



Università degli Studi di Palermo
Dipartimento di Ingegneria Informatica



Elaborazione di Immagini e Suoni / Riconoscimento e Visioni Artificiali 12 c.f.u.

Anno Accademico 2009/2010

Docente: ing. Salvatore Sorce

Algoritmi

Facoltà di Lettere e Filosofia



Introduzione

- L'informatica è una tra le discipline scientifiche più giovani e stimolanti
- Evoluzione continua:
 - Realtà virtuale
 - Telemedicina
 - Supercalcolatori
 - Monitoraggio ambientale
- Non sempre intuitivamente si riesce a comprendere gli argomenti che sono oggetto dell'informatica

Malintesi

- Primo malinteso
L'informatica è lo studio dei calcolatori
- Secondo malinteso:
L'informatica è lo studio di come scrivere programmi per calcolatori
- Terzo malinteso:
L'informatica è lo studio degli utilizzi e delle applicazioni dei calcolatori e del software
- Fellows and Parberry, Computing Research News, 1993:
L'informatica non riguarda i calcolatori, così come l'astronomia con i telescopi, la biologia con i microscopi e la chimica con le provette. La scienza non riguarda i dispositivi: riguarda il modo in cui li utilizziamo e ciò che scopriamo utilizzandoli



La definizione di Informatica

- Il concetto centrale nell'informatica è il concetto di *algoritmo*
- Algoritmo (da Abu Ja'far Muhammad ibn-Musa Al-Khowarizmi, 780-850 a.c.):
 - Una procedura per risolvere matematicamente un problema in un numero finito di passi, che spesso comprende ripetizioni di una operazione. In generale: un metodo passo-passo per eseguire un dato compito.
- Gibbs&Tucker, Communications of the ACM, 1986
Informatica: lo studio degli algoritmi, che comprende:
 - Le loro proprietà formali e matematiche
 - Le loro realizzazioni hardware
 - Le loro realizzazioni linguistiche
 - Le loro applicazioni



Definizione Formale di Algoritmo

- Un insieme ben ordinato di operazioni non ambigue ed effettivamente calcolabili che, eseguito, produce un risultato e termina in una quantità finita di tempo.
 - Insieme ben ordinato
 - Operazioni non ambigue e calcolabili
 - Produce un risultato
 - Termina in una quantità finita di tempo



Insieme ben ordinato

- Ordinamento delle operazioni da eseguire chiaro e non ambiguo
- Il controllo deve procedere senza ambiguità da una operazione alla successiva
 - Le operazioni sono elencate come passi numerati
 - In assenza di altra indicazione (operazioni condizionali o iterative) il controllo passa sempre al passo successivo

Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base
2. Prepara il ripieno di ciliegie
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Operazioni non ambigue e calcolabili

- Tutti i passi devono essere chiari per l'agente.
 - I passi 1 e 2 potrebbero essere chiari solo ad un pasticciere professionista.
- Una operazione non-ambigua è detta una operazione ***primitiva***
- Partendo da una prima versione dell'algoritmo, occorre verificare che tutte le operazioni coinvolte siano primitive

Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base
2. Prepara il ripieno di ciliegie
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Operazioni non ambigue e calcolabili

- Per un non professionista, il passo 1 va scomposto in un insieme di sottopassi più semplici

➤ Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base

- 1.1. *Prendi 1/3 tazza di farina*
- 1.2. *Setaccia la farina*
- 1.3. *In una terrina, miscela farina, 1/2 tazza di burro e 1/4 tazza di acqua*
- 1.4. *Spiana il composto in due basi di torta da circa 23 cm*

2. Prepara il ripieno di ciliegie

3. Versa il ripieno sulla base

4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Operazioni non ambigue e calcolabili

- Il passo 1 viene scomposto in un insieme di sottopassi più semplici
- Il passo 2 viene scomposto in una serie di sottopassi più semplici
- Tuttavia, il passo 1.2 potrebbe essere non adatto ad essere eseguito per esempio da un bambino

➤ Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base
 - 1.1. Prendi 1/3 tazza di farina
 - 1.2. Setaccia la farina
 - 1.3. In una terrina, miscela farina, 1/2 tazza di burro e 1/4 tazza di acqua
 - 1.4. Spiana il composto in due basi di torta da circa 23 cm
2. **Prepara il ripieno di ciliegie**
 - 2.1. *Versa in una terrina 100 g di ripieno di ciliegia*
 - 2.2. *Aggiungi un pizzico di noce moscata e cannella*
 - 2.3. *Mescola*
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Operazioni non ambigue e calcolabili

- Il passo 1.2 può essere ulteriormente decomposto in operazioni più elementari

➤ Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base
 - 1.1. Prendi $\frac{1}{3}$ tazza di farina
 - 1.2. Setaccia la farina**
 - 1.2.1. *Prendi un setaccio e mettilo su una terrina da due quarti di litro*
 - 1.2.2. *Versa la farina nel setaccio e gira la manovella*
 - 1.2.3. *Lascia cadere la farina nella terrina*
 - 1.3. In una terrina, miscela farina, $\frac{1}{2}$ tazza di burro e $\frac{1}{4}$ tazza di acqua
 - 1.4. Spiana il composto in due basi di torta da circa 23 cm
2. Prepara il ripieno di ciliegie
 - 2.1. Versa in una terrina 100 g di ripieno di ciliegia
 - 2.2. Aggiungi un pizzico di noce moscata e cannella
 - 2.3. Mescola
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Operazioni non ambigue e calcolabili

- In sintesi, è fondamentale arrivare ad una descrizione dell'algoritmo in primitive eseguibili da un agente di calcolo senza necessità di ulteriori istruzioni.
- Le operazioni devono poi essere effettivamente calcolabili
 - *Stampare la lista di tutti i numeri primi*
 - *Somma 1 al valore corrente di x*

➤ Preparazione di una torta di ciliegie

1. Prepara la base
 - 1.1. Prendi $\frac{1}{3}$ tazza di farina
 - 1.2. Setaccia la farina
 - 1.2.1. Prendi un setaccio e mettilo su una terrina da due quarti di litro
 - 1.2.2. Versa la farina nel setaccio e gira la manovella
 - 1.2.3. Lascia cadere la farina nella terrina
 - 1.3. In una terrina, miscela farina, $\frac{1}{2}$ tazza di burro e $\frac{1}{4}$ tazza di acqua
 - 1.4. Spiana il composto in due basi di torta da circa 23 cm
2. Prepara il ripieno di ciliegie
 - 2.1. Versa in una terrina 100 g di ripieno di ciliegia
 - 2.2. Aggiungi un pizzico di noce moscata e cannella
 - 2.3. Mescola
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti



