

Premessa

«La paura dell'infinito è una forma di miopia che distrugge la possibilità di vedere l'infinito attuale, anche se questo nella sua forma più alta ci ha creati e ci mantiene, e nelle sue forme secondarie di transfinito è presente intorno a noi e popola persino le nostre menti».

(Cantor G., *Gesammelte Abhandlungen*, 1932)

Le riflessioni che seguiranno si riferiscono ad un percorso di ricerca durato vari anni relativo all'infinito matematico; un argomento che ha rappresentato, e rappresenta tutt'ora, un tema affascinante che attrae molti studiosi di diverse discipline. In particolare, in ambito matematico e in didattica della matematica, l'infinito è stato trattato in diversi modi, rivelandone i passaggi storici più delicati, gli ostacoli epistemologici specifici del concetto stesso e le conseguenti difficoltà che incontrano gli studenti dei diversi livelli scolastici ad affrontare e a costruire questo argomento.

In questa ricerca abbiamo scelto di muoverci in un'ottica nuova e appassionante all'interno della didattica della matematica che punta l'attenzione sulle convinzioni degli insegnanti nei riguardi dell'infinito matematico. Inizialmente abbiamo indagato sulle misconcezioni degli insegnanti di scuola primaria sorrette da immagini mentali erronee che condizionano le loro convinzioni, di conseguenza il loro insegnamento, per poi puntare l'attenzione su quelle degli insegnanti di scuola secondaria, riscontrando così come non vi sia una sostanziale differenza tra le false credenze rilevate presso gli insegnanti dei diversi ordini scolastici.

La tesi è stata divisa in quattro capitoli tutti concernenti problematiche relative all'infinito da diversi punti di vista, ma con un unico filo conduttore comune: la didattica.

Nel primo capitolo si presenta un iter storico-critico condotto in modo cronologico che permette al lettore di evidenziare le fratture, i salti radicali di concezioni, le non continuità, che mettono in evidenza gli ostacoli di carattere epistemologico che fan sì che questo argomento sia difficile da essere concepito, accettato, appreso.

Nel secondo capitolo si propone una breve panoramica degli elementi della didattica della matematica che rientrano con forza nella trattazione di questa tesi. In particolare, abbiamo esplicitato l'ottica nella quale ci porremo, che rientra nell'attuale panorama della ricerca in

didattica della matematica di scuola francese che accentra l'attenzione sul fenomeno dell'apprendimento da un punto di vista fondazionale. In questo senso, faremo riferimento a ciò che s'intende oggi per *didattica fondamentale* (Henry, 1991; D'Amore, 1999), ossia a tutto quanto concerne gli elementi di base della ricerca in didattica della matematica che traggono spunto dalle molteplici e complesse analisi del cosiddetto "triangolo della didattica": insegnante, allievo e sapere. In particolare, mostreremo in dettaglio le chiavi di lettura fondamentali per affrontare l'analisi dei successivi capitoli.

I capitoli 3 e 4 rappresentano il lavoro di ricerca vero e proprio; nel terzo si mettono in evidenza le misconcezioni degli insegnanti di scuola primaria relative all'infinito matematico che si sono evidenziate tramite metodologie di tipo qualitativo: analisi di risposte date a questionari e discussioni successive. I risultati mostrano come l'infinito rappresenti generalmente un concetto sconosciuto gestito solo dall'intuizione e ridotto di solito banalmente ad un'estensione del finito.

Queste constatazioni hanno messo in evidenza come le grandi difficoltà rilevate nella comprensione dell'infinito matematico non siano dovute solamente ad ostacoli epistemologici, ma rafforzate e amplificate anche da ostacoli di tipo didattico derivanti dai modelli intuitivi forniti dagli insegnanti ai propri allievi che rappresentano, a loro insaputa, vere e proprie misconcezioni.

Le stesse false credenze, riportate nel capitolo 4, si sono manifestate anche tra gli insegnanti di scuola secondaria ai quali era stato chiesto di analizzare e di discutere con il ricercatore i TEPs (D'Amore, Maier, 2002) dei loro allievi, concernenti tematiche relative all'infinito.

Abbiamo così evidenziato come questo tema è risultato, fino ad ora, troppo sottovalutato soprattutto come argomento di formazione degli insegnanti ed è proprio da questa mancanza che, a nostro parere, derivano in parte le difficoltà degli studenti di scuola superiore che portano con sé convinzioni antecedenti non idonee ad affrontare le nuove situazioni cognitive. Di conseguenza, nel quarto capitolo abbiamo evidenziato come negli ultimi anni la nostra attenzione si sia indirizzata nel tentare di inibire e superare i modelli che provocano ostacoli nella mente degli insegnanti, e di conseguenza degli allievi, proponendo corsi di formazione per insegnanti che tengano conto degli aspetti intuitivi e delle peculiarità dell'infinito, oltre che dei risultati rilevati dai ricercatori in didattica della matematica. Questa formazione ha permesso agli insegnanti coinvolti di curare i concetti relativi agli insiemi infiniti, coinvolgendo gli allievi in esperienze significative e in attività che permettono di costruire immagini intuitive coerenti con la teoria degli insiemi infiniti.

Inoltre si sono proposte in quest'ultimo capitolo le varie linee di ricerca, presenti e future, verso le quali ci siamo indirizzati e che riguardano in particolare le misconcezioni degli insegnanti e degli allievi relative agli enti primitivi della geometria, analizzate da diversi punti di vista. Questa scelta, in apparenza distante dal mondo dell'infinito, deriva in realtà dalla constatazione che le misconcezioni degli insegnanti e degli allievi relative all'infinito geometrico dipendono in diversi casi da quelle riguardanti gli enti primitivi della geometria.

La sensazione che accomuna l'intera tesi è che questo lavoro di ricerca rappresenta per l'Autore solo l'inizio di un percorso del quale non si intravede la fine, rivelandosi di anno in anno sempre più ricco, profondo e variegato.