreti) che sono conosciuti dai soggetti del sistema indipendentemente dal fatto che tali oggetti intervengano, in quel momento, nel processo di acquisizione del sapere in gioco.

Gli elementi caratterizzanti questo lato sono ad esempio:

- il contratto didattico (vedi paragrafo 2.1);
- gli ostacoli didattici (vedi paragrafo 2.5);
- le relazioni pedagogiche;
- la valutazione (Fandiño Pinilla, 2002);
- la scolarizzazione;
- la devoluzione o la sua mancanza;

...

- *allievo-sapere*, caratterizzato dal verbo “*apprendere*”, dove l'attività che domina è l'*implicazione* che consente un accesso ad un “sapere personale” che verrà *istituzionalizzato* (vedi lato insegnante-sapere) dall'insegnante incentivando la costruzione della conoscenza. In questo lato si trovano le immagini che ha lo studente di scuola, di cultura, ... il suo rapporto personale specifico con la matematica e, più in generale, con l'istituzionalizzazione del sapere

---

<sup>30</sup> Si parla di *situazione didattica* quando si prende in esame un sistema educativo esplicito, per esempio la figura dell'insegnante che sta agendo come tale e che dichiara esplicitamente ai suoi allievi qual è il sapere in gioco in quel momento.

<sup>31</sup> Nell'ambito della *Teoria delle Situazioni Didattiche*, Brousseau (1989, pag. 312), anche allo scopo di delineare il carattere sistemico del suo approccio, introduce la nozione di *milieu*: «una modellizzazione, per il ricercatore, dell'ambiente e delle sue risposte pertinenti per l'apprendimento in corso. Non è che una parte della situazione (didattica). (...) Esso gioca dunque un ruolo centrale nell'apprendimento, come causa degli adattamenti (da parte dell'allievo) e nell'insegnamento, come riferimento e oggetto epistemologico».

che dipende molto dall'età, dalle esperienze pregresse, dalla famiglia, dal tipo di società in cui l'allievo vive.

Gli elementi che caratterizzano questo lato sono:

- le diverse teorie dell'apprendimento;
- il ruolo e la natura delle concezioni;
- la teoria degli ostacoli epistemologici;

...

- *insegnante-sapere* dove il verbo che domina è “*insegnare*” e le attività caratterizzanti sono: *l'istituzionalizzazione delle conoscenze* (Chevallard, 1992) e la *trasposizione didattica* (Chevallard, 1985, 1994; Cornu e Vergnioux, 1992).

L'*istituzionalizzazione delle conoscenze*<sup>32</sup> rappresenta un processo complementare alla devoluzione e all'implicazione, che avviene quando l'insegnante riconosce come sapere legittimo e spendibile nel contesto scuola il sapere acquisito con l'impegno personale dell'alunno, una volta che si sono verificate la devoluzione e l'implicazione dell'allievo.

L'attività più generale che caratterizza questo lato rappresenta la *trasposizione didattica* (Chevallard, 1985) che è intesa come il lavoro di adattamento, di trasformazione del sapere in oggetto di insegnamento in funzione del luogo, del pubblico e delle finalità didattiche che ci si pone e che risulterà fondamentale per la trattazione di questa tesi (vedi cap. 4). L'insegnante deve perciò operare una trasposizione dal *sapere* (che sorge dalla ricerca) al *sapere insegnato* (quello della pratica in aula);<sup>33</sup> in realtà, il passaggio è molto più complesso perché va dal *sapere* (quello degli esperti della disciplina che strutturano e organizzano tale sapere) al *sapere da insegnare* (quello deciso dalle istituzioni) al *sapere insegnato* (quello che l'insegnante sceglie come oggetto specifico del suo intervento didattico).

---

<sup>32</sup> Secondo Brousseau (1994): «*l'istituzionalizzazione del compito è l'atto sociale attraverso il quale il maestro e l'allievo riconoscono la devoluzione*».

<sup>33</sup> L'insegnante non è mai un individuo isolato quando estrae un elemento del sapere dal suo contesto universitario, sociale, per riambientarlo nel contesto sempre singolare e unico della propria aula; è di fatto il collettivo, l'istituzione che oggettivizza e definisce nella sua specificità il sapere scolastico, i suoi metodi, la sua razionalità. La trasposizione didattica produce allora un certo numero di effetti: semplificazione e dedogmatizzazione, creazione di artefatti o produzione di oggetti totalmente nuovi.

Il passaggio tra *sapere* e *sapere da insegnare*, è filtrato dalle scelte epistemologiche dell'insegnante che dipendono dalle sue convinzioni, dalle sue "filosofie implicite", dall'idea che ha di trasposizione didattica, dall'influenza della *noosfera*,<sup>34</sup> ...

Gli elementi caratterizzanti questo lato sono quindi le credenze dell'insegnante relative a: sapere, allievi, apprendimento, scopi dell'educazione, idea di scuola, ...

In questa analisi, il "triangolo" non ha funzione esplicativa e descrittiva dell'esperienza scolastica ma, soprattutto, metodologica: ciascun "vertice" del sistema è l'osservatore dal quale si cerca di guardare alla relazione tra gli altri due, pur nella consapevolezza che nessuno degli elementi coinvolti può essere totalmente separato dagli altri. Inoltre lo sforzo in esso implicito, è di rendere tale schema quanto più possibile comprensivo della molteplicità di fattori (o di variabili) che insistono sull'esperienza educativa intesa come esperienza problematica.