Produce un risultato

- Gli algoritmi risolvono problemi
- Per comprendere se una soluzione algoritmica è corretta, il suo risultato deve potere essere confrontato con quello atteso.
- Se un risultato non è producibile, l'algoritmo deve produrre un messaggio di errore, attivare un allarme, o fornire una approssimazione del risultato corretto

➤ **Preparazione di una torta di ciliegie**

1. Prepara la base
2. Prepara il ripieno di ciliegie
3. Versa il ripieno sulla base
4. Cuoci in forno a 200°C per 45 minuti

➤ Risultato:

- la torta

➤ **Programmazione di un VCR**

➤ Risultato:

- il nastro col programma televisivo registrato



Termina in una quantità finita di tempo

- Il risultato deve essere prodotto dopo l'esecuzione di un numero finito di operazioni
- E' tipico causare cicli infiniti quando la condizione presente nelle operazioni iterative non si verifica mai
- Esempio:
 1. Poni $n=0$
 2. Ripeti i passi 3 e 4 mentre $n < 3$
 3. Stampa "Ciao!"
 4. $n = n - 1$
 5. Fine
- Risultato:
 - Ciao!Ciao!Ciao!Ciao!Ciao!...

- **Fare lo shampoo - I**
 1. Inumidisci i capelli
 2. Insapona
 3. Risciacqua
 4. Ripeti
- Risultato
 - Il cliente si stanca, finisce l'acqua, finisce lo shampoo?
- **Fare lo shampoo - II**
 1. Inumidisci i capelli
 2. Ripeti due volte i passi 3 e 4
 3. Insapona
 4. Risciacqua
 5. Stop. Lo shampoo è fatto



Termina in una quantità finita di tempo

- Il risultato deve essere prodotto dopo l'esecuzione di un numero finito di operazioni
- E' tipico causare cicli infiniti quando la condizione presente nelle operazioni iterative non si verifica mai
- Esempio:
 1. Poni $n=0$
 2. Ripeti i passi 3 e 4 mentre $n < 3$
 3. Stampa "Ciao!"
 4. $n = n + 1$
 5. Fine
- Risultato:
 - Ciao!Ciao!Ciao!

- **Fare lo shampoo - I**
 1. Inumidisci i capelli
 2. Insapona
 3. Risciacqua
 4. Ripeti
- Risultato
 - Il cliente si stanca, finisce l'acqua, finisce lo shampoo?
- **Fare lo shampoo - II**
 1. Inumidisci i capelli
 2. Ripeti due volte i passi 3 e 4
 3. Insapona
 4. Risciacqua
 5. Stop. Lo shampoo è fatto



Rappresentazione di un algoritmo

- Linguaggio naturale
- Pseudocodice
- Diagrammi di flusso
- Linguaggio di programmazione formale



Rappresentazione di un algoritmo

➤ Esempio:

**Somma di due numeri interi A e B
composti da m cifre**

$$A = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_1a_0, B = b_{m-1}b_{m-2}\dots b_1b_0$$

$$C = A + B = c_m c_{m-1} c_{m-2} \dots c_1 c_0$$

$$A = \quad a_{m-1} \ a_{m-2} \ \dots \ a_0 \ +$$

$$B = \quad b_{m-1} \ b_{m-2} \ \dots \ b_0 \ =$$

$$C = \ c_m \ c_{m-1} \ c_{m-2} \ \dots \ c_0$$



Rappresentazione di un algoritmo

➤ Linguaggio naturale

- Metti “in colonna” in due numeri e poni inizialmente il valore del riporto a 0. Cominciando dalla colonna più a destra (quella delle unità), somma le cifre in colonna più il riporto per ottenere la corrispondente cifra nel risultato. Se il risultato è maggiore di dieci, la cifra del risultato si ottiene sottraendo dieci e ponendo il riporto alla colonna successiva pari a 1 e passa alla colonna successiva, altrimenti passa direttamente alla colonna successiva. Ripeti queste operazioni per tutte le colonne fino all’ultima. Quando sono finite le cifre da sommare poni la cifra più a sinistra del risultato uguale all’ultimo riporto e stampa il risultato finale. Dopo la stampa, l’algoritmo è finito. Fermati.



