

Lezione 3: Teoria dei giochi (Schotter, Cap. 7. Mankiw, Cap. 16)

- Definizione di gioco (di strategia): un individuo si trova in un gioco quando la sua utilità dipende non solo dalle sue azioni ma anche da quelle di un altro individuo (o di altri individui).
- Un gioco è definito dalle regole che vincolano i comportamenti dei giocatori, e che definiscono i risultati che conseguono da tali comportamenti.
- Regole: chi sono i giocatori, ruolo del caso, l'ordine delle mosse, scelte a disposizione, quali sono le informazioni a disposizione dei giocatori quando muovono, quali sono le utilità (o premi) che ciascun giocatore ottiene a seconda delle scelte effettuate da tutti i giocatori.
- Gioco in forma estesa. Riprodurre Figura 7.1(a). L'albero del gioco contiene tutti gli elementi del gioco. Ad ogni nodo dell'albero sono rappresentate le scelte di un giocatore che costituiscono i rami. Al termine di ogni sentiero nell'albero sono riportati i premi per i due giocatori corrispondenti ai possibili risultati (quattro risultati in questo caso perché ciascuno dei due giocatori ha a disposizione 2 scelte).
- Si consideri l'esempio del "gioco del sistema operativo": supponiamo che vi siano due imprese IBM e Toshiba, che devono immettere sul mercato un nuovo PC e devono decidere che sistema operativo inserire nel PC. Il problema è rendere o meno le loro macchine compatibili con quelle rivali, per esempio decidere se permettere l'utilizzo sulle proprie macchine di accessori sviluppati dalla concorrente. Dal punto di vista di ciascuna impresa, è vantaggioso che l'altra produca PC compatibili, così potrebbe vendere i propri accessori anche agli acquirenti della macchine della concorrenza. Ma ciascuna di esse preferirebbe che fosse l'altra a modificare il proprio sistema operativo (ad esempio perché nel passato hanno investito molto su quello che metterebbero nelle proprie macchine). I sistemi operativi disponibili sono DOS (preferito da IBM) e UNIX.(preferito da Toshiba).
- Il gioco si svolge in modo sequenziale: prima IBM annuncia quale sistema operativo adotterà, successivamente, nota la decisione di IBM, Toshiba annuncia la propria scelta. Le situazioni che si possono determinare sono le seguenti: 1) entrambe scelgono DOS: in questo caso IBM ha un guadagno di 600, poiché beneficia della compatibilità e può utilizzare il sistema operativo che preferisce; Toshiba ha un guadagno di 200, perché beneficia della compatibilità ma non può utilizzare il sistema operativo che preferisce. 2) entrambe scelgono UNIX: in questo caso il guadagno di IBM è di 200 e quello di Toshiba di 600. 3/4) Una sceglie DOS e l'altra sceglie UNIX: nessuna delle due beneficia della compatibilità e guadagna solamente 100.
- Gioco a informazione perfetta: ciascun giocatore, nel momento in cui deve effettuare una scelta sa esattamente le mosse degli altri giocatori fino a quel momento (cioè sa esattamente in quale nodo si trova). Esempio: un gioco sequenziale.
- Gioco a informazione imperfetta: ciascun giocatore, nel momento in cui deve effettuare una scelta non sa esattamente le mosse degli altri giocatori fino a quel momento (cioè non sa esattamente in quale nodo si trova). Esempio: un gioco simultaneo.

