

## 1.1 Insiemi numerici

### Numeri naturali. Operazioni, proprietà e definizioni

1) Per ogni numero naturale  $n$  maggiore di 1, quale dei risultati delle seguenti espressioni è un numero intero dispari: I)  $2n + 1$ ; II)  $2n + 4$ ; III)  $2n - 3$ ?

- A. Solo la I e la II
- B. Solo la I
- C. Solo la II
- D. Solo la III
- E. Solo la I e la III

(E)

2) Un tale compra un oggetto a 20 euro e lo vende a 25 euro; lo ricompra a 30 euro e lo rivende a 35 euro. Quanti euro guadagna?

- A. 5
- B. 15
- C. 0
- D. 7
- E. 10

(E)

3) In una famiglia ciascuno dei figli ha almeno 3 fratelli e 3 sorelle. Da quanti figli almeno è costituita la famiglia?

- A. 7
- B. 10
- C. 8
- D. 9
- E. 6

(C)

### Potenze

4)  $5^3/5^{-3} =$

- A. 1
- B. 5
- C. 25
- D. 15.625
- E. 12.000

$$\frac{5^3}{5^{-3}} = 5^3 \cdot 5^3 = 5^6$$

per capire che la risposta giusta è la D senza fare  $5^6$  basta vedere che 12000 è divisibile per

(D) due e non è potenza pura di 5

5)  $15^0 =$

- A. 150
- B. 0
- C. -15
- D. 1
- E. 15

(D)

6)  $2^4 \times 4^6 =$

- A.  $6^2$
- B.  $2^{16}$
- C.  $2^{10}$
- D.  $4^{10}$
- E.  $6^4$

(B=>  $2^4 2^{12}=2^{16}$ )

7) Il valore di  $3^5 : 3$  è uguale a:

- A.  $3^{-5}$
- B.  $3^6$
- C.  $3^5$
- D.  $3^{-3}$
- E.  $3^4$

(E)

8)  $10^3 \times 10^5 =$

- A. 0,01
- B.  $10^2$
- C. 0
- D.  $10^8$
- E. 0,5

(D)

9)  $10^5 \times 10^{-3} =$

- A. 1000
- B.  $10^3$
- C.  $10^2$
- D.  $10^{-8}$
- E.  $10^{-5/3}$

(C)

10) L'espressione  $5 \times 10^0 + 5 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^3$  vale:

- A. 5523
- B. 4250
- C. 3255
- D. 3200
- E. 3250

(C)

11) La somma di 3 numeri ciascuno elevato a zero è:

- A. nessuna delle altre risposte è corretta
- B. una quantità che può essere positiva o negativa a seconda del valore assoluto dei numeri
- C. una quantità negativa
- D. una quantità positiva
- E. zero

(D)

12)  $1 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 4 \times 10^4 =$

- A. 40.210
- B. 4210
- C. 42
- D. 421
- E. 402.010

(A)

14) Ad ogni lavaggio con procedure standard di biancheria infetta, si può ritenere che il numero di microrganismi presenti si riduca di un fattore 100. Supponendo che in un dato mucchio di panni siano presenti inizialmente  $3 \times 10^8$  microrganismi, quanti ne rimarranno approssimativamente dopo 3 lavaggi?

- A.  $10^8$
- B.  $10^5$
- C.  $3 \times 10^2$
- D.  $3 \times 10$
- E.  $3 \times 10^5$

( C=> ((( $3 \cdot 10^8 : 10^2$ ) :  $10^2$ )  $10^2$  ) )

15)  $4^{13} + 4^{13} =$

- A.  $4^{26}$
- B.  $4^{14}$
- C.  $2 \times 4^{13}$
- D.  $8^{13}$
- E.  $4^{14}$

(C)

16)  $(1 \times 10^0) + (2 \times 10^1) + (5 \times 10^3) =$

- A. 732
- B. 5021
- C. 5020
- D. 125
- E. 521

(E)

17)  $1 \times 2^1 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 =$

- A. 18
- B. 36
- C. 10
- D. 26
- E. 7

(D)

20) L'espressione  $(2^n + 2^{n+1})^2$  con  $n$  intero, è anche uguale a:

- A.  $3 \times 4^n$
- B.  $2^{4n+2}$
- C.  $9 \times 4^n$
- D.  $4^{4n+2}$
- E.  $2^{2n+2n}$

(C  $\Rightarrow (2^n + 2 \cdot 2^n)^2 = (2^n (1+2))^2 = (3 \cdot 2^n)^2 = 9 \cdot 2^{2n}$ )

21) Il valore dell'equazione  $(3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{3}})^2 - 27 - 3^{\frac{2}{3}}$  è pari a:

- A.  $2 \times 3^{3/2}$
- B.  $2 \times 3^{4/5}$
- C.  $2 \times 3^{10/6}$
- D.  $2 \times 3^{2/3}$
- E.  $2 \times 3^{11/6}$

$$\begin{aligned} & \left(3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^2 - 3^3 - 3^{\frac{2}{3}} = \\ & = 3^3 + 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} - 3^3 - 3^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot 3^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3}} \end{aligned}$$

(E)

22) Quanto vale l'espressione  $10^3 - 10^2$ ?

- A.  $9 \times 10^2$
- B. 10
- C.  $10^5$
- D.  $9^5$
- E.  $9 \times 10$

(A  $\Rightarrow 10^3 - 10^2 = 10^2(10-1)$ )

23) La somma di tre numeri, ciascuno elevato a zero:

- A. può essere positiva o negativa, a seconda dei valori dei tre numeri
- B. è sempre uguale a 1
- C. è positiva
- D. è negativa
- E. è zero

(C)

24) Il valore di  $X = 5 \times 10^6 - 3 \times 10^8$  risulta:

- A.  $X = 2,95 \times 10^8$
- B.  $X = 2,0 \times 10^7$
- C.  $X = -2,95 \times 10^8$
- D.  $X = -2,15 \times 10^4$
- E.  $X = 2,0 \times 10^2$

(C  $\Rightarrow 0,05 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^8$ )

26) La potenza  $((X^2)^4)^5$  è uguale a:

- A.  $X^{30}$
- B.  $X^{10}$
- C.  $X^{40}$
- D.  $X^6$
- E.  $X^{11}$

(C)

28) La terza parte di  $9^6$  è:

- A.  $9^2$
- B.  $3^{11}$
- C.  $3^2$
- D.  $3^6$
- E.  $9^5$

(B)

30) Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il triplo del quadrato del successivo di un numero naturale  $n$ ?

- A.  $3(n^2 + 1)$
- B.  $3n^2 + 1$
- C.  $(3n + 1)^2$
- D.  $3(n + 1)^2$
- E.  $[3(n + 1)]^2$

(D)

#### Numeri primi. Divisibilità

33) Quanti sono i numeri primi tra 2 e 11 (2 e 11 compresi, se primi)?