Rappresentazione di un algoritmo

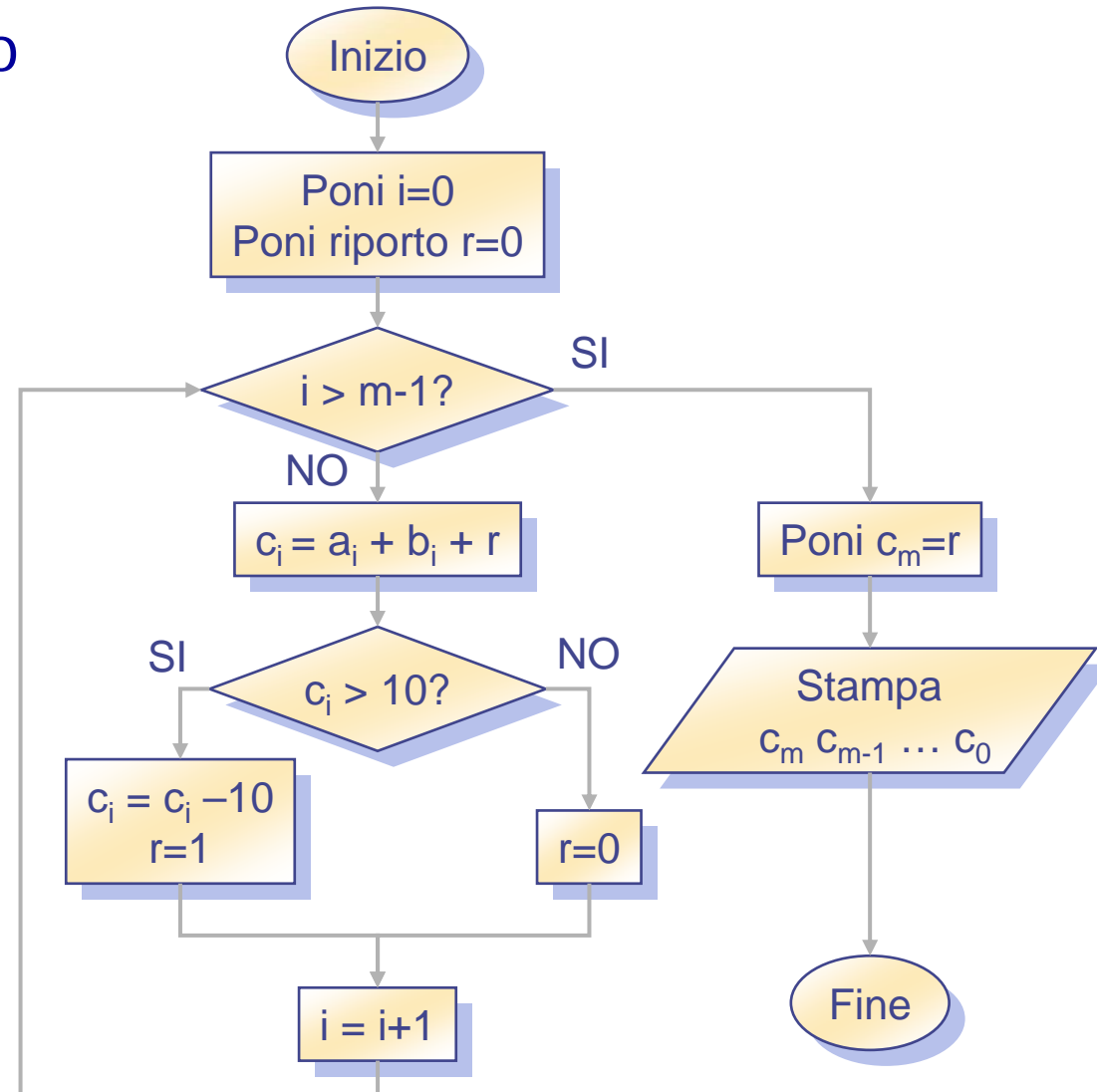
➤ Pseudocodice

1. Poni il valore della variabile *riporto* a 0
2. Poni il valore della variabile *i* a 0
3. Ripeti i passi da 4 a 6 fino a che il valore di *i* è maggiore di $m-1$
4. Somma a_i e b_i al valore corrente del *riporto* per ottenere c_i
5. Se il valore ottenuto per c_i è maggiore o uguale di 10 allora calcola il nuovo c_i , sottraendo 10 dal valore corrente di c_i
poni *riporto*=1
altrimenti poni *riporto* uguale a 0
6. Aggiungi 1 ad *i*, e ripeti passando alla colonna a sinistra.
7. Poni la cifra più a sinistra del risultato, c_i uguale a *riporto*
8. Stampa il risultato finale, $c_m c_{m-1} c_{m-2} \dots c_1 c_0$
9. Fermati.



Rappresentazione di un algoritmo

➤ Diagramma di flusso





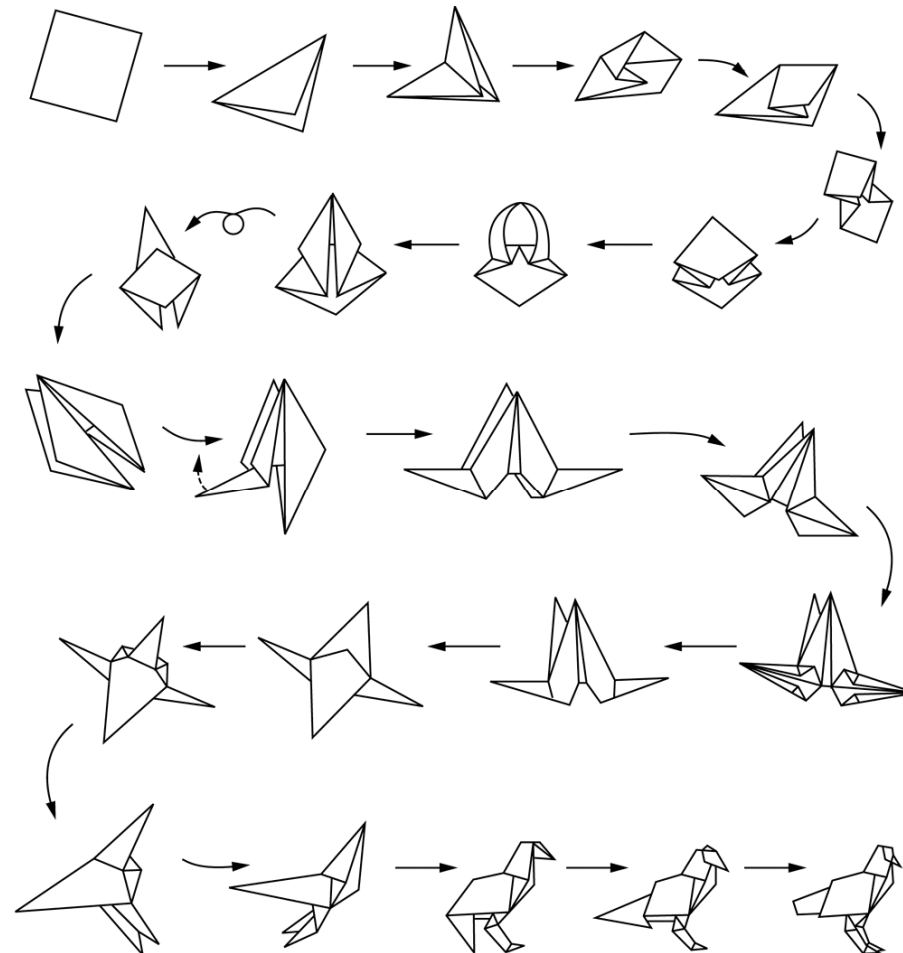
Rappresentazione di un algoritmo

➤ Linguaggio di programmazione formale (C++)

```
1. int a[3], b[3], c[3];
2. int m, i, riporto;
3. riporto=0;
4. i=0;
5. while(i<m) {
6.     c[i]=a[i]+b[i]+riporto;
7.     if(c[i]>10)
8.         {c[i]-=10;
9.           r=1;}
10.    else r=0;
11.    i++;
12. }
13. c[m]=r;
14. printf("%d %d %d\n", c[2],c[1],c[0]);
```



