

C.d.L. in Matematica a.a. 2021/2022

Programma del corso

Geometria 3

numero crediti formativi: 6

Docente: Prof. V. Kanev

Curve algebriche piane.

Polinomi di più variabili. Polinomi irriducibili. Esempi. Principio d'identità. Polinomi omogenei.
– Risultante di due polinomi. Zeri comuni di due polinomi – *Discriminante. Risultante di due polinomi omogenei.* – *Curve piane affini e proiettive. Componenti irriducibili. Trasformate affini/proiettive. Proprietà affini delle curve affini, proprietà proiettive delle curve proiettive. Chiusura proiettiva.* – Teorema di Bézout. – *Curve aventi infiniti punti in comune. Corollario: condizione sufficiente affinché due curve abbiano una componente in comune* – Molteplicità d'intersezione di una curva piana e di una retta in un punto (caso proiettivo e caso affine). Teorema di Bézout nel caso d'intersezione di una curva proiettiva e di una retta proiettiva. – *Confronto delle molteplicità d'intersezione nel caso proiettivo e nel caso affine. Invarianza della molteplicità d'intersezione rispetto alle trasformate proiettive.* – Molteplicità di una curva in un punto. Punti semplici. Curve affini: criterio di semplicità tramite derivate. Rette tangenti. – Punti semplici e rette tangenti di curve proiettive. – Punti singolari della curva $y^2 = x^3 + ax + b$. Punti singolari di curve irriducibili. – Tangenti principali a un punto singolare. Proprietà affini delle curve associate ai punti singolari. Asintoti. Proprietà affini delle curve affini associate agli asintoti – *Classificazione dei punti singolari* – Punti di flesso. Hessiano e punti di flesso. Esistenza di flessi e il numero dei flessi – Classificazione delle cubiche irriducibili singolari. – Forma normale di Legendre e forma normale di Weierstrass delle cubiche proiettive non singolari. – Classificazione delle cubiche proiettive non singolari. L'invariante J.

Geometria differenziale delle curve e delle superfici

Curve parametrizzate nello spazio. Regolarità. Riparametrizzazione. Lunghezza d'arco. Riparametrizzazione a velocità unitaria. Elica circolare. – Curvatura, torsione, triedro di Frenet e formule di Frenet di curve a velocità unitaria. Curvatura e torsione dell'elica circolare. – *Curvatura, riferimento mobile e formule di Frenet di curve piane a velocità unitaria. Esempio: circonferenza orientata.* – Apparato di Frenet di una curva e della sua trasformata tramite un movimento rigido. – Teorema fondamentale della teoria locale delle curve nello spazio. – *Teorema fondamentale della teoria locale delle curve nel piano*. – Caratterizzazione di alcune curve tramite la curvatura e la torsione. Piano osculatore. Cerchio osculatore. Evoluta. – Apparato di Frenet e formule di Frenet di curve a velocità arbitraria. Relazione tra i campi derivati e i campi tangente e normale di una curva. – Curvatura e torsione di curve a velocità arbitraria. – *Curvatura di curve piane a velocità arbitraria. Curvatura del grafico di una funzione. Curvatura e concavità.*

Superfici regolarmente parametrizzate. Curve coordinate. Grafico di una funzione. Superfici di livello. – Superfici di rotazione. Sfera. Toro di rivoluzione. Superfici rigate. Cilindri generalizzati. Coni generalizzati. Superfici involuppo delle tangenti a una curva. – Piano tangente. Prima forma fondamentale. Lunghezza d'arco e angolo tra curve tracciate su una superficie. – *Isometria. Isometria del cilindro circolare con porzione del piano. Prima forma fondamentale di superfici di rotazione. Area di una porzione di superficie. Area del toro di rivoluzione.* – Applicazione di Gauss. Derivata direzionale. Operatore forma. Seconda forma fondamentale. – Sezione normale. Curvatura normale e curvatura di sezione normale. – Curvature principali. Direzioni principali. Formula di Eulero. Teorema di Rodriguez. – Curvatura Gaussiana. Curvatura media. Calcolo delle curvature principali e delle direzioni principali. Direzioni asintotiche. Classificazione dei punti di

una superficie.

*N.B. Le parti del programma circondate con * non saranno chieste all'esame con dimostrazioni, bisogna sapere le definizioni e i vari enunciati.*

BIBLIOGRAFIA CONSIGLIATA:

SERNESI, E. Geometria 1, Bollati Boringhieri.

HULEK, K. , Elementary Algebraic Geometry, Amer. Math. Soc., Student Math. Library Vol.20

SERNESI, E. Geometria 2, Bollati Boringhieri.

ABATE M., TOVENA F., Curve e superfici, Springer 2006.

Orari di ricevimento e avvisi: <http://math.unipa.it/~kanev/>

Materiale didattico: <http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html>

Esito delle prove scritte: <http://math.unipa.it/~kanev/didattica.html>