- A. 4
- B. 6
- C. 5
- D. 3
- E. Nessuno

(C)

34) Tra i primi 100 numeri naturali, sono contemporaneamente divisibili per 2, 3, 4, 5:

- A. 2 numeri
- B. nessuna delle altre risposte è corretta
- C. 0 numeri
- D. 4 numeri
- E. non è possibile stabilirlo

(B  $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ )

35) I possibili resti della divisione di un numero per 10 sono:

- A. tutti i numeri naturali  $> 10$
- B. qualsiasi numero naturale
- C. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- D. 0, 2, 3
- E. tutti i numeri naturali  $< 9$

(C)

37) Il numero 14733 è divisibile per:

- A. 7
- B. 3
- C. 11
- D. 5
- E. 13

(B  $\Rightarrow 1+4+7+3+3=18$  è divisibile per 3)

38) Quale dei seguenti numeri non è un numero primo?

- A. 13
- B. Nessuna delle altre risposte è corretta
- C. 31
- D. 5
- E. 27

(E)

39) Per quali numeri risulta divisibile 1250?

- A. è divisibile solo per 2, per 5 e per 10
- B. nessuno
- C. è divisibile solo per 2 e per 5
- D. nessuna delle risposte indicate è corretta
- E. solo per 10

(D=>  $2 \cdot 5^4 \Rightarrow 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250, 625, 1250$ )

40) Quanti sono i divisori (con resto nullo) del numero 100 con 1 e 10 compresi?

- A. 15
- B. 9
- C. 5
- D. 10
- E. 3

(B=>  $100=2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100$ )

41) Dato il prodotto  $N = 2010 \cdot 2011 \cdot 2012$ , determinare quale dei seguenti interi non è divisore di N.

- A. 15
- B. 18
- C. 12
- D. 4022
- E. 20

(B basta analizzare i numeri primi)

42) Qual è il più piccolo numero naturale  $n$  per il quale la quantità  $5 \times n - 6$  è un multiplo di 13?

- A. 9
- B. 8
- C. 6
- D. 7
- E. 10

(A soluzione diretta  $5 \cdot 9 - 6 = 39 = 3 \cdot 13$ )

43) La somma di due numeri dispari consecutivi è sempre divisibile:

- A. per 4 ma non per 3
- B. non è possibile stabilirlo
- C. per 4
- D. per 2 ma non per 3
- E. per 2 ma non per 4

(C=>  $(2n + 1)(2n + 3) = 4n + 4$ )

#### Scomposizione di un numero in fattori primi

45) Una potenza perfetta è un numero intero che si può scrivere nella forma  $a^b$ , con  $a$  e  $b$  interi maggiori o uguali a 2. Determinare quale dei seguenti interi NON è una potenza perfetta.

- A. 500
- B. 1000
- C. 2500
- D. 125
- E. 216

(A)



46) Determinare quale dei seguenti numeri non è un quadrato perfetto:

- A. 256
- B. 800
- C.  $11 \times 44$
- D. 10000
- E.  $12 \times 27$

(B)

### Massimo Comune Divisore (M.C.D.) e Minimo Comune Multiplo (m.c.m.)

47) Il minimo comune multiplo tra due numeri è 36 ed il loro massimo comune divisore è 6; i due numeri sono:

- A. 12 e 18
- B. 6 e 12
- C. 6 e 18
- D. 24 e 36
- E. 11 e 23

mcm= $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ , MCD= $2 \cdot 3$ , 1 dei due contiene  $2^2=4$  e l'altro  $3^2=9$ , e necessariamente il primo contiene 3 e l'altro 2

(A)

48) Il minimo comune multiplo di 2, 4, 5, 8 è:

- A. 160
- B. 320
- C. 80
- D. 40
- E. 20

(D)

50) Se due numeri sono primi tra loro, allora:

- A. il loro prodotto è un numero primo
- B. il loro minimo comune multiplo è il maggiore dei due numeri
- C. il loro massimo comune divisore è 1
- D. sono entrambi numeri primi
- E. almeno uno dei due deve essere primo

(C)

51) Due numeri interi positivi, entrambi non primi, hanno massimo comun divisore 7 e minimo comune multiplo 105. Allora la loro somma è:

- A. 112
- B. 36
- C. 22
- D. 42
- E. 56

(E= $\Rightarrow 105=3 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $7 \Rightarrow 5 \cdot 7=35$  e  $3 \cdot 7=21$ )

### Numeri razionali

52) Quanto vale l'espressione  $1/2 - 1/3 - 1/4$ ?

- A.  $1/6$
- B.  $-1/12$
- C.  $1/12$
- D.  $-1/62$
- E.  $-1/6$

(B= $\Rightarrow \frac{6-4-3}{12} = -\frac{1}{12}$ )

55) Il valore di  $1^{-23}$  è:

- A. uguale a  $1/23$
- B. uguale a 1
- C. uguale a  $-1/23$
- D. negativo
- E. uguale a 22

(B)

56) Un terzo di un chilometro e mezzo a quanti metri equivale?

- A. 5 m
- B. 500 m
- C. 5000 m
- D. 50 m
- E. 500 km

(B= $\frac{1}{3} \cdot 1500 = 500$ )

57) Quale delle seguenti quaterne dà l'ordine crescente dei quattro numeri  $x = 10^{-2}$ ;  $y = -10^2$ ;  $z = 1/10^{-3}$ ;  $t = -10^{-4}$ ?

- A. z, x, y, t
- B. t, z, y, x
- C. t, z, x, y
- D. y, x, t, z
- E. y, t, x, z

(E)

59)  $-2^{-3} =$

- A. 6
- B.  $-0,125$
- C.  $0,125$
- D. 8
- E. 4

(B= $\rightarrow$ L'unico negativo)

60)  $5 + 1/2 + 1/3 =$

- A.  $25/3$
- B.  $35/6$
- C.  $30/5$
- D.  $7/6$
- E.  $27/6$

(B= $\rightarrow(30+2)/6$ )

63) Dividere un numero per 0,05 equivale a moltiplicarlo per:

- A. 2
- B. 10
- C. 20
- D. 50
- E. 5

(C= $\rightarrow 100/5=20$ )

71) L'espressione  $0/(10^4 \times 10^{-6})$  vale:

- A.  $10^2$
- B.  $10^{-2}$
- C. nessuna delle altre risposte è corretta
- D.  $10^{-10}$
- E. infinito

(C infatti vale 0)

72) La decima parte di  $10^{20}$  è:

- A.  $5^{10}$
- B.  $10^{21}$
- C.  $1^{20}$
- D.  $10^{10}$
- E.  $10^{19}$

(E=> $10^{20} : 10=10^{20-1}$ )

83) A cosa è uguale  $a^{-b}$ ?