Un esempio di algoritmo – L'origami





Il flusso di esecuzione

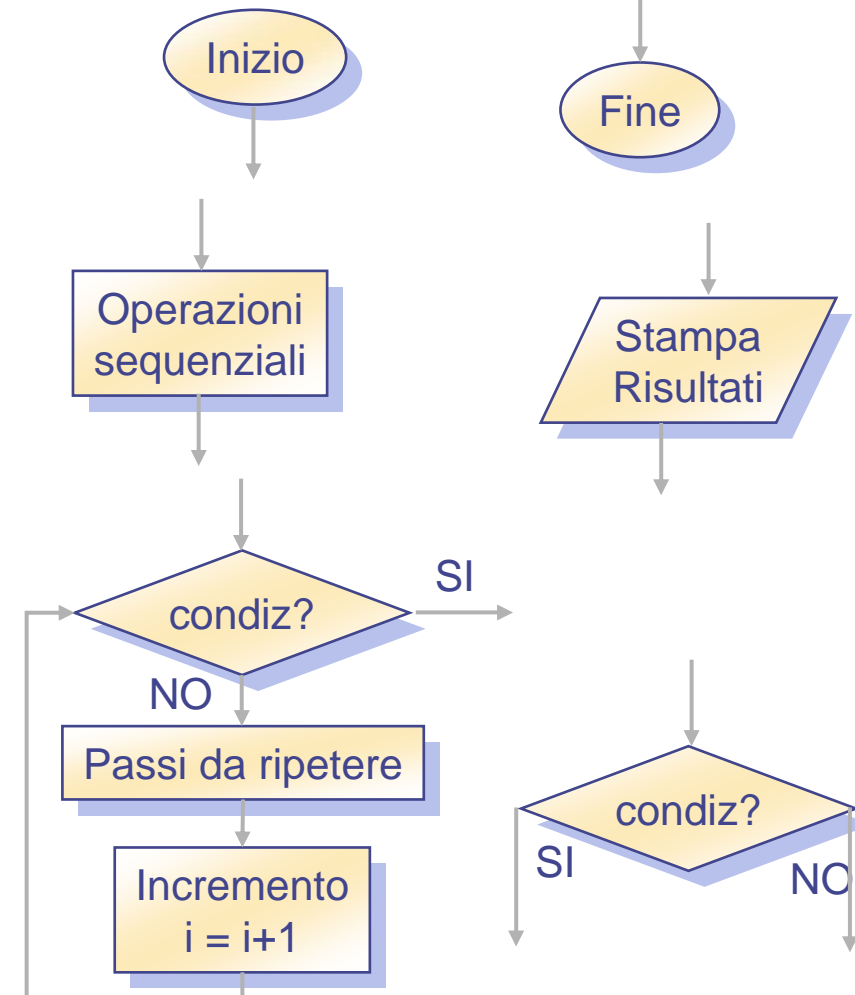
Il flusso di esecuzione procede da un'istruzione a quella successiva fino a quando non viene raggiunta la fine del programma



Algoritmi e diagrammi di flusso

- **Pseudocodice**
- Operazioni sequenziali
 - Realizzano un solo compito ben definito
 - Il controllo passa all'operazione successiva quando il compito è finito
 - Frase dichiarativa
 - Operazioni di I/O
- Operazioni condizionali
 - Selezionano l'operazione successiva sulla base di una domanda
- Operazioni iterative
 - Eseguono un ciclo di istruzioni fino a quando la condizione di uscita è verificata