In questo modello sistemico si distinguono quindi almeno tre categorie di enti che incidono:

- *elementi* (che si identificano con i "vertici" o poli)
- *relazioni* tra elementi (che si identificano con i "lati")
- *processi* che identificano le modalità di funzionamento del sistema (es.: devoluzione, trasposizione didattica, ingegneria didattica, ...).

Su tutto il triangolo pesa poi la *noosfera* con le sue attese, le sue pressioni, le sue scelte a monte.

## 2.5 Gli ostacoli

Sappiamo quanto sia difficile che si formi un concetto; in particolare, come vedremo durante l'intera trattazione di questa tesi, quello di infinito matematico. Questo avviene perché ogni concetto, anche semplice in apparenza, è circondato da un intorno fluttuante e complesso di rappresentazioni associate che comportano molteplici livelli di formulazione e livelli di integrazione del concetto (Giordan e De Vecchi, 1987). Dunque, il primo problema è quello

---

<sup>34</sup> La *noosfera* è una sorta di zona intermedia tra il sistema scolastico (e le scelte dell'insegnante) e l'ambiente sociale più esteso (esterno alla scuola). In essa si articolano i rapporti tra i due sistemi, in un tutto unico, con i loro conflitti. La *noosfera* si potrebbe pensare come «*la cappa esterna che contiene tutte le persone che nella società pensano ai contenuti ed ai metodi di insegnamento*» (Godino, 1993).

di “ripulire” il concetto da questo alone che sembra nascondere il significato intimo ed è questo che abbiamo tentato di fare con gli insegnanti per quanto riguarda l’infinito matematico (paragrafo 4.1).

Da questo punto di vista bisogna tener presente anche gli *ostacoli* che si frappongono all’apprendimento, proposti inizialmente da Guy Brousseau (1983; 1986) e che assumono un ruolo centrale in questo lavoro di ricerca (Ferrerri e Spagnolo, 1994; Spagnolo, 1998).

Riprendendo le parole di D’Amore (1999, pagg. 209-218): *«Un ostacolo è un’idea che, al momento della formazione di un concetto, è stata efficace per affrontare dei problemi (anche solo cognitivi) precedenti, ma che si rivela fallimentare quando si tenta di applicarla ad un problema nuovo. Visto il successo ottenuto (anzi: a maggior ragione a causa di questo), si tende a conservare l’idea già acquisita e comprovata e, nonostante il fallimento, si cerca di salvarla; ma questo fatto finisce con l’essere una barriera verso successivi apprendimenti».*

Brousseau distingue tre tipi di *ostacoli*:

- di natura *ontogenetica*
- di natura *didattica*
- di natura *epistemologica*.

- L’*ostacolo ontogenetico* è legato all’allievo ed alla sua maturità. Ogni soggetto che apprende sviluppa delle capacità e delle conoscenze che sono adatte alla sua età mentale (che può essere diversa dell’età cronologica), ma per acquisire certi concetti, queste capacità e conoscenze possono essere insufficienti e costituire quindi ostacoli di natura ontogenetica; per esempio, l’allievo potrebbe avere limitazioni neurofisiologiche anche solo dovute alla sua età cronologica (Spagnolo, 1998).

- L’*ostacolo didattico* dipende dalle scelte strategiche dell’insegnante. Ogni docente sceglie un progetto, un curriculum, un metodo, interpreta in modo personale la trasposizione didattica che rispetta le sue convinzioni sia scientifiche sia didattiche. Egli crede in quella scelta e la propone alla classe perché la pensa efficace; ma quel che è efficace effettivamente per qualche studente, potrebbe non esserlo per altri. Per questi ultimi, la scelta di quel progetto potrebbe rivelarsi un ostacolo didattico. Questi tipi di ostacoli saranno al centro della trattazione di questa tesi (vedi cap. 3 e 4).

- L'*ostacolo epistemologico* dipende dalla natura stessa dell'argomento. Per esempio, quando nella storia dell'evoluzione di un concetto matematico si individua una non continuità, una frattura, cambi radicali di concezione, allora si suppone che quel concetto abbia al suo interno ostacoli di carattere epistemologico sia ad essere concepito, sia ad essere accettato dalla comunità dei matematici, sia ad essere appreso (Spagnolo e Margolinas, 1993; Spagnolo, 1998; D'Amore, 1999, pag. 213). L'infinito matematico è da questo punto di vista un esempio emblematico e la storia di questo argomento presentata nel cap. 1 ne è la testimonianza. Quest'ultimo aspetto si manifesta in errori ricorrenti e tipici di vari studenti, che si ripresentano anno dopo anno in diverse classi (vedi cap. 4); ma non solo, per quanto concerne l'infinito matematico, si possono rintracciare discontinuità anche nelle concezioni degli insegnanti (vedi cap. 3 e 4) o di chiunque non sia venuto a contatto diretto con questo argomento (Spagnolo, 1995, pagg. 10-12).