- A.  $a^{-b} = 1/ab$
- B.  $a^{-b} = a/b$
- C.  $a^{-b} = (-a^{-b})$
- D.  $a^{-b} = (-b^{-a})$
- E.  $a^{-b} = 1/a^b$

(E)

84) Quale è il risultato corretto della seguente operazione aritmetica?  $X = 23,45 \times 0,0123$

- A.  $X = 0,288439$
- B.  $X = 0,288438$
- C.  $X = 0,288436$
- D.  $X = 0,288437$
- E.  $X = 0,288435$

(E=> la cifra meno significativa vale 5)

87) In una successione ereditaria nella quale gli eredi sono 4 fratelli, al maggiore di essi la defunta madre ha riservato la quota disponibile, cioè  $1/3$  dell'eredità. Supponendo che i quattro fratelli divideranno fra loro in parti uguali la rimanente quota dei  $2/3$ , quale frazione dell'eredità spetterà al fratello maggiore?

- A.  $1/5$
- B.  $1/4$
- C.  $1/2$
- D.  $1/6$
- E.  $1/3$

(C=> $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ )

92) Determinare il valore della seguente espressione

$[(-2)^{-2} - (-3)^{-3}]^{-1}$ :

- A.  $31/108$
- B.  $25/108$
- C.  $108/23$
- D.  $108/25$
- E.  $108/31$

(E=> $[\frac{1}{4} + \frac{1}{27}]^{-1} = [\frac{31}{108}]^{-1} = \frac{108}{31}$ )



93) Il prezzo del petrolio è oggi di 50 dollari al barile e il rapporto fra il valore del dollaro e il valore dell'euro è 0,8 (un dollaro vale 0,8 euro). Se fra un anno il prezzo del petrolio raggiungesse i 75 dollari al barile e il rapporto fra dollaro ed euro fosse pari a 0,6 ne risulterebbe che il prezzo in euro di un barile di petrolio:

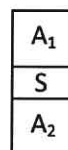
- A. diminuirebbe di 5 euro
- B. aumenterebbe di 10 euro
- C. aumenterebbe di 2 euro
- D. rimarrebbe invariato
- E. aumenterebbe di 5 euro

$$(E \Rightarrow 50 \frac{8}{10} = 40, 75 \frac{6}{10} = 15 \frac{6}{2} = 45)$$

95) Due tappeti stesi sul pavimento si sovrappongono parzialmente e l'area S della regione di sovrapposizione è pari a 1/4 dell'area del primo tappeto e a 1/7 dell'area del secondo. Se indichiamo con T l'area della porzione di pavimento occupata complessivamente dai due tappeti, quale delle seguenti relazioni è corretta?

- A.  $T = 11 S$
- B.  $T = 12 S$
- C.  $T = 10 S$
- D.  $T = 9 S$
- E.  $T = 8 S$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4} A_1, S = \frac{1}{7} A_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow A_1 &= 4S, A_2 = 7S \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= A_1 + A_2 - S = \\ &= (4 + 7 - 1)S = 10S \end{aligned}$$



(C)

96) La somma  $2,1 \times 10^4 + 3,5 \times 10^3$  dà come risultato:

- A.  $2,45 \times 10^7$
- B.  $5,6 \times 10^4$
- C.  $5,6 \times 10^7$
- D.  $24,5 \times 10^3$
- E.  $5,6 \times 10^{12}$

$$(D \Rightarrow 21 \cdot 10^3 + 3,5 \cdot 10^3)$$

98) Sia b un numero diverso da 0. Se a è il triplo di b e c è metà di b, qual è il rapporto tra 3c e 2a?

- A. 2/3
- B. 3/2
- C. 1/2
- D. 1/6
- E. 1/4

$$(E \Rightarrow a = 3b, c = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{3c}{2a} = \frac{3 \frac{b}{2}}{6b} = \frac{3}{12})$$

99) Un numero h verifica la relazione  $2 < h < 3$ . Si può dedurre che:

- A.  $h^2 < 4$
- B.  $1/h > 1/2$
- C.  $h^{1/2} > 2$
- D.  $1/h^{1/2} < 1/3$
- E.  $1/h^2 < 1/4$

$$1) 2 < h < 3 \Rightarrow 4 < h^2 < 9 \text{ esclude la A} \quad 2) \frac{1}{3} < \frac{1}{h} < \frac{1}{2} \text{ che esclude la B}$$

$$3) \sqrt{2} < \sqrt{h} < \sqrt{3} < 2 \text{ che esclude la C e il reciproco } \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{1}{\sqrt{h}} \text{ esclude la D}$$

(E)

## Numeri irrazionali e reali

106) Quale dei numeri inseriti nelle risposte è il massimo?

- A. 3
- B. 1
- C.  $\pi/2$
- D. 2,5
- E.  $\pi/4$

(A, nel libro da la D ma è un errore)

107) Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali tali che  $a + b < 0$  e  $ab > 0$ .

Quale delle seguenti proposizioni è vera?

- A.  $a > 0$  e  $b < 0$
- B.  $a > 0$  e  $b > 0$
- C.  $a < 0$  e  $b < 0$
- D.  $a > -b$
- E.  $b > -a$

(C)

108) Quale dei valori sotto riportati costituisce la migliore approssimazione della radice quadrata di 814.420?

- A. 9000
- B. 900
- C. 81442
- D. 90
- E. 407270

(B=>900·900=810000)

110) Si considerino un numero reale ed il suo valore assoluto. Cosa si può affermare con certezza?

- A. La loro somma non è mai negativa
- B. La loro somma è sempre nulla
- C. Il loro prodotto è sempre negativo
- D. Il loro prodotto è sempre positivo
- E. La loro somma non è mai positiva

$r + |r| \geq 0$  infatti

se  $r > 0 \Rightarrow |r| > 0$  ed  $r + |r| > 0$ ,

se invece  $r < 0$  il  $|r| > 0$  ed opposto e quindi  $r + |r| = 0$

(A)

## Proporzioni

111) Il valore calorico dei seguenti componenti, espresso in kcal/100 mg, è: Glicidi 0,4; Proteine 0,4; Lipidi 0,9. Un campione del formaggio A contiene 14,50 g di proteine, 11,12 g di lipidi e 5,50 g di glicidi. Il numero totale di kcal del campione è circa:

- A. 190
- B. 175
- C. 220
- D. 195
- E. 180

0,4 Kcal/mg=4Kcal/g

0,9 Kcal/mg=9 Kcal/g

da questo segue che:

$$14,5 \cdot 4 + 11,12 \cdot 9 + 5,5 \cdot 4 = 58 + 100,08 + 22 = 180,08$$

(E)

112) Il valore normale dei leucociti nel sangue è pari a circa 8000 cellule per millimetro cubo. Quanti ce ne sono in 5 litri di sangue?

