

Rota Fortunae¹

Parte I

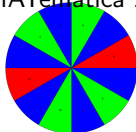
Giuseppe Sanfilippo^a Carmen Zito^b

^aDipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo
giuseppe.sanfilippo@unipa.it,

^bI.C. "Boccadifalco Tomasi di Lampedusa", Palermo
carmen.zito@istruzione.it

Palermo, 21 Ottobre 2017

GIMAT - Giornate di studio dell'Insegnante di MATEMATICA 2017



Gioco o non gioco: questo è il problema.



- ▶ Lucy: *Che senso ha giocare, quando sappiamo che perderemo? Se ci fosse almeno una probabilità di vincere su un milione, allora...*
- ▶ Charlie Brown: *Be', può non essercene una su un milione, ma sono sicuro che ce n'è almeno una su un miliardo...*
- ▶ Lucy: *Tu dici? GIOCO!*



Sommario

- ▶ A.S. 2013-2014, PON finalizzato all'ampliamento della matematica per le classi seconde della scuola primaria presso l'I. C. *Boccadifalco Tomasi di Lampedusa* di Palermo.
- ▶ Tra le varie attività realizzate: Elicitazione della probabilità e criterio della scommessa (de Finetti, 1970).
- ▶ In particolare: formulazione della probabilità mediante gradi di fiducia su eventi relativi al gioco della ruota della fortuna (Gerli, 2006) .
- ▶ Criterio della scommessa e presentazione di un gioco non equo.
- ▶ Modifica delle quote di vincita per ottenere un gioco equo.
- ▶ Per l'azione didattica proposta si può far ricorso a modalità di apprendimento cooperativo.
- ▶ Per non far apparire arida, astrusa ed inutile la matematica, si può far vedere che essa è uno strumento naturale per affrontare, analizzare e risolvere, problemi anche in situazioni di incertezza o conoscenza parziale.

Costruiamo la ruota

Costruiamo una ruota suddivisa in 12 settori circolari: 6 **BLU**, 4 **VERDE**, 2 **ROSSI**.

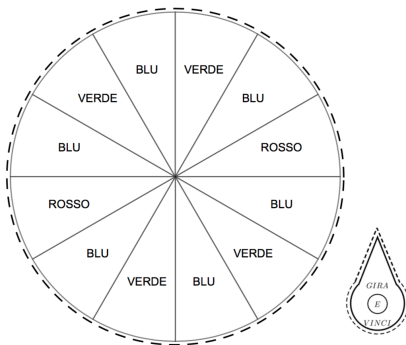


Figura: Incolla su un cartoncino sia la ruota che la freccina (eventualmente ingrandite). Colora i settori circolari con il colore corrispondente. Ritaglia la ruota e la freccina. Fai un piccolo foro sul cerchio interno della freccina e uno un pò più grande nel centro della ruota. Fissa la freccina con un fermacampione al centro della ruota.

Ecco la ruota !



Figura: Fai girare la ruota.

Vai al simulatore <http://www.unipa.it/sanfilippo/wheel>

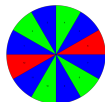
Gioco non equo

- ▶ Distribuisci dei gettoni ai partecipanti.
- ▶ Suddividi gli studenti in coppie: giocatore e banco.
- ▶ Il giocatore scommette su un colore e consegna un gettone al banco
- ▶ Scommessa

si scommette	si ricevono
1 gettone su un colore	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ gettoni, se esce il colore su cui si è scommesso,} \\ 0 \text{ gettoni, negli altri casi.} \end{array} \right.$

Tabella: Schema del gioco non equo

- ▶ Consideriamo gli eventi:
 $B = \text{"Esce il Blu"}$, $V = \text{"Esce il Verde"}$ e $R = \text{"Esce il Rosso"}$:

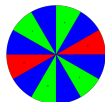


I tre casi possibili B , V , ed R sono ugualmente possibili?

- ▶ Inizialmente lo studente giocatore, di una seconda o terza classe primaria, sceglie il colore su cui scommettere senza tenere conto della suddivisione della ruota in settori circolari.
- ▶ Ad esempio, egli sceglie il colore preferito oppure ne sceglie uno a caso tra i tre.
- ▶ Immaginiamo che scelga a caso, cioè che egli valuti ugualmente probabili i tre casi possibili B , V , R , cioè, secondo l'approccio classico, egli assegna

$$P^*(B) = P^*(V) = P^*(R) = \frac{\text{caso favorevoli}}{\text{casi possibili}} = \frac{1}{3}. \quad (1)$$

- ▶ Ma siamo veramente convinti che i casi possibili considerati siano ugualmente possibili?
- ▶ La valutazione (1) si basa su una NON adeguata scelta dei casi possibili giudicati “ugualmente possibili”.