- Insieme informativo: indica ciò che un giocatore conosce quando deve effettuare una scelta. Nel caso del gioco sequenziale ciascun insieme informativo contiene un solo nodo (informazione perfetta), nel caso di gioco simultaneo c'è un insieme informativo che contiene due nodi (informazione imperfetta: il giocatore non conosce qual'è la scelta dell'altro e quindi in quale nodo si trova quando effettua la propria).
- Gioco in forma normale. Riprodurre Tabella 7.1. In questo caso si rappresenta una matrice che contiene i *payoffs* associati a ciascuna combinazione di strategie.
- Strategia: descrizione completa del piano d'azione di un giocatore. Nella Tabella 7.1 la IBM ha a disposizione solo due strategie, scegliere DOS o scegliere UNIX, perché successivamente non effettuerà altre mosse. La strategia di Toshiba invece consiste in un insieme di comportamenti condizionati alle scelte di IBM, che muove per prima. A ogni combinazione di strategie corrisponde un sentiero nell'albero e quindi una coppia di *payoffs* per i giocatori. Essendoci due strategie per IBM e quattro per Toshiba si hanno otto risultati possibili, a cui corrispondono i quattro punti terminali dell'albero. Ad esempio, data la strategia di IBM di scegliere DOS, con le strategie di Toshiba (DOS|DOS, DOS|UNIX) e (DOS|DOS, UNIX|UNIX) si giunge allo stesso punto terminale dell'albero, quello in cui IBM ottiene 600 e Toshiba ottiene 200.
- Equilibrio: situazione in cui nessun giocatore desidera modificare il suo comportamento, dato quello degli altri giocatori. I giocatori non hanno cioè incentivo a modificare il proprio comportamento, date le strategie a loro disposizione, quando si aspettano che gli altri giocatori non modifichino il proprio comportamento. Quando si raggiunge un equilibrio, la situazione si mantiene indefinitamente.
- Gioco non cooperativo: i giocatori non hanno la possibilità di comunicare e quindi decidere le strategie. In altre parole agiscono indipendentemente. Questo ha rilevanza per il raggiungimento dell'equilibrio: un giocatore non può concordare con altri il tenere o meno certi comportamenti.
- Nel caso del “gioco del sistema operativo”, la coppia di strategie: IBM sceglie UNIX e Toshiba sceglie (UNIX|DOS, UNIX|UNIX) costituisce un equilibrio. Data la scelta di Toshiba di scegliere (UNIX|DOS, UNIX|UNIX), la miglior risposta che può dare IBM è di scegliere UNIX, data la scelta di IBM di scegliere UNIX, la miglior risposta (in questo caso almeno tanto buona) che può dare Toshiba è (UNIX|DOS, UNIX|UNIX).
- Equilibrio di Nash: nessun giocatore decide di modificare la propria scelta strategica, data la scelta strategica dei suoi avversari.
- Formalmente: sia $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ un vettore di strategie per n giocatori e $\pi_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ il payoff del giocatore i associato a quel vettore. Il vettore $s^* = (s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$ è un equilibrio di Nash se per ogni giocatore i vale che $\pi_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq \pi_i(s_1^*, \dots, s_i', \dots, s_n^*)$ dove s_i' è una delle possibili strategie a disposizione di i . La disuguaglianza significa che il giocatore i non ha l'incentivo a modificare il proprio comportamento *quando tutti gli altri giocatori non lo modificano*. In altre parole, se si instaura s^* nessun giocatore ha individualmente l'incentivo a deviare, per cui s^* è un equilibrio (di Nash).
- Il concetto di equilibrio di Nash non ci dice però come si arriva ad un certo equilibrio ma

solamente, data una certa configurazione di scelte (e di payoff), se la stessa rappresenti un equilibrio o meno.

- Vi sono situazioni invece in cui è possibile individuare a quale equilibrio si giungerà. Uno di questi casi è quello del dilemma del prigioniero.
- Il gioco del dilemma del prigioniero (mostrare Tabella 7.16). La situazione è quella di due persone che hanno commesso un crimine e vengono arrestate sul luogo del crimine. La polizia non ha prove sufficienti per incriminarli a meno che essi non confessino. Se entrambi non confessano possono essere condannati per un crimine minore, cioè l'aver assistito al crimine, e ricevere una condanna a pochi anni di reclusione (supponiamo che il *payoff* sia pari a 6). Se uno confessa (coinvolgendo l'altro) e l'altro non confessa, il primo viene rilasciato per la sua testimonianza (*payoff* 12), mentre il secondo riceve una condanna pesante (*payoff* 2). Se entrambi confessano, ricevono attenuanti ed una condanna intermedia (*payoff* 4). Si può pensare che il *payoff* del giocatore che confessa sia maggiore quando l'altro non confessa perché in questo caso ha dato un contributo determinante alla risoluzione del caso. Quando invece uno confessa e l'altro anche, allora la confessione di ciascuno non è determinante e dunque ricevono solo attenuanti generiche e non la liberazione come premio per la confessione. L'interrogatorio si svolge in stanze separate, per cui si tratta di un gioco non cooperativo.
- In questo gioco esiste una strategia dominante: quella di confessare. Qualunque sia la scelta del compagno, per ciascun giocatore è preferibile confessare. Il risultato non è ottimale, entrambi otterrebbero un *payoff* maggiore se non confessassero. L'equilibrio (di Nash) che si instaura è un equilibrio con strategie dominanti.
- Il fatto che esistano strategie dominanti (e corrispondentemente strategie dominate) permette di individuare l'equilibrio del gioco (giocatori razionali non adotteranno mai una strategia dominata). In questo caso si dice che il gioco è risolvibile per dominanza (cioè attraverso l'eliminazione iterata delle strategie dominate).
- Giochi con molteplicità di equilibri: giochi in cui diversi vettori di strategie soddisfano la definizione di equilibrio di Nash. In questo caso non ci sono strategie dominanti.
- Esempio di gioco con molteplicità di equilibri: gioco di coordinamento. Mostrare Tabella 7.10. In questo caso vi sono due equilibri di Nash: in uno il giocatore 1 richiama e il giocatore 2 attende, nell'altro viceversa. In questo caso solo coordinandosi i giocatori possono ottenere un premio positivo.