- A. 400 miliardi
- B. 4 miliardi
- C. 40 miliardi
- D. 4000 miliardi
- E. 8 miliardi

5 litri = 5000 cm<sup>3</sup> = 5000000 mm<sup>3</sup> da cui

$$8000 \cdot 5000000 = 40000000000$$

(C)

113) Il valore calorico dei seguenti componenti alimentari è (kcal/grammo): carboidrati 4; grassi 9; proteine 4. Un campione di formaggio contiene 19,5 g di proteine, 0,5 di grassi e 2,0 g di carboidrati. Il valore calorico totale del campione ammonta a kcal:

- A. 50,2
- B. 78,0
- C. 4,5
- D. 94,6
- E. 90,5

$$(E \Rightarrow 19,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 9 + 2 \cdot 4 = 78 + 4,5 + 8 = 90,5)$$

114) Siano  $a, b, x$  numeri reali diversi da zero; se il rapporto tra  $a$  e  $b$  è uguale al rapporto tra  $b$  ed  $x$ , il valore di  $x$  è:

- A.  $a^2 \times b$
- B.  $a/b^2$
- C.  $a/b$
- D.  $a \times b$
- E.  $b^2/a$

$$(E \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{x} \Rightarrow x = \frac{b^2}{a})$$

115) Dall'osservazione che l'ombra di un paletto verticale alto 1 m è lunga 1,5 m e che alla stessa ora quella di un edificio è lunga 90 metri, si deduce che l'edificio è alto:

- A. 100 m
- B. 60 m
- C. 40 m
- D. 50 m
- E. 80 m

$$1 : 1,5 = x : 90 \Rightarrow 1 : \frac{15}{10} = x : 90 \Rightarrow \Rightarrow \frac{10}{15} = \frac{x}{90} \Rightarrow x = 90 \cdot \frac{10}{15} = 30 \cdot \frac{10}{5} = 30 \cdot 2$$

(B)

116) Quali sono i due numeri la cui somma risulta 56 e che sono proporzionali a 2 e 5 secondo lo stesso coefficiente?

- A. Le informazioni non sono sufficienti per poter calcolare i due numeri
- B. I due numeri sono 35 e 26
- C. I due numeri sono 20 e 36
- D. I due numeri sono 27 e 29
- E. I due numeri sono 16 e 40

$$1) a + b = 56 \quad 2) \frac{a}{x} = 2 \quad 3) \frac{b}{x} = 5 \text{ segue}$$

$$2) \Rightarrow x = \frac{a}{2} \text{ da cui la (3) } \frac{b}{\frac{a}{2}} = 5 \Rightarrow b = \frac{5}{2}a$$

$$\text{e finalmente nella (1) } a + \frac{5}{2}a = 56 \Rightarrow a = 16$$

(E)

117) Con il contenuto di una botte di vino si riempiono 160 fiaschi della capacità di un litro e mezzo.

Quante bottiglie della capacità di litri 0,80 si potrebbero riempire con la stessa quantità di vino?

- A. 300
- B. 320
- C. 360
- D. 240
- E. 280

$$\frac{160 \cdot 1,5 l}{0,8 l} = \frac{160 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{4}{5}} = \frac{80 \cdot 3}{\frac{4}{5}} = 20 \cdot 3 \cdot 5 = 300$$

(A)

118) Su una carta geografica con scala 1:100 000 la distanza tra due città è di 10 cm. Quale sarà la distanza tra le due città su una carta geografica con scala 1:50 000?

- A. 5 cm
- B. 15 cm
- C. 25 cm
- D. 10 cm
- E. 20 cm

$$(E \Rightarrow \text{il doppio di 10 cm})$$



119) Su una speciale carta geografica 8 centimetri rappresentano una distanza di 5 chilometri nella realtà. Quindi, su quella carta, quanto distano in centimetri due punti che nella realtà si trovano a 11 chilometri fra loro?

- A. 18
- B. 17
- C. 17,6
- D. 17,2
- E. 16,8

$$11 \text{ km} \frac{8 \text{ cm}}{5 \text{ km}} = \frac{88}{5} \text{ cm} = 17,6 \text{ cm}$$

(C)

**Percentuali**

122) Se il 3% di N è 15, quanto vale N?

- A. 560
- B. 450
- C. 500
- D. 0,45
- E. 0,50

$$0.03N = 15 \Rightarrow \frac{3}{100}N = 15 \Rightarrow N = 15 \frac{100}{3} = 500$$

(C)

123) Un animale ha una massa  $M_1 = 40$  kg; dopo 4 mesi, la sua massa, che indichiamo ora con  $M_2$ , è aumentata del 25% rispetto a  $M_1$ . Dopo altri quattro mesi, la sua massa, che indichiamo ora con  $M_3$ , è aumentata del 20% rispetto a  $M_2$ ; dopo un ulteriore aumento del 10% rispetto a  $M_3$ , la massa finale  $M_4$  è:

- A. 66 kg
- B. 70 kg
- C. 58 kg
- D. 60 kg
- E. 50 kg

$$M_1 = 40 \text{ kg}$$

$$M_2 = M_1(1+0,25) = 1,25M_1 = 40+10=50$$

$$M_3 = 1,2M_2 = 1,2 \cdot 50 = 60$$

$$M_4 = 1,1M_3 = 1,1 \cdot 60 = 66$$

(A)

125) Il valore iniziale di una grandezza che a seguito dell'incremento del 20% ha assunto il valore di 2160 era:

- A. 1850
- B. 1800
- C. 1500
- D. 1600
- E. 1720

$$G_2 = 2160 = 1,2 G_1 \Rightarrow \frac{2160}{1,2} = \frac{2160}{\frac{12}{10}} =$$

$$= \frac{2160}{\frac{6}{5}} = \frac{1080}{\frac{3}{5}} = \frac{360}{\frac{1}{5}} = 1800$$

(B)

128) Una lastra di un determinato materiale, spessa 1 cm, assorbe il 50% dell'intensità di una radiazione incidente. Se lo spessore diventa 3 cm, quale frazione dell'intensità incidente verrà trasmessa?

- A. 0%
- B. 12,5%
- C. 33,33%
- D. 75%
- E. 25%

$$(B \Rightarrow 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125 = 12,5\%)$$

130) Il 3,5% di una certa somma K ammonta a 70 euro.

