C.d.L. in Matematica a.a. 2014/2015

Programma del corso
Geometria 3
numero crediti formativi: 6

Docente: Prof. V. Kanev

Omotopia, Gruppo fondamentale, Superfici compatte, Rivestimenti.

Spazi connessi per archi, spazzi localmente connessi per archi e spazzi connessi. Varietà topologiche. Sfera, piano proiettivo, toro. Proprietà di connessione delle varietà topologiche. – Omotopia di applicazioni continue. Equivalenza omotopica tra spazi topologici. Retratti di deformazione. Esempi. – Omotopia di archi. Proprietà omotopiche del prodotto di archi.

Gruppo fondamentale. Dipendenza dal punto base. Proprietà funtoriali del gruppo fondamentale. Omeomorfismi e retratti: condizioni necessarie per l'esistenza. – Invarianza del gruppo fondamentale per omotopie. Corollari. Retratti di deformazione e gruppi fondamentali. – Rivestimenti. Esempi. Proprietà di rivestimenti. Teorema di sollevamento di archi. – Teorema di unicità di sollevamento. Inesistenza della funzione log(z). – Teorema di sollevamento di omotopia. Teorema di monodromia. Teorema di iniettività. – Il gruppo fondamentale della circonferenza. Gruppo fondamentale di prodotto cartesiano di due spazi. Esempi. – Teorema di Brauer del punto fisso. Autovalori di matrici 3 x 3 con elementi positivi. – Presentazione di un gruppo tramite generatori e relazioni. Esempi. Teorema di Seifert – van Kampen (dimostrazione parziale). – Corollari del Teorema di Seifert – van Kampen. Gruppo fondamentale della sfera n-dimensionale. Gruppo fondamentale di bouquet di circonferenze.

Superfici compatte. Teorema di classificazione (enunciato). Manici. Rappresentazione poligonale della sfera con g manici. – Gruppo fondamentale della sfera con g manici. – Nastro di Möbius. Rappresentazione poligonale della sfera con n nastri di Möbius. Gruppo fondamentale della sfera con n nastri di Möbius.

Grado di un rivestimento. Esempi. Proprietà di rivestimenti di spazzi localmente connessi per archi – Criterio d'esistenza di sollevamento. – Rami della funzione log(z). – Fibre di un rivestimento e sottogruppi del gruppo fondamentale dalla base. Rivestimenti della circonferenza. – Applicazioni tra due rivestimenti. Teorema di classificazione dei rivestimenti di uno spazio topologico. - Rivestimento universale. Classificazione dei rivestimenti della circonferenza. Classificazione dei rivestimenti di C-{0}.

Geometria differenziale delle curve e delle superfici

Curve parametrizzate nello spazio. Regolarità. Riparametrizzazione. Lunghezza d'arco. Riparametrizzazione a velocità unitaria. Elica circolare. – Curvatura, torsione e triedro di Frenet. Formule di Frenet. Curvatura e torsione dell'elica circolare. – Curvatura, riferimanto mobile e formule di Frenet di curve piane. Esempio: circonferenza orientata. – Apparato di Frenet di una curva e della sua trasformata tramite un movimento rigido. – Caratterizzazione di alcune curve tramite la curvatura e la torsione. Piano osculatore. Cerchio osculatore. Evoluta. – Triedro di Frenet, curvatura e torsione di curve a velocità arbitraria. – Curvatura di curve piane a velocità arbitraria. Curvatura del grafico di una funzione. Curvatura e concavità.

Superfici regolarmente parametrizzate. Curve coordinate. Grafico di una funzione. Elicoide. Superfici di livello. – Superfici di rotazione. Sfera. Toro di rivoluzione. Superfici rigate. Cilindri generalizzati. Coni generalizzati. Superfici inviluppo delle tangenti ad una curva. – Piano tangente.

Prima forma fondamentale. Lunghezza d'arco e angolo di/tra curve tracciate su una superficie. – Isometria. Isometria del cilindro circolare con porzione del piano. Prima forma fondamentale di superfici di rotazione. Area di una porzione di superficie. Area del toro di rivoluzione. – Applicazione di Gauss. Derivata direzionale. Operatore forma. Seconda forma fondamentale. – Sezione normale. Curvatura normale e curvatura di sezione normale. – Curvature principali. Direzioni principali. Formula di Eulero. Teorema di Rodriquez. – Curvatura Gaussiana. Curvatura media. Calcolo delle curvature tramite i coefficienti della prima e della seconda forma fondamentale. Direzioni asintotiche. Classificazione dei punti di una superficie.

BIBLIOGRAFIA CONSIGLIATA:

Gruppo fondamentale:
SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri.
KOSNIOWSKI, C. Introduzione alla topologia algebrica, Zanichelli.
LEE, J. Introduction to topological manifolds, Springer.

Geometria Differenziale
SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri.
ABATE M., TOVENA F., Curve e superfici, Springer 2006.

Orari di ricevimento: http://math.unipa.it/~kanev/
Materiale didattico: http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html
Esito delle prove scritte: http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html