

C.d.L. in Matematica a.a. 2012/2013

Programma del corso Geometria 3 numero crediti formativi: 6

Docente: Prof. V. Kanev

Omotopia, Gruppo fondamentale, Superfici compatte, Rivestimenti.

Connessione per archi. Componenti connesse per archi e componenti connesse. – Varietà topologiche. Esempi: la sfera, il piano proiettivo, il toro. Proprietà di connessione. – Omotopia di applicazioni continue. Esempi. Applicazioni della circonferenza. - Equivalenza omotopica tra spazi topologici. Esempi. Retratti di deformazione. – Omotopia di archi. Prodotto di archi. Proprietà del prodotto di archi.

Gruppo fondamentale. Dipendenza dal punto base. Proprietà funtoriali del gruppo fondamentale. Omeomorfismi e retratti: condizioni necessarie per l'esistenza. - Invarianza del gruppo fondamentale per omotopie. Corollari. – Rivestimenti. Esempi. Vari proprietà dei rivestimenti. Teorema di sollevamento di archi. – Teorema di unicità di sollevamento. Teorema di sollevamento di omotopia. Teorema di monodromia. – Il gruppo fondamentale della circonferenza. Gruppo fondamentale di prodotto cartesiano di due spazi. Esempi. – Teorema di Brauer del punto fisso. Autovalori di matrici 3×3 con elementi positivi. Teorema fondamentale dell'algebra. -- Teorema di Seifert -van Kampen (dimostrazione parziale). Corollari. Gruppo fondamentale della sfera n -dimensionale. Gruppo fondamentale di bouquet di circonferenze.

Superfici compatte. Teorema di classificazione (enunciato). Manici. Rappresentazione poligonale della sfera con g manici. – Gruppo fondamentale della sfera con g manici. – Nastro di Möbius. Rappresentazione poligonale della sfera con n nastri di Möbius. Gruppo fondamentale della sfera con n nastri di Möbius.

Grado di un rivestimento. Criterio d'esistenza di un sollevamento. – Fibre di un rivestimento e sottogruppi del gruppo fondamentale dalla base. Componenti connessi di rivestimenti - Applicazioni tra due rivestimenti. Teorema di classificazione dei rivestimenti di uno spazio topologico (dimostrazione solo della parte di unicità). Rivestimento universale. Classificazione dei rivestimenti della circonferenza

Geometria Differenziale delle curve e delle superfici

Curve parametrizzate nello spazio. Campo tangente, retta tangente. Lunghezza d'arco. Riparametrizzazione a velocità unitaria. Elica circolare. – Curvatura, torsione e triedro di Frenet. Formule di Frenet. Curvatura e torsione dell'elica circolare – Apparato di Frenet di curve piane. Apparato di Frenet della circonferenza. – Legame tra gli apparati di Frenet di una curva e della sua trasformata tramite un movimento rigido. – Caratterizzazione di alcune curve tramite la curvatura e la torsione. Piano osculatore. Cerchio osculatore. Evoluta. – Formule di Frenet di curve a velocità arbitraria. Formule per la curvatura, la torsione e il triedro di Frenet di curve a velocità arbitraria. – Curvatura di curve piane a velocità arbitraria. Esempio: grafico di una funzione. Curvatura e concavità.

Superfici regolarmente parametrizzate. Grafico di una funzione. Elicoide. Superfici di livello. – Superfici di rotazione. Sfera. Toro di rivoluzione. Superfici rigate. Cilindri generalizzati. Coni generalizzati. Superfici involuppo delle tangenti. – Piano tangente. Prima forma fondamentale. Lunghezza d'arco. Angolo tra due curve. – Isometria. Isometria tra porzioni del piano e del cilindro

circolare. Distanza tra copie di punti di una superficie. – Prima forma fondamentale di superfici di rotazione. Area di una porzione di superficie. Area del toro di rivoluzione. – Applicazione di Gauss. Operatore forma. Seconda forma fondamentale. – Sezione normale. Curvatura normale e curvatura di sezione normale. – Curvature principali. Direzioni principali. Formula di Eulero. Teorema di Rodriguez. Curvature delle sezioni normali in un punto. – Curvatura Gaussiana. Curvatura media. Calcolo delle curvature tramite i coefficienti della prima e della seconda forma fondamentale. Direzioni asintotiche. Classificazione dei punti di una superficie.

BIBLIOGRAFIA CONSIGLIATA:

SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri

KOSNIOWSKI, C. Introduzione alla topologia algebrica, Zanichelli

LEE, J. Introduction to topological manifolds, Springer

Orari di ricevimento: consultare <http://math.unipa.it/~kanev/>

Materiale didattico: <http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html>