Allora l'intera somma K ammonta a:

- A. 2.000 euro
- B. 800 euro
- C. 1.930 euro
- D. 500 euro
- E. 200 euro

$$\frac{5000 \cdot 0.05}{2} = \frac{5000 \frac{5}{100}}{2} = \frac{50 \cdot 5}{2} = \frac{250}{2}$$

(B)

132) Il prezzo nominale di un televisore è 750 euro. Un commerciante lo vende a 600 euro. Lo sconto praticato sul prezzo nominale è:

- A. 12,5%
- B. 25%
- C. 8%
- D. 20%
- E. 15%

$$\frac{750 - 600}{750} = \frac{150}{750} = \frac{15}{75} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$$

(D)

133) Si consideri un numero positivo  $x$ ; lo si incrementi del 18% e si riduca successivamente il risultato del 18%; chiamando  $y$  il numero così ottenuto:

- A.  $x < y$
- B.  $x = y$
- C. nessuna delle altre risposte è corretta
- D.  $x > y$
- E.  $x$  minore o uguale a  $y$

Poiché la risposta non è un valore, per semplificare anziché utilizzare 18% usiamo il 20% che è più semplice:

$$y = x \cdot 1,2 \cdot (1 - 0,2) = x \cdot 1,2 \cdot 0,8 = x \cdot 0,96 < x$$

(D)

134) La spesa farmaceutica annua italiana è ipoteticamente diminuita da 5 miliardi a 4,5 miliardi. La variazione percentuale è:

- A. -10%
- B. -5%
- C. 5%
- D. 10%
- E. -25%

$$(A \Rightarrow (4,5 - 5) / 5 = -0,5 / 5 = -0,1)$$

137) Il 20% della metà di un numero è 10. Qual è il numero?

- A. 125
- B. 80
- C. 100
- D. 20
- E. 24

$$(C \Rightarrow x/2 \cdot 0,2 = 10 \Rightarrow x \cdot 0,1 = 10 \Rightarrow x = 10 \cdot 10)$$

143) Aumentando del 10% le lunghezze della base e dell'altezza di un rettangolo, l'area aumenta del:

- A. 20%
- B. 100%
- C. 121%
- D. 21%
- E. 10%

$$a \cdot b = A \Rightarrow 1,1 a \cdot 1,1 b = 1,21 \cdot a \cdot b = 1,21 A$$

$$\text{da cui } 1,21 A - A = 0,21$$

(D)

144) Un fascio di raggi X paralleli che arriva su uno strato di 5 mm di spessore di un certo materiale viene assorbito nella misura del 50%. Se inviassimo lo stesso fascio su uno strato di 1,5 cm di spessore dello stesso materiale, quale percentuale del fascio incidente riuscirebbe ad emergere?

- A. Circa 33%
- B. Circa 17%
- C. Inferiore al 1%
- D. Circa 5%
- E. Circa 12,5%

$$0,5^{\frac{1,5}{0,5}} = 0,5^3 = 0,125$$

(E)

145) Il 31 dicembre di ogni anno, l'Istituto di Statistica di un determinato paese pubblica nel proprio Rapporto annuale l'ammontare delle spese mediche sostenute in quell'anno. Ipotizzando una crescita annua del 30% delle spese mediche, nel Rapporto di quale anno apparirà per la prima volta un ammontare superiore al doppio della spesa sostenuta nel 2010?

- A. 2012
- B. 2014
- C. 2015
- D. 2013
- E. 2011

la formula generale è  $x(1,3)^n > 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow 1,3^n > 2$  proviamola con  $n > 1$

$n = 2$ , ossia 2012)  $1,3^2 = 1,69 < 2$

$n = 3$ , ossia 2013)  $1,3^3 = 2,197 > 2$

(D)

147) Un supermercato, in un giorno particolare, pratica uno sconto del 15% su tutti i prezzi di listino. Sul prodotto X pratica un ulteriore sconto del 20%. Qual è lo sconto complessivo praticato sul prodotto X?

- A. 35%
- B. 5%
- C. 17,5%
- D. 30%
- E. 32%

$$p_x = p(1 - 0,15)(1 - 0,2) = p \cdot 0,85 \cdot 0,8 =$$

$$= \frac{85}{100} \frac{8}{10} = \frac{174}{205} = \frac{171}{55} = \frac{17}{25} = 0,68 \text{ da cui}$$

$$1 - 0,68 = 0,32$$

(E)

151) Il numero di individui di una popolazione è aumentato in un anno del 27%. Se P era il numero all'inizio dell'anno, qual è il numero alla fine dell'anno?

- A.  $P \times 1,27$
- B.  $P \times 0,27$
- C.  $P + 0,27$
- D.  $P + 1,27$
- E.  $P/0,27$

$$(A \Rightarrow P_N = P(1 + 0,27))$$

)

#### Grandezze direttamente e inversamente proporzionali

158) Detta k una costante, l'affermazione x e y sono inversamente proporzionali equivale a:

- A.  $x = ky$
- B.  $xy = k$
- C.  $x + y = k$
- D.  $y = kx$
- E.  $x - y = k$

(B)



159) Le ampiezze degli angoli di un quadrilatero sono proporzionali ai numeri 3, 5, 6 e 10. Quale delle seguenti quaterne rappresenta le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero?

- A.  $30^\circ 50^\circ 60^\circ 220^\circ$
- B.  $48^\circ 78^\circ 90^\circ 144^\circ$
- C.  $36^\circ 75^\circ 108^\circ 144^\circ$
- D.  $45^\circ 75^\circ 90^\circ 150^\circ$
- E.  $48^\circ 72^\circ 108^\circ 132^\circ$

161) Se una grandezza  $x$  è proporzionale al quadrato di una grandezza  $y$  e  $y$  è inversamente proporzionale ad una grandezza  $z$ , allora:

- A.  $x$  è inversamente proporzionale a  $z^2$
- B. la relazione tra  $x$  e  $z$  è diversa da quelle delle risposte precedenti
- C.  $x$  è direttamente proporzionale a  $z$
- D.  $x$  è inversamente proporzionale a  $z$
- E.  $x$  è direttamente proporzionale a  $z^2$

### Progressioni

163) Una colonia batterica raddoppia ogni giorno la superficie occupata e in trenta giorni occupa tutto lo spazio a disposizione. Approssimativamente quanti giorni ha impiegato per occuparne il 25%?

- A. 15
- B. 28
- C. 21
- D. 8
- E. 25

164) Una cellula si divide regolarmente in due nuove cellule in ogni unità di tempo  $T$ . Quante cellule troveremo dopo un lasso di tempo  $= 5T$ ?

- A. 16
- B. 8
- C. 32
- D. 13
- E. 63

165) Una popolazione, che è inizialmente di 32 batteri, aumenta del 50% ogni ora. Da quanti batteri sarà costituita dopo 4 ore?

- A. 112
- B. 220
- C. 162
- D. 100
- E. 128

166) Se i primi termini di una progressione geometrica sono 1, 3, 9, qual è l'ottavo termine?