Scelta dei casi possibili ugualmente possibili

- ▶ Lo studente si può accorgere che tale valutazione non è adeguata mediante un approccio frequentista.
- ▶ Ad esempio, dopo aver effettuato un numero consistente di giri della ruota, si potrà osservare che il numero di volte in cui si presenta il colore *Blu* è ben superiore al numero di volte in cui si presenta il colore *Rosso*.
- ▶ Dalla struttura della ruota si evince che una scelta più adeguata dei casi possibili da valutare ugualmente “possibili” (cioè equiprobabili) consiste nel considerare, non i tre eventi *B*, *V* e *R*, ma i 12 settori circolari.
- ▶ Pertanto, se si considerano quest’ultimi come casi ugualmente probabili, poichè dei 12 casi possibili vi sono 6 casi favorevoli solo all’evento *B*, 4 casi favorevoli solo all’evento *V* e 2 casi favorevoli solo all’evento *R*, si hanno le seguenti probabilità:

$$P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \quad P(V) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \quad P(R) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$



Come ottenere un gioco equo?

- ▶ Inoltre, lo studente potrà non essere d'accordo sulle quote di vincita e affermare che esse dovrebbero non essere le stesse per ciascun colore su cui si può scommettere.
- ▶ Si cerca quindi di spiegare che per rendere più “onesto” il gioco occorra assegnare ad eventi “molto” probabili una vincita “bassa” e ad eventi “poco” probabili una vincita “elevata”.
- ▶ Più precisamente si dirà che per rendere il gioco *equo* le vincite dovranno essere i reciproci delle probabilità dell'evento su cui si scommette.



Gioco equo

- ▶ Pertanto, essendo $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(V) = \frac{1}{3}$ e $P(R) = \frac{1}{6}$, in un gioco equo le quote di vincita associate al colore su cui si scommette un gettone saranno: 2 per il Blu, 3 per il Verde e 6 per il Rosso. Cioè

$$Q(B) = \frac{1}{P(B)} = 2, \quad Q(V) = \frac{1}{P(V)} = 3, \quad Q(R) = \frac{1}{P(R)} = 6.$$

- ▶ Se si scommettono n gettoni le eventuali vincite vanno moltiplicate per n .

$$Q(B) = 2 \times n, \quad Q(V) = 3 \times n, \quad Q(R) = 6 \times n.$$

Vai al simulatore <http://www.unipa.it/sanfilippo/wheel>

si scommette	si ricevono (gioco equo)
1 gettone su un colore	2 gettoni, se si scommette sul Blu ed esce il Blu ,
	3 gettoni, se si scommette sul Verde ed esce il Verde ,
	6 gettoni, se si scommette sul Rosso ed esce il Rosso .
	0 gettoni, negli altri casi.

Tabella: Schema del gioco equo



Take-Home Message

- ▶ Una particolare ruota della fortuna è la roulette con 37 numeri (un numero è verde, 18 rossi e 18 neri).



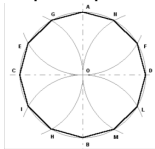
- ▶ Se si scommette sul rosso ed esce rosso si vince 2 volte la cifra pagata.
- ▶ Poichè $P(R) = \frac{18}{37}$ il gioco non è equo.
- ▶ In un gioco equo si dovrebbe vincere $\frac{37}{18} = 2,0\bar{5} > 2 = \frac{36}{18}$.
- ▶ La roulette è uno dei giochi d'azzardo "meno non equo".
- ▶ Gli altri giochi d'azzardo (lotto, superenalotto, gratta e vinci, ...) sono ancora meno equi della roulette.
- ▶ Take-home message: i vari giochi d'azzardo non sono mai giochi equi e sono sempre sfavorevoli per il giocatore.
- ▶ Al posto di dire "Ti piace vincere facile" si dovrebbe dire

Ti piace perdere facile?



Approfondimenti

- ▶ Aspetti pratici: costruzione dei settori circolari con il compasso.

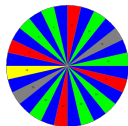


- ▶ Aspetti teorici: Vincite intere e numeri *perfetti*. $6=3+2+1$ somma dei suoi divisori propri. 12 è un multiplo di 6:

$$1 = \frac{12}{12} = \frac{6+4+2}{12} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

Vincite gioco equo (rispettivamente) 2,3, e 6.

- ▶ Il prossimo numero perfetto è $28=1+2+4+7+14$. Ruota con 5



colori. Vincite gioco equo 28, 14, 7, 4, 2.

- ▶ Aspetti teorico-pratici: codice per il simulatore al computer
- ▶ Aspetti metodologici e finalità didattico educative:....continua
Carmen Zito



Bibliografia I

de Finetti, B. (1970). *Teoria della probabilità vol.1*. Einaudi.

Gerli, L. (2006). *Mat attack*. Carlo Signorelli.