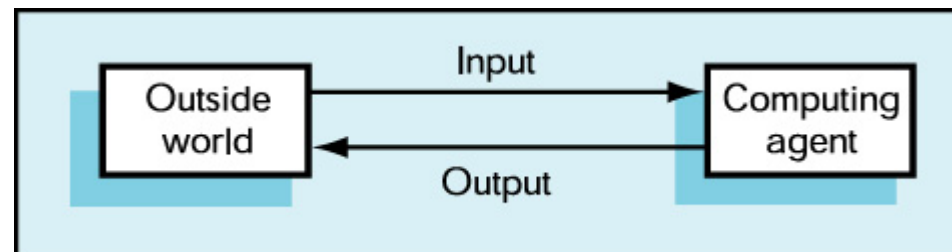
➤ Diagrammi di flusso





Operazioni sequenziali

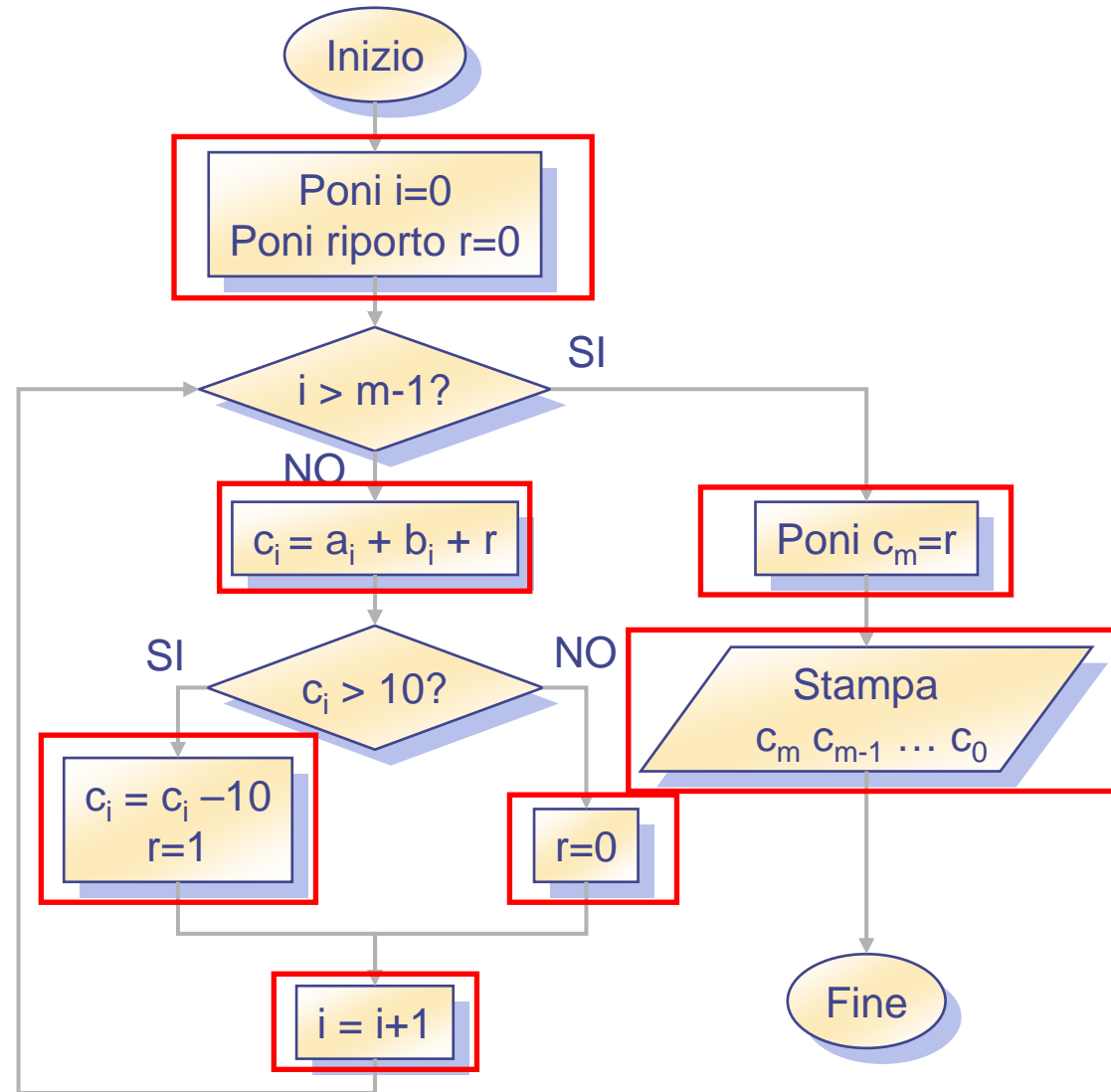
- Elaborazione, Ingresso, Uscita
 - Operazioni di ingresso
 - ◆ Es.: acquisisci il valore per “variabile”
 - Operazioni di uscita
 - ◆ Es.: stampa il valore per “variabile”, descrizione della variabile
 - Operazioni di Elaborazione
 - ◆ Es.: eseguire un calcolo per il valore di “variabile”





Rappresentazione di un algoritmo

Operazioni sequenziali



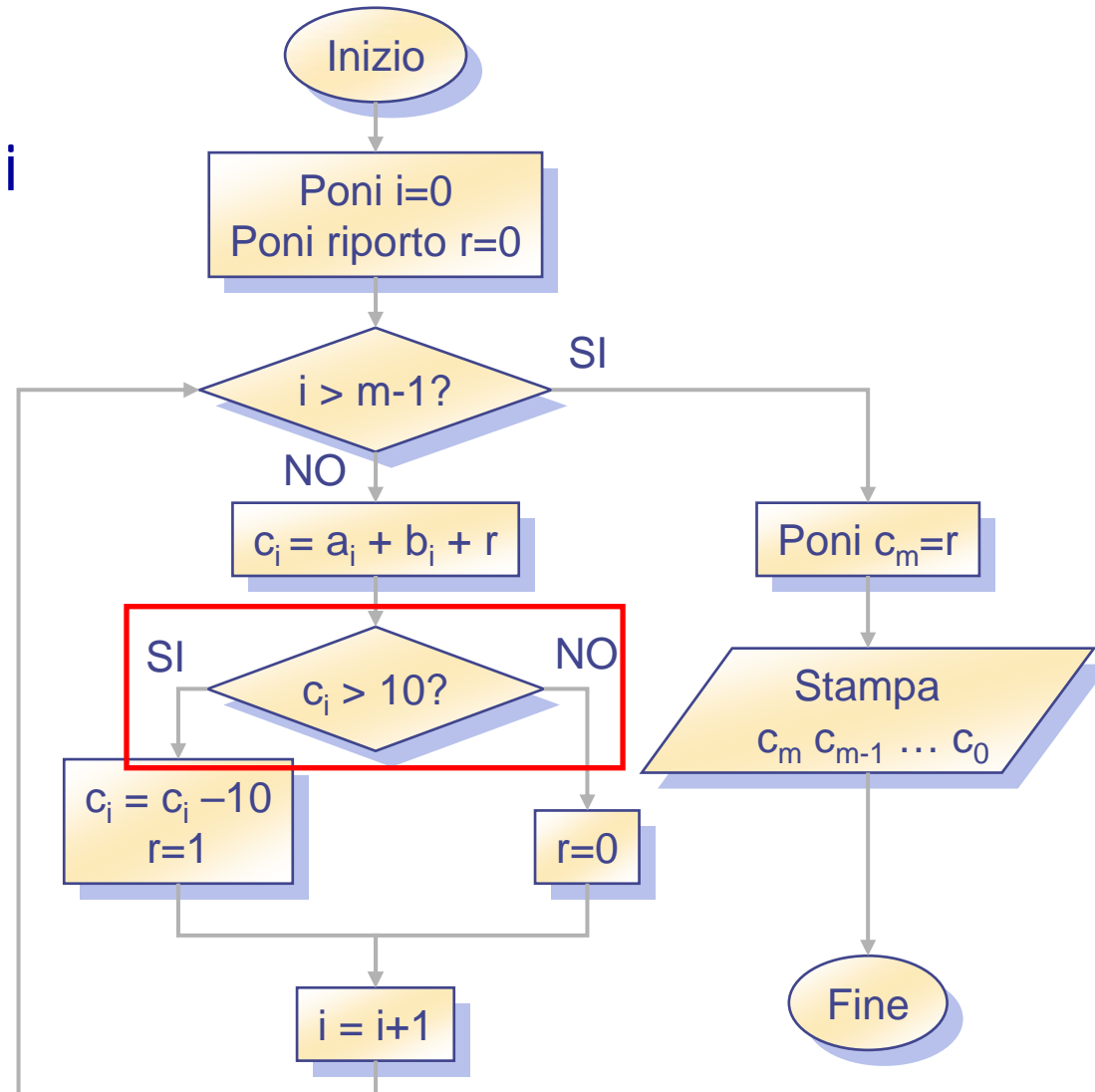


Operazioni condizionali

- Se “condizione” è vera/falsa allora
 - Prima serie di istruzioni
- Altrimenti
 - Seconda serie di istruzioni