- A. 729
- B. 6.561
- C. 243
- D. 81
- E. 2.187

Bisogna procedere per esclusione:

A)  $\frac{30}{3} = \frac{50}{5} = \frac{60}{6} \neq \frac{220}{10}$

B)  $\frac{48}{3} \neq \frac{78}{5}$

C)  $\frac{36}{3} \neq \frac{75}{5}$

D)  $\frac{45}{3} = \frac{75}{5} = \frac{90}{6} = \frac{150}{10} = 15$  OK

(D)

Infatti  $x = ky^2$  e inoltre  $y = \frac{m}{z}$  da cui

$$x = \frac{km^2}{z^2} = \frac{n}{z^2}$$

(A)

è una progressione geometrica di ragione 2, poiché il 25% rappresenta un quarto della superficie che verrà coperta in 30 giorni vuol dire che ci vogliono ancora 2 giorni prima di saturare la superficie

(B)

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2 \text{ da cui } 2^5 = 32$$

(C)

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ poiché}$$

$$a_4 = a_1 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = 30 \cdot \frac{81}{16} = 2 \cdot 81 = 162$$

(C)

$$\text{la ragione è } 3: a_8 = a_1 \cdot 3^{8-1} = 3^7$$

(E)

167) In uno stagno una ninfea ogni giorno raddoppia la propria estensione e in 30 giorni copre tutto lo stagno. Quanto tempo impiega per coprirne la metà?

- A. 15 giorni
- B. 7 giorni
- C. 12 giorni
- D. 2 giorni
- E. 29 giorni

è una progressione geometrica di ragione 2 e quindi per coprire la metà dello stagno basta un giorno prima dei 30

168) Indica la somma dei primi 50 numeri dispari:

- A. 6500
- B. 500
- C. 4500
- D. 2500
- E. 3500

(E)  
Progressione aritmetica di ragione  $3-1=2$  e primo elemento 1 da cui:

$$S_{50} = 50 \frac{a_1 + a_{50}}{2} \text{ e poiché}$$

$$a_{50} = a_1 + (50 - 1)2 = 1 + 49 \cdot 2 = 99 \Rightarrow S_{50} = 2500$$

(D)

## 1.2 Algebra classica

### Monomi e operazioni tra monomi

170) Per  $x, y, z$  diversi da zero, il quoziente tra i monomi  $4xy^5z$  e  $2xy^3z^{-3}$  risulta:

- A.  $-2y^2z^4$
- B.  $-y^2z^2$
- C.  $2y^2z^{-2}$
- D.  $x^{-1}yz^{-2}$
- E.  $2y^2z^4$

(E)

171)  $a^{(x+r)}$  vale:

- A.  $a^x \times a^r$
- B.  $a \times (x+r)$
- C.  $a + (x+r)$
- D.  $a^x + a^r$
- E.  $a^r \times (x+r)$

(A)

172) In quale dei seguenti problemi la formula risolutiva non è un monomio?

- A. Calcolare l'area del cerchio il cui raggio misura  $r$
- B. Calcolare il volume di un cubo il cui spigolo misura  $l$
- C. Calcolare l'area di un quadrato il cui lato misura  $l$
- D. Calcolare l'area di un triangolo conoscendo la misura della base  $b$  e dell'altezza  $h$
- E. Calcolare l'area di un trapezio avente la misura della base maggiore  $B$ , della minore  $b$  e dell'altezza  $h$

A)  $\pi r^2$

B)  $l^3$

C)  $l^2$

D)  $\frac{1}{2}bh$

E)  $\frac{1}{2}(B+b)h$

(E)

173) Quale fra le seguenti espressioni non è un monomio?

- A.  $(a^3/a) - a$ ,  $a$  diverso da 0
- B.  $a^2 \times 1/a$ ,  $a$  diverso da 0
- C.  $1/a^{-1}$ ,  $a$  diverso da 0
- D.  $3a^2 - 5a^2$
- E.  $-a/2$

(A è un binomio)

175) L'espressione  $(0,008a^3b^6)^{-2/3}$  equivale a:

- A.  $a^2b^4$
- B.  $25/a^3b$
- C.  $5/a^3b$
- D.  $25/a^2b^4$
- E.  $5/a^2b$

$$\begin{aligned}(0,008a^3b^6)^{-2/3} &= \left(\frac{8}{1000}a^3b^6\right)^{-2/3} = \left(\frac{8}{1000}\right)^{-2/3} (a^3)^{-2/3} (b^6)^{-2/3} = \\ &= \left(\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{1000}}\right)^{-2} a^{-2}b^{-4} = \left(\frac{2}{10}\right)^{-2} = \frac{25}{a^2b^4} = \frac{25}{a^2b^4}\end{aligned}$$

(D)

176) Per quale valore di  $n$  appartenente a  $N$  il monomio  $7/5 x^{n-2} y^{n-7}$  risulta intero?

- A.  $n > 3$
- B.  $n > 7$
- C.  $n > 4$
- D.  $n > = 7$
- E.  $2 < n < 7$

(D)

178) Sia dato il monomio  $23xy^2z^3t^2$ . Allora il grado del monomio è:

- A. 4
- B. 8
- C. 12
- D. 9
- E. 7

(B)

179) Stabilire quali delle seguenti coppie di monomi sono simili:

- A.  $3xyz; 3xyz^2$
- B.  $3x; 3y$
- C.  $\frac{2}{3}xy; \frac{2}{3}xz$
- D.  $\frac{2}{3}xyz; \frac{2}{3}x^2y$
- E.  $3x^2yz^2; \sqrt{3}x^2yz^2$

(E)

182) Dati i seguenti monomi  $3xy^2; 14x^2yz; 6x^2y^2z^2$ , il loro M.C.D. (massimo comune divisore) è:

- A.  $144x^2y^2z^2$
- B.  $x^2y^2z^2$
- C.  $3xy$
- D.  $42x^2y^2z^2$
- E.  $24xyz^2$

(D)

### Polinomi e operazioni tra polinomi

183) Siano  $a$  e  $b$  numeri reali. L'espressione  $(2a^3)^2 + (2b^2)^3$  vale:

- A.  $4a^6 + 8b^6$
- B.  $4a^5 + 6b^5$
- C.  $4a^6 + 4b^6$
- D.  $4a^5 + 8b^5$
- E.  $4a^6 + 6b^6$

(A)

185) Il polinomio  $x^2 - 2x - 1$  è uguale a:

- A.  $x(x-2) - 1$
- B.  $(1-x)^2$
- C.  $(x-1)^2 \cdot (x-1)$
- D.  $(x+1)^2$
- E.  $(x-1) \cdot (x+1)$

(A)

186) Quale fra le seguenti frasi non è corretta?

- A. Due monomi opposti hanno somma uguale al monomio nullo
- B. La moltiplicazione di polinomi gode della proprietà commutativa
- C. Il prodotto di un monomio e di un polinomio è ancora un polinomio
- D. Due monomi simili sono uguali
- E. Se due monomi sono uguali il loro quoziente è 1

(D)

193) Sia dato il polinomio  $x^3 + xy^2 + x + z^2x$ . Allora il grado del polinomio è:

- A. 3
- B. 9
- C. 10
- D. 6
- E. 12

(A)

#### Prodotti notevoli

196) Siano  $a$  e  $b$  numeri reali. Dire quale delle seguenti uguaglianze è falsa:

- A.  $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$
- B.  $(a+b) \times (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
- C. nessuna delle altre risposte è corretta
- D.  $(a+b) \times (a-b) = a^2 + b^2$
- E.  $(a+b) \times (a+b) = (a+b)^2$

(D)

199) Sapendo che  $x + y = 2$ , quanto vale  $x^2 + y^2$ ?

