

# C.d.L. Specialistica in Matematica

a. a. 2009/2010

## Geometria Algebrica

Docente: Prof. V. Kanev

### Parte 1<sup>o</sup>

#### Insiemi algebrici affini.

Anelli noetheriani. Teorema di Hilbert della base. -- Ideali primi e ideali massimali. Nilradicale. -- Insiemi algebrici affini. Topologia di Zariski. Ideali e insiemi algebrici affini. -- Irreducibilità di spazi topologici, insiemi algebrici affini irriducibili e ideali primi. -- Spazi topologici noetheriani. Teoremi di scomposizione in unione di spazi irriducibili. -- Teorema di Hilbert degli zeri. Corollari. -- Algebre di funzioni polinomiali. Corrispondenza tra le proprietà di un insieme algebrico affine e la sua algebra di funzioni polinomiali. -- Applicazioni polinomiali, composizione, isomorfismo. -- Applicazioni dominanti. Immersioni chiuse. -- Funzioni razionali. Dominio di una funzione razionale.

#### Insiemi algebrici proiettivi.

Insiemi algebrici proiettivi. Ideali omogenei. -- Topologia di Zariski su  $P^n$ . Insiemi quasi proiettivi. -- Teorema degli zeri proiettivo. Ipersuperfici proiettive. -- Omeomorfismi di  $A^n$  con gli insiemi quasi proiettivi  $A_i^n$ . Corollari.

### Parte 2<sup>o</sup>

#### Varietà algebriche.

Anelli di frazioni. -- Assiomi di regolarità. Fasci di funzioni. -- Fascio delle funzioni regolari su insiemi algebrici affini. Il caso di insiemi irriducibili. -- Aperti principali. Funzioni regolari su aperti principali. -- Spazi con funzioni. Morfismi. Struttura di spazi con funzioni sui sottospazi. Proprietà dei fasci di restrizione. -- Varietà affini e varietà quasi affini. Morfismi in varietà quasi affini. Isomorfismo di aperti principali con insiemi algebrici affini. -- Varietà algebriche. Struttura di varietà algebrica su insiemi aperti e su insiemi chiusi nelle varietà algebriche -- Struttura di varietà algebrica su insiemi algebrici quasi proiettivi. Esempio: la retta proiettiva  $P^1$  -- Incollamento di fasci di funzioni. Varietà di Grassman.

#### Varietà quasi proiettive.

Prodotto cartesiano di varietà affini. Irreducibilità del prodotto. -- Prodotto cartesiano di spazi con funzioni. Criteri d'esistenza del prodotto cartesiano. -- Varietà di Segre. -- Prodotto cartesiano di varietà quasi proiettive. -- Diagonale. Grafico di un morfismo. Proprietà di separazione. -- Teorema dell'immagine di varietà proiettive. Corollari. -- Parametrizzazione delle ipersuperfici di grado  $m$  in  $P^n$ . Il luogo delle ipersuperfici riducibili. Morfismo di Veronese. -- Applicazioni del morfismo di Veronese. Esistenza di soluzioni di sistemi omogenei polinomiali.

#### Applicazioni razionali.

Applicazioni razionali -- Funzioni razionali.

#### Testi adottati:

K. Hulek, Elementary Algebraic Geometry, Amer. Math. Soc., Student Mathematical Library Vol.20

I. R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry. (14-01 I 3)

G. Kempf: Algebraic Varieties (14 P I 1)

M. F. Atiyah, I. G. Macdonald: Introduzione a l'algebra commutativa, Feltrinelli Editore, 1981. (A177 -- A178)

S. Lang, Algebra (L 37)

J. S. Milne, Algebraic Geometry, dispense (<http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ag.html>)