Rappresentazione di un algoritmo

Operazioni condizionali





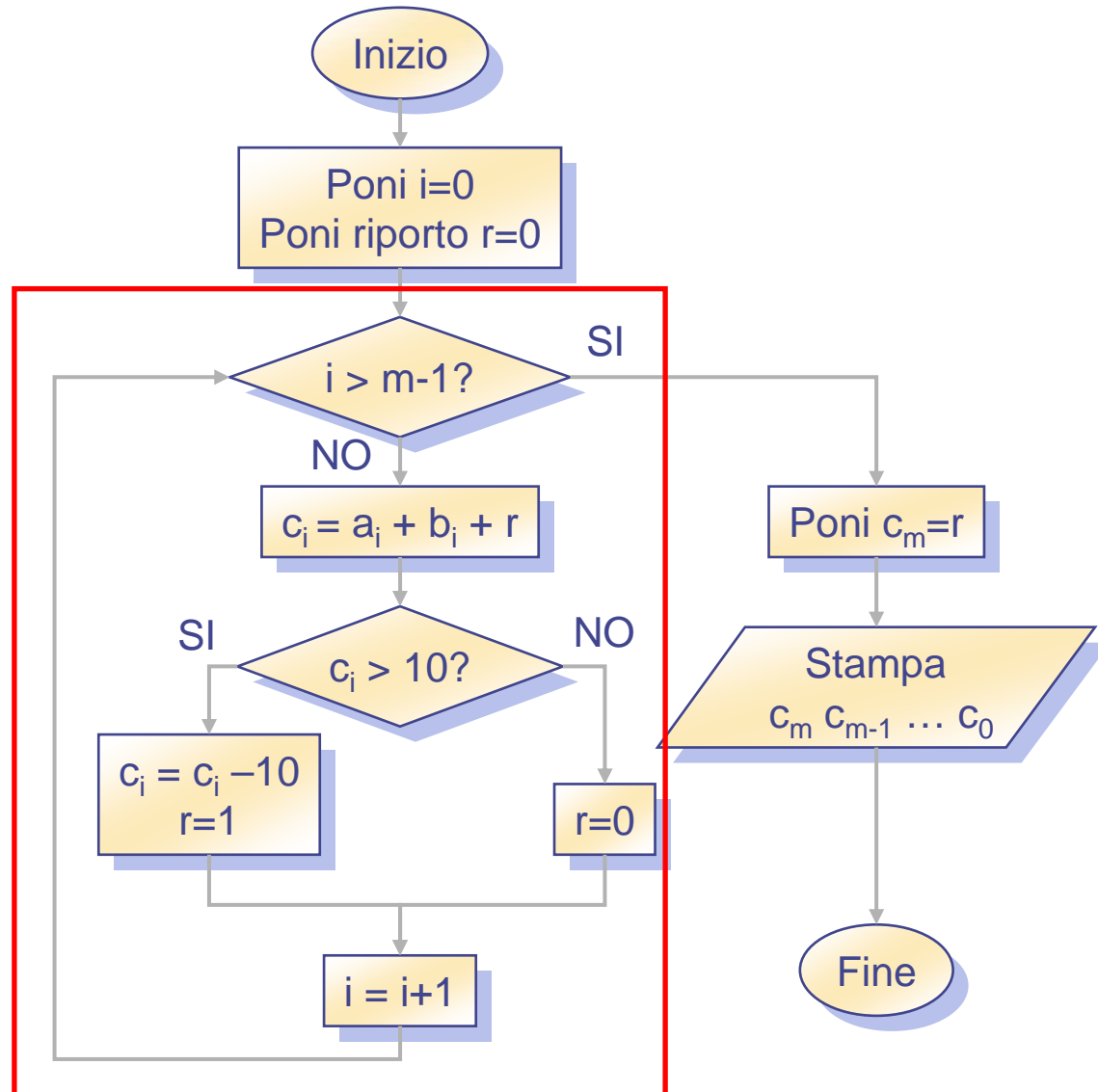
Operazioni iterative

- Ciclo a condizione iniziale:
 - Finchè “condizione” è vera/falsa ripeti:
 - ◆ Istruzione 1
 - ◆ Istruzione 2
 - ◆ ...
 - ◆ Istruzione N

- Ciclo a condizione finale:
 - Ripeti:
 - ◆ Istruzione 1
 - ◆ Istruzione 2
 - ◆ ...
 - ◆ Istruzione N
 - Finchè “condizione” è vera/falsa

Rappresentazione di un algoritmo

Operazioni iterative





Somma di due numeri di m cifre

➤ Pseudocodice

1. Poni il valore della variabile *riporto* = 0
2. Poni il valore della variabile $i = 0$
3. Ripeti i passi da 4 a 6 fino a che il valore di i è maggiore di $m-1$
4. Somma a_i e b_i al valore corrente del riporto per ottenere c_i
5. Se il valore ottenuto per c_i è maggiore o uguale di 10 allora calcola il nuovo c_i , sottraendo 10 dal valore corrente di c_i
poni *riporto*=1
altrimenti poni *riporto* uguale a 0
6. Aggiungi 1 ad i , e ripeti passando alla colonna a sinistra.
7. Poni la cifra più a sinistra del risultato, c_i , uguale a *riporto*
8. Stampa il risultato finale, $c_m c_{m-1} c_{m-2} \dots c_1 c_0$
9. Fermati.

