

## C.d.L. in Matematica a.a. 2016/2017

### Programma del corso

### Geometria 3

numero crediti formativi: 6

Docente: Prof. V. Kanev

#### **Curve algebriche piane.**

Polinomi di più variabili. Polinomi irriducibili. Esempi. Principio d'identità. Polinomi omogenei. – Risultante di due polinomi. Zeri comuni di due polinomi – Discriminante. Risultante di due polinomi omogenei. – Curve piane affini e proiettive. Teorema di Bézout. – Molteplicità d'intersezione di una curva piana e di una retta in un punto. Teorema di Bézout nel caso di intersezione di una curva e una retta. Confronto delle molteplicità d'intersezione nel caso proiettivo e nel caso affine. – Molteplicità di una curva in un punto. Punti semplici. Curve affini: criterio di semplicità tramite derivate. Rette tangenti. – Punti semplici e rette tangenti di curve proiettive. – Punti singolari della curva  $y^2 = x^3 + ax + b$ . Punti singolari di curve irriducibili. – Tangenti principali ad un punto singolare. Asintoti. – Punti di flesso. Hessiano. – Classificazione delle cubiche irriducibili singolari. – Forma normale di Legendre e forma normale di Weierstrass di cubiche proiettive non singolari. L'invariante J.

#### **Geometria differenziale delle curve e delle superfici**

Curve parametrizzate nello spazio. Regolarità. Riparametrizzazione. Lunghezza d'arco. Riparametrizzazione a velocità unitaria. Elica circolare. – Curvatura, torsione, triedro di Frenet e formule di Frenet di curve a velocità unitaria. Curvatura e torsione dell'elica circolare. – Curvatura, riferimento mobile e formule di Frenet di curve piane a velocità unitaria. Esempio: circonferenza orientata. – Apparato di Frenet di una curva e della sua trasformata tramite un movimento rigido. – Teorema fondamentale della teoria locale delle curve nello spazio – Caratterizzazione di alcune curve tramite la curvatura e la torsione. Piano osculatore. Cerchio osculatore. Evoluta. – Triedro di Frenet e formule di Frenet di curve a velocità arbitraria. Relazione tra i campi derivati e i campi tangente e normale di una curva. – Curvatura e torsione di curve a velocità arbitraria. – Curvatura di curve piane a velocità arbitraria. Curvatura del grafico di una funzione. Curvatura e concavità.

Superfici regolarmente parametrizzate. Curve coordinate. Grafico di una funzione. Superfici di livello. – Superfici di rotazione. Sfera. Toro di rivoluzione. Superfici rigate. Cilindri generalizzati. Coni generalizzati. Superfici involuppo delle tangenti ad una curva. – Piano tangente. Prima forma fondamentale. Lunghezza d'arco e angolo tra curve tracciate su una superficie. – Isometria. Isometria del cilindro circolare con porzione del piano. Prima forma fondamentale di superfici di rotazione. Area di una porzione di superficie. Area del toro di rivoluzione. – Applicazione di Gauss. Derivata direzionale. Operatore forma. Seconda forma fondamentale. – Sezione normale. Curvatura normale e curvatura di sezione normale. – Curvature principali. Direzioni principali. Formula di Eulero. Teorema di Rodriguez. – Curvatura Gaussiana. Curvatura media. Calcolo delle curvature principali e delle direzioni principali. Direzioni asintotiche. Classificazione dei punti di una superficie.

#### **BIBLIOGRAFIA CONSIGLIATA:**

SERNESI, E. Geometria 1, Bollati Boringhieri.

HULEK, K. , Elementary Algebraic Geometry, Amer. Math. Soc., Student Math. Library Vol.20

SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri.

ABATE M., TOVENA F., Curve e superfici, Springer 2006.

Orari di ricevimento e avvisi: <http://math.unipa.it/~kanev/>

Materiale didattico: <http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html>

Esito delle prove scritte: <http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html>