- A. 4
- B.  $2 + xy$
- C.  $4 - 2xy$
- D. 6
- E.  $2x + y^2$

Se  $x + y = 2 \Rightarrow (x + y)^2 = 2$  ossia  $x^2 + 2xy + y^2 = 4$   
da cui  $x^2 + y^2 = 4 - 2xy$

(C)

200) Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

- A.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
- B.  $(a-b)^2 = (a-b)(a+b)$
- C.  $(a-b)^2 = (a+b)^2$
- D.  $(a-b)^2 = -(b-a)^2$
- E.  $(a-b)^2 = (b-a)^2$

(E)

#### Teorema del resto e teorema di Ruffini

207) Per quale valore di  $k$  il polinomio  $P(x) = 2x^5 + kx^3 - x^2 + 2x - 1$  è divisibile per  $x - 1$ ?

- A.  $k = 2$
- B.  $k = -1/3$
- C.  $k = -1$
- D.  $k = 1$
- E.  $k = -2$

$$P(1) = 2 + k - 1 + 2 - 1 = 0 \Rightarrow 2 + k = 0$$

(E)



208) Per quale dei seguenti binomi è divisibile  $x^8 - a$ ?

- A.  $x^{-8} - a^{-1}$
- B.  $x^4 - a^3$
- C.  $x^3 + a^{1/3}$
- D.  $x - a^{1/8}$
- E.  $x^5 - a^{1/5}$

$$\begin{aligned} x^8 - a &= (x^4 - a^{\frac{1}{2}})(x^4 + a^{\frac{1}{2}}) = \\ &= (x^2 - a^{\frac{1}{4}})(x^2 + a^{\frac{1}{4}})(x^4 + a^{\frac{1}{2}}) = \\ &= (x - a^{\frac{1}{8}})(x + a^{\frac{1}{8}})(x^2 + a^{\frac{1}{2}})(x^4 + a^{\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

(D)

209) Il resto della divisione del polinomio  $x^4 + 5x^3 - 7x + 6$  per  $x - 2$  è:

- A. 48
- B.  $x - 46$
- C. -5
- D. 6
- E. -4

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 5 & 0 & -7 & 6 \\ 2 & - & 2 & 14 & 28 & 42 \\ \hline & 1 & 7 & 14 & 21 & 48 \end{array}$$

(A)

210) Se il resto della divisione tra il polinomio  $P(x) = x^3 - 2x^2 + k - 3$  e  $A(x) = 2x - 1$  è  $R = -2$ , allora  $k$  vale:

- A.  $11/8$
- B. -3
- C.  $1/2$
- D.  $-1/2$
- E. -2

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 + k - 3 & 2x - 1 \\ -x^3 + \frac{x^2}{2} & \frac{x^2}{2} - \frac{3}{4}x - \frac{3}{8} \\ \hline \frac{3}{2}x^2 + k - 3 & \\ \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x & \\ \hline -\frac{3}{4}x + (k - 3) & \\ \frac{3}{4}x - \frac{3}{8} & \\ \hline k - 3 - \frac{3}{8} = -2 & \end{array}$$

da cui si ricava  $k = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$

211) Indicare quale fra i polinomi di primo grado elencati è fra i fattori di  $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ .

- A.  $x - 3$
- B.  $x - 2$
- C.  $x - 1$
- D.  $x + 4$
- E.  $x + 1$

Basta sostituire:  $x-3 \Rightarrow x=3$  da cui:

$$2 \cdot 27 - 3 \cdot 9 - 11 \cdot 3 + 6 = 54 - 27 - 33 + 6 = 27 - 33 + 6 = 33 - 33 = 0$$

(A)

213) Gli zeri del polinomio  $P(x) = x^2 + ax + b$  sono -1 e 2. Allora  $P(7)$  vale:

- A. 35
- B. 40
- C. 54
- D. 42
- E. 30

Poiché  $x_1x_2 = -2$  e  $x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x_1x_2 = \frac{b}{1} = b = -2$  e  $x_1 + x_2 = -\frac{a}{1} = -a = 1$   
 da cui  $P(7) = 49 - 7 - 2 = 40$

(B)

### Scomposizione di un polinomio in fattori

214) La differenza  $x^5 - x^3$  vale:

- A.  $x^3(x^2 - 1)$
- B.  $x^2(x^3 - 1)$
- C.  $x^3 - x^2$
- D.  $x^5/3$
- E.  $x^2$

(A=> basta raccogliere il MCD)

215) L'espressione  $(x^2 - 3x + 2)$  è uguale a:

- A.  $(x - 1)(x - 2)$
- B.  $(x + 1)(x + 2)$
- C.  $(x - 1)^2$
- D.  $(x^2 - 1)(x - 2)$
- E.  $(x - 1)(x + 2)$

216) Il polinomio  $x^4 - 3x^2 + a$  con  $a$  appartenente ad  $\mathbb{R}$ :

- A. ha come zero  $x = 2$  per il valore di  $a$  uguale a 1
- B. ha come zero  $x = 2$  in corrispondenza di un valore di  $a$  positivo
- C. ha come zero  $x = 2$  in corrispondenza di un valore di  $a$  negativo
- D. è irriducibile per ogni valore di  $a$
- E. si può scomporre in  $(x + a)(x^2 - 1)$

217) L'espressione algebrica  $(2xy - x^2 - y^2) \times (y - x)$  in quale forma semplificata si può scrivere?

- A.  $-(x + y)^3$
- B.  $y^3 x^3$
- C.  $x^3 + y^3$
- D.  $x^3 - y^3$
- E.  $(x - y)^3$

222) Scomporre in fattori il polinomio  $x^2 y^2 + 4xy + 4$ :

- A.  $xy - y^2$
- B.  $x^2 - y + xy$
- C.  $xy - 1$
- D.  $x^2 - y^2$
- E.  $(xy + 2)^2$

225) Quale dei seguenti polinomi è un divisore del polinomio  $625x^5 - x$ ?

- A.  $5x^2 + 1$
- B.  $5x^2 - 1$
- C.  $5x + 1$
- D.  $25x^4 + 1$
- E.  $x - 5$

226) Si consideri il polinomio  $p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$ . Quale delle seguenti affermazioni è VERA?

