

C.d.L. Triennale in Matematica a.a. 2011/2012

Programma del corso di Geometria 3 numero crediti formativi: 6

Docente: Prof. V. Kanev

Omotopia, Gruppo fondamentale, Superfici compatte, Rivestimenti.

Connessione per archi. Componenti connessi per archi e componenti connessi – Varietà topologiche, esempi: la sfera, lo spazio proiettivo, toro. – Omotopia di applicazioni continue. Equivalenza omotopica tra spazi topologici. Dimostrazione che l'equivalenza omotopica e' relazione di equivalenza. Esempi. Retratto di deformazione. – Prodotto di archi. Omotopia di archi. Riparametrizzazione di archi. Lemma delle due partizioni di $[0,1]$.

Gruppo fondamentale. Dipendenza dal punto base. – Proprietà funtoriali del gruppo fondamentale. Omomorfismi di gruppi fondamentali associati ad applicazioni omotopiche. – Teorema di invarianza del gruppo fondamentale rispetto ad una equivalenza omotopica. Spazi semplicemente connessi. Esempi. Corollari del teorema riguardanti gli omomorfismi dei gruppi fondamentali indotti da applicazioni continue. – Rivestimenti. Esempi. Vari proprietà dei rivestimenti. Teorema di sollevamento di archi. – Teorema di unicità di sollevamento. Teorema di sollevamento di omotopia. Corollari del teorema di sollevamento di omotopia. – Il gruppo fondamentale della circonferenza. Gruppo fondamentale di prodotto cartesiano di due spazi. Esempi – Teorema di Brauer del punto fisso. Autovalori di matrici 3×3 con elementi positivi. -- Gruppo libero. Presentazione di un gruppo con generatori e relazioni. Esempi. Teorema di Seifert -van Kampen(enunciato). Corollari del teorema di Seifert - van Kampen. Il gruppo fondamentale della sfera di dimensione n . Il gruppo fondamentale del bouquet di circonferenze.

Superfici. Esempi. Somma connessa. Teorema di classificazione delle superficie compatte (enunciato). Manico. Rappresentazione poligonale della sfera con g manici. – Il gruppo fondamentale della sfera con g manici. – Sfere con g manici e loro rappresentazione poligonale. Il gruppo fondamentale di una sfera con g manici. – Nastro di Moebius. Rappresentazione poligonale della sfera con n nastri di Moebius. Il gruppo fondamentale della sfera con n nastri di Moebius. Esempio: il gruppo fondamentale del piano proiettivo.

Grado di un rivestimento. Esempi. Teorema: Criterio d'esistenza di un sollevamento. Corollario ed esempi. – Fibre di un rivestimento e sottogruppi del gruppo fondamentale dalla base. Applicazioni tra due rivestimenti. Proprietà. Criterio d'esistenza di applicazioni tra due rivestimenti. – Teorema di classificazione dei rivestimenti di uno spazio topologico (dimostrazione solo della parte di unicità'). Rivestimento universale. Classificazione dei rivestimenti della circonferenza.

Funzioni di variabile complessa

Successioni e serie di numeri complessi, Limiti e Continuità -- Sequenze e serie di funzioni complessi, convergenza puntuale e convergenza uniforme -- Test M di Weierstrass, La serie geometrica -- Funzioni olomorfe. Teorema di Abel -- Serie di Taylor. Funzioni elementari --

Condizioni di Cauchy-Riemann, Corollari -- Integrazione di funzioni a variabile complessa. Integrazione e convergenza uniforme. Formula di Green -- Teorema di Cauchy. Formula integrale di Cauchy -- Sviluppo in serie di potenze di funzioni olomorfe. Corollario: derivate delle funzioni olomorfe. -- Disuguaglianze di Cauchy. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Principio del massimo modulo. -- Zeri di una funzione olomorfa. Principio d'identità delle funzioni olomorfe -- Singolarità eliminabili. Poli. Sviluppo di Laurent -- Teorema dei residui. Calcolo di integrali tramite la formula dei residui -- Teorema della funzione inversa.

Superfici di Riemann

Carte complesse, Atlanti olomorfi, Superfici di Riemann. Sfera di Riemann.

BIBLIOGRAFIA CONSIGLIATA:

SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri

KOSNIOWSKI, C. Introduzione alla topologia algebrica, Zanichelli

LEE, J. Introduction to topological manifolds, Springer

FISHER, Stephen D. Complex variables, (30-01 H 1).

TRAPANI, Camillo. Un modulo di analisi due : equazioni differenziali ordinarie, campi vettoriali, forme differenziali e superfici, funzioni di variabile complessa, ARACNE Editrice, 2004, Coll. 26-01 K4