Esempio

m=2		
A=47	a1=4	a0=7
B=25	b1=2	b0=5
C=72	c1=7	c0=2
i	Operazioni	Risultato
0	r=0	r=0
	i>m-1?	NO
	c0=a0+b0+r	c0=7+5+0=12
	c0>10?	SI
	c0=c0-10	c0=2
	r=1	r=1

m=2		
A=47	a1=4	a0=7
B=25	b1=2	b0=5
C=72	c1=7	c0=2
i	Operazioni	Risultato
1	r=1	r=1
	i>m-1?	NO
	c1=a1+b1+r	c1=4+2+1=7
	c1>10?	NO
	r=0	r=0



Esempio

m=2		
A=47	a1=4	a0=7
B=25	b1=2	b0=5
C=72	c1=7	c0=2
i	Operazioni	Risultato
2	i>m-1?	SI
	c2=r	c2=0
	C=c2 c1 c0	C=072

Somma di Due Numeri

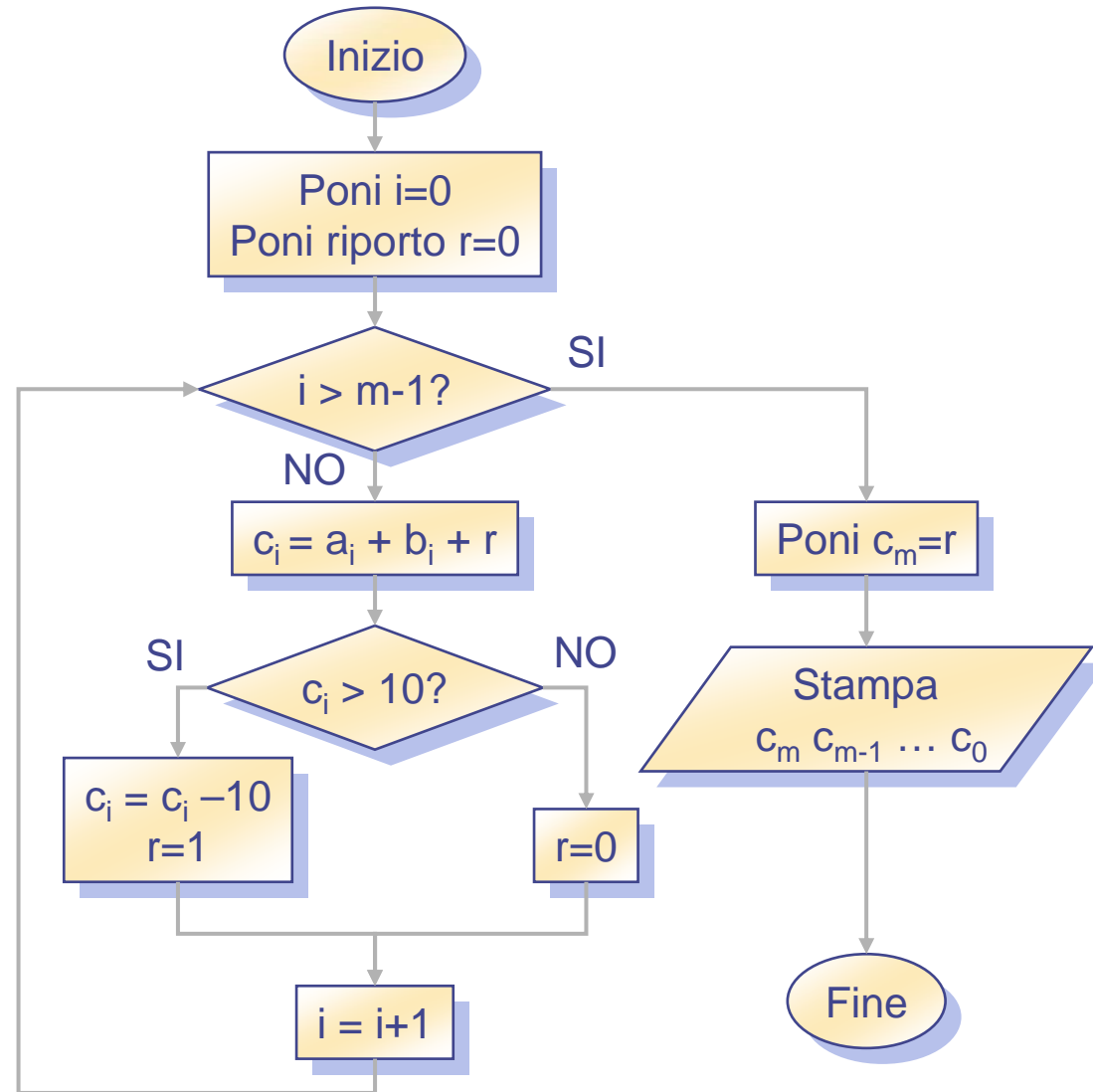
- La somma di due numeri:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 47 + \\ 25 = \\ \hline 72 \end{array}$$

