

C.d.L. Magistrale in Matematica
a. a. 2012/2013
Geometria Superiore
I modulo - Geometria Algebrica
Docente: Prof. V. Kanev (kanev@math.unipa.it)

Parte 1^o

Insiemi algebrici affini.

Anelli noetheriani. Teorema di Hilbert della base. -- Ideali primi e ideali massimali. Radicale di un ideale. -- Insiemi algebrici affini. Topologia di Zariski. Ideali e insiemi algebrici affini. -- Irriducibilità di spazi topologici, insiemi algebrici affini irriducibili e ideali primi. -- Spazi topologici noetheriani. Teoremi di scomposizione in unione di spazi irriducibili. -- Teorema di Hilbert degli zeri (enunciato e dimostrazione) – Corollari del teorema degli zeri. Ipersuperfici affini -- Algebre di funzioni polinomiali. Corrispondenza tra le proprietà di un insieme algebrico affine e la sua algebra di funzioni polinomiali. -- Applicazioni polinomiali, composizione, isomorfismo. Applicazioni polinomiali e omomorfismi -- Applicazioni dominanti. Immersioni chiuse. -- Funzioni razionali. Partizione di unità. Funzioni regolari e funzioni polinomiali. Dominio di una funzione razionale.

Insiemi algebrici proiettivi.

Insiemi algebrici proiettivi. Ideali omogenei. Topologia di Zariski su \mathbf{P}^n -- Insiemi quasi proiettivi e loro proprietà topologiche. Insiemi quasi proiettivi e insiemi proiettivi e loro sottoinsiemi chiusi irriducibili --- Teorema degli zeri proiettivo. Ipersuperfici proiettive. -- Omeomorfismi di A^n con gli insiemi quasi proiettivi A_i^n . Corollari.

Parte 2^o

Varietà algebriche.

Anelli di frazioni. – Assiomi di regolarità. Fasci di funzioni. -- Fascio delle funzioni regolari su insiemi algebrici affini. Il caso di insiemi irriducibili. -- Aperti principali. Funzioni regolari su aperti principali. -- Spazi con funzioni. Morfismi. Struttura di spazi con funzioni sui sottospazi. Proprietà dei fasci di restrizione. -- Varietà affini e varietà quasi affini. Morfismi in varietà quasi affini. Isomorfismo di aperti principali con insiemi algebrici affini. -- Varietà algebriche. Struttura di varietà algebrica su insiemi aperti e su insiemi chiusi nelle varietà algebriche -- Struttura di varietà algebrica su insiemi algebrici quasi proiettivi. Funzioni regolari sulla retta proiettiva \mathbf{P}^1 . Corollari. -- Incollamento di fasci di funzioni. Atlanti. Varietà di Grassman.

Varietà quasi proiettive.

Prodotto cartesiano di varietà affini. Irriducibilità del prodotto. Proprietà universale del prodotto cartesiano – Prodotto cartesiano di spazi con funzioni. Criteri d'esistenza del prodotto cartesiano. Prodotto cartesiano di varietà algebriche. – Varietà di Segre. Prodotto cartesiano di varietà quasi proiettive. -- Varietà algebriche separate. Grafico di un morfismo. Proprietà di separazione. -- Teorema dell'immagine di varietà proiettive. Corollari. -- Parametrizzazione delle ipersuperfici di grado m in \mathbf{P}^n . Il luogo delle ipersuperfici riducibili. Morfismo di Veronese. -- Applicazioni del morfismo di Veronese. Esistenza di soluzioni non banali di sistemi omogenei polinomiali.

Applicazioni razionali.

Applicazioni razionali tra varietà algebriche. Isomorfismo birazionale. Varietà algebriche razionali. Esempi. σ – processo.

Testi adottati:

K. Hulek, Elementary Algebraic Geometry, Amer. Math. Soc., Student Mathematical Library Vol.20
I. R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry. (14-01 I 3)

G. Kempf: Algebraic Varieties (14 P I 1)

M. F. Atiyah, I. G. Macdonald: Introduzione a l'algebra commutativa, Feltrinelli Editore, 1981.
(A177 -- A178)

S. Lang, Algebra (L 37)

J. S. Milne, Algebraic Geometry, dispense (<http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ag.html>)

Orari di ricevimento (14 Gennaio - 22 Febbraio 2013): Lu, Gio ore 10:00 – 12:00

Gli orari di ricevimento saranno sospesi nei giorni 31/01/2013 e 21/02/2013.