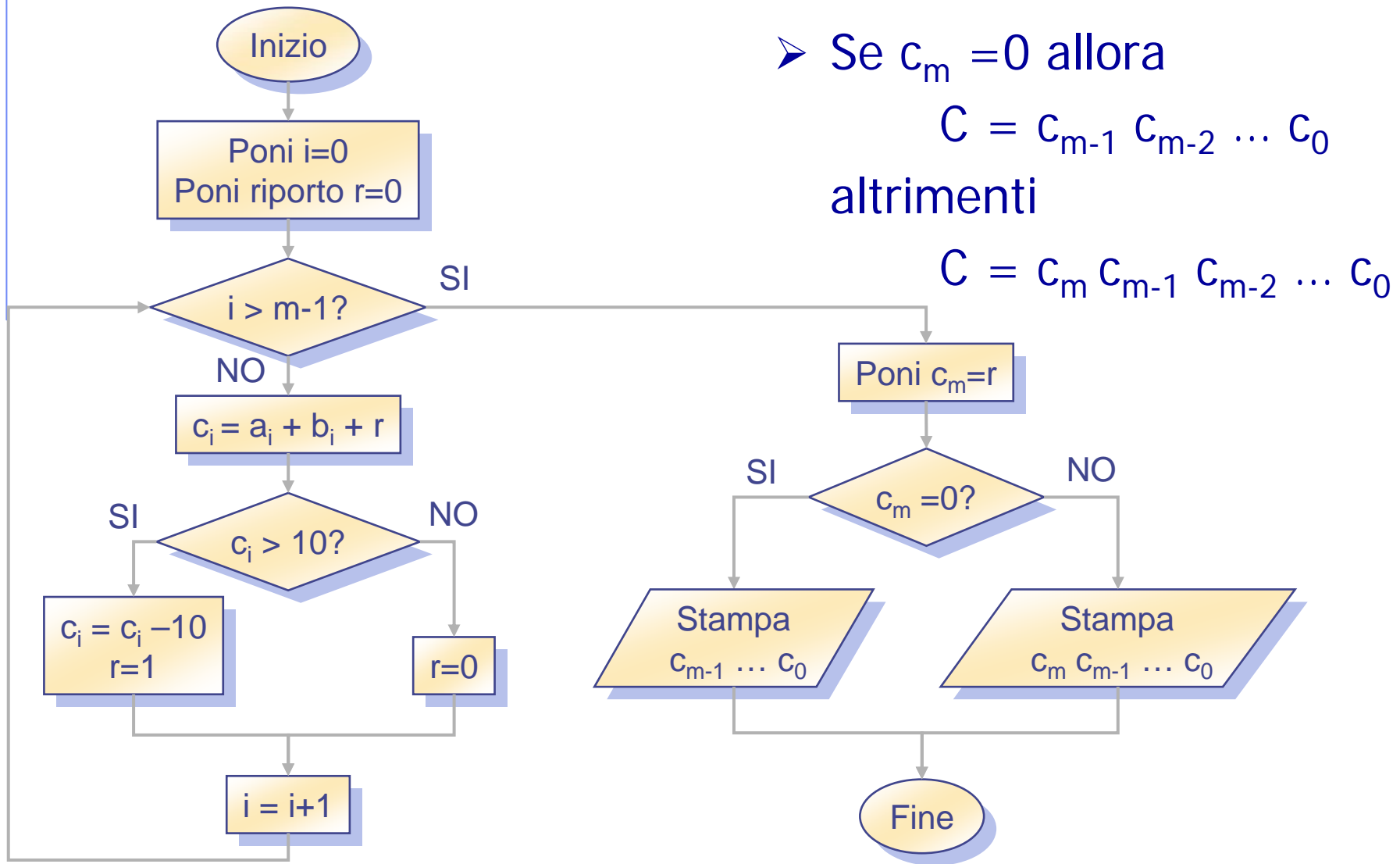
- Due numeri con $m > 1$ cifre:

$$A = a_{m-1} a_{m-2} \dots a_0 +$$

$$B = b_{m-1} b_{m-2} \dots b_0 =$$

$$C = c_m c_{m-1} c_{m-2} \dots c_0$$


Somma di Due Numeri (modificato)



➤ Se $c_m = 0$ allora

$$C = C_{m-1} C_{m-2} \dots C_0$$

altrimenti

$$C = C_m C_{m-1} C_{m-2} \dots C_0$$



Un esempio: prosegui e moltiplica

- Moltiplicazione di due interi mediante la somma
prodotto = $A \times B = A + A + A + \dots + A$ (B volte)

- 1. Acquisisci il valore di A
- 2. Acquisisci il valore di B
- 3. Poni $i = 1$
- 4. Poni *prodotto* = 0
- 5. Se $A = 0$ allora vai all'istruzione nr. 7
- 6. Mentre $i \leq B$ ripeti:
 - 1. *prodotto* = *prodotto* + A
 - 2. $i = i + 1$
- 7. Stampa il valore di *prodotto*
- 8. Fine



Attributi di un algoritmo

- Correttezza
 - Un algoritmo non deve soltanto produrre un risultato, ma deve produrre un risultato corretto
 - Un algoritmo deve produrre un risultato utile
- Facilità di comprensione
 - Necessità di adattare un algoritmo per una varietà di scenari possibili.
 - Importante per garantire la manutenibilità dei programmi
- Eleganza
 - Spesso in antitesi con facilità di comprensione
 - Es.: Somma dei primi 100 numeri



Attributi di un algoritmo - II

- Efficienza
 - Tempo di calcolo e spazio in memoria sono quantità limitate
 - L'efficienza di un algoritmo misura la sua capacità di utilizzare bene le risorse del calcolatore sui cui gira, in termini di tempo di calcolo e memoria utilizzata
- Efficienza nell'uso dello spazio
 - Quantità di informazioni da memorizzare per svolgere il compito in aggiunta ai dati di ingresso
 - Tanto più inefficiente quanto più memoria aggiuntiva è richiesta
- Efficienza nell'uso del tempo di calcolo
 - Benchmarking: fissare i parametri della misura, ovvero l'insieme dei dati di ingresso, la macchina specifica, il particolare profilo di uso dell'algoritmo

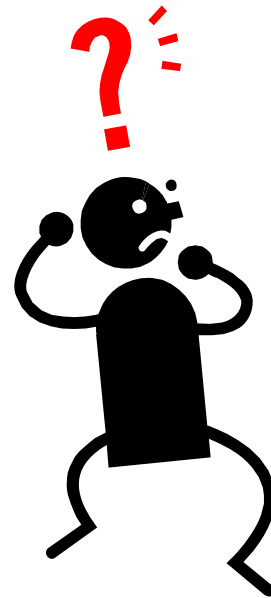


Attributi di un algoritmo - III

- Efficienza nell'uso del tempo di calcolo
 - Indicazione della **quantità di lavoro** richiesta dalla natura dell'algoritmo
 - Tale quantità di lavoro dipende dal numero di passi richiesti per eseguire il compito
 - Il confronto tra due algoritmi va operato sulla base del numero di passi e non del tempo di esecuzione su una particolare macchina.



Domande?





Esercizio

- Calcolo del Massimo Comun Divisore (algoritmo di Euclide)
 1. Prendi due numeri interi positivi I e J, con $I > J$
 2. Dividi I per J e chiama R il resto
 3. Se R è diverso da 0, reimposta I al valore di J, reimposta J al valore di R e torna al passo 2
 4. Stampa il risultato, MCD che è il valore di J
 5. Stop

$$I = 32, J = 20$$

$$I = 32, J = 0$$



Esercizio

- Calcolo del Massimo Comun Divisore (algoritmo di Euclide)
 1. Prendi due numeri interi positivi I e J, con $I > J$
 2. Se J è diverso da zero, allora esegui i passi da 3 a 5
 3. Dividi I per J e chiama R il resto
 4. Se R è diverso da 0, reimposta I al valore di J, reimposta J al valore di R e torna al passo 2
 5. Stampa il risultato, MCD che è il valore di J
 6. Stop

$$I = 32, J = 20$$

$$I = 32, J = 0$$