- A.  $p(x)$  minore o uguale a 0 per qualsiasi valore reale di  $x$
- B.  $p(x)$  non è divisibile per  $x^2 + 1$
- C.  $p(x) > 0$  per  $x < -1$  oppure  $x > 2$
- D.  $p(x) = -3$  se  $x = 1$
- E. L'equazione  $p(x) = 0$  ha quattro soluzioni reali distinte

227) Il numero  $[(5002)^2 - (4998)^2]$  è uguale a:

- A. 42000
- B. 42064
- C. 38600
- D. 40000
- E. 40016

(A)

$$\text{Per } x = 2 \Rightarrow 16 - 12 + a = 0 \Rightarrow a = -4 < 0$$

(C)

$$\begin{aligned} \text{Dato che } (2xy - x^2 - y^2)(y - x) &= \\ &= -(2xy - x^2 - y^2)(x - y) = \\ &= (x^2 - 2xy + y^2)(x - y) = (x - y)^2(x - y) = \\ &= (x - y)^3 \end{aligned}$$

(E)

$$\begin{aligned} \text{Ponendo } xy = t \Rightarrow t^2 + 4t + 4 &= (t + 2)^2 = \\ &= (xy + 2)^2 \end{aligned}$$

(E)

$$\begin{aligned} \text{Ponendo } 625x^5 - x = x(625x^4 - 1) &= \\ = x(25x^2 + 1)(25x^2 - 1) &= \\ = x(25x^2 + 1)(5x + 1)(5x - 1) \end{aligned}$$

(C)

$$\begin{array}{c|ccc|c} P(-1) = 0 \text{ e } P(2) = 0 \text{ quindi} & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 2 & \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -2 & 0 \text{ da cui} \\ 2 & 2 & 0 & 2 & & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & \\ p(x) = (x + 1)(x - 2)(x^2 + 1) & & & & & \\ (C) & & & & & > 0 \text{ sempre} \end{array}$$

$$\begin{aligned} (5002)^2 - (4998)^2 &= (5002 - 4998)(5002 + 4998) = \\ &= 4(10000) = 40000 \end{aligned}$$

(D)



228) Il minimo comune multiplo dei polinomi  $x + y$  e  $x^2 - y^2$  è:

- A.  $x + y$
- B.  $(x + y)(x - y)$
- C.  $(x - y)$
- D.  $(x - y)^2$
- E.  $(x + y)^2$

(B)

**Frazioni algebriche e operazioni con le frazioni algebriche**

229) L'espressione  $-(2^6 - x^2)/(x - 8)$  equivale a:

- A.  $-32 - x$
- B.  $-x + 8$
- C.  $x + 8$
- D.  $-x + 16$
- E.  $16 - x$

$$-\frac{2^6 - x^2}{x - 8} = -\frac{(2^3 - x)(2^3 + x)}{x - 8} = -\frac{(8 - x)(8 + x)}{x - 8} = \frac{(x - 8)(8 + x)}{x - 8} = x + 8$$

(C)

230) Se  $a$  e  $b$  sono numeri reali diversi da 0,  $(a + b)/(a \times b) =$

- A.  $(1/a)/(1/b)$
- B.  $(1/a) + (1/b)$
- C.  $(a - b) \times (a \times b)$
- D.  $(a + b)/(a - b)$
- E.  $(1/a) \times (1/b)$

$$\frac{a + b}{ab} = \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$$

(B)

232) Sostituendo nell'espressione  $V = [(a^3 - b^3)/(a - b)]$  i valori numerici  $a = 4$  e  $b = 5$ , risulta:

- A.  $V = 18$
- B.  $V = 9$
- C.  $V = -61$
- D.  $V = -9$
- E.  $V = 61$

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2 \text{ da cui } 16 + 20 + 25 = 61$$

(C)

235) L'espressione algebrica  $(x + 1)/(x - 1)$  è definita per:

- A. tutti i valori di  $x$  ad eccezione di  $x^2 = -1$
- B. tutti i valori di  $x$  ad eccezione di  $x = -1$
- C. tutti i valori di  $x$  ad eccezione di  $x = 1$
- D. qualsiasi valore reale di  $x$
- E. nessun valore reale di  $x$

(C=> non si deve azzerare il denominatore)

236) Per quali valori di  $x$  l'espressione  $x^{-1} - (x - 1)^{-1}$  perde di significato contemporaneamente nei due addendi?

- A. 0, 1
- B. -1, 2
- C. 1/2, -1
- D. -1, -3
- E. -1, -1

$$\text{Poiché } x^{-1} - (x - 1)^{-1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1}$$

(A)

242) Per quale valore di  $x$  l'espressione  $(x - 5)^{-2}$  assume valori negativi?

- A. Per  $x > 5$
- B. Per  $x < 0$
- C. Per  $-5 < x < 5$
- D. Per  $x < -5$
- E. Per nessun valore di  $x$

(E=>mai poiché è un quadrato)

## 1.3 Equazioni e disequazioni

### Equazioni di I grado

248) Moltiplicando i due membri di un'equazione per il numero  $-1$ , le soluzioni dell'equazione che si ottiene:

- A. sono l'inverso delle soluzioni dell'equazione di partenza
- B. sono l'opposto di quelle dell'equazione di partenza
- C. non hanno alcun legame con le soluzioni dell'equazione di partenza
- D. sono le stesse di quelle di partenza
- E. hanno legami con le soluzioni dell'equazione di partenza che dipendono dal grado dell'equazione stessa

(D=> 2<sup>do</sup> principio di equivalenza dei polinomi)

249) Quale valore di  $x$  soddisfa l'equazione  $0,01x + 4 = 1$ ?

- A.  $x = -200$
- B.  $x = 50$
- C.  $x = -50$
- D.  $x = -300$
- E.  $x = 100$

$$0,01x + 4 = 1 \Rightarrow \frac{1}{100}x = -3 \Rightarrow x = -300$$

(D)

251) Un mattone pesa un chilo più mezzo mattone. Quanto pesa un mattone?

- A. kg 1,5
- B. kg 1,75
- C. kg 1
- D. kg 2
- E. kg 2,5

$$x = 1 + \frac{1}{2}x \Rightarrow x \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 1 \Rightarrow x = 2$$

(D)

253) Ricavare  $x$  dalla relazione  $k + x = 3xy - 7$  con  $y$  diverso da  $1/3$ .

- A.  $-(k+7)/(1-3y)$
- B.  $(3y-1)(k+7)$
- C.  $(k+7)/(2y)$
- D.  $(k-7)/(y-3)$
- E.  $(3y-7)/(k+1)$

(A=> l'unica che necessita della condizione su  $y$ )

### Sistemi di equazioni algebriche

259) Il sistema di due equazioni in due incognite  $x + y = 1$ ;  $2x - 2y = -4$ :

- A. ha come soluzione  $x = -1/2$ ,  $y = 3/2$
- B. ha infinite soluzioni
- C. ha come soluzione  $x = 2$ ,  $y = 1$
- D. ha come soluzione  $x = 0$ ,  $y = 0$
- E. ha come soluzione  $x = 1$ ,  $y = 0$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 2y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -2 \end{cases} \text{ e sommando}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

(A)

260) La somma di tre aree è 1.600. La prima è il 20% della seconda e la seconda è il 50% della terza. Le tre aree misurano:

- A. 100; 500; 1.000
- B. 150; 600; 850
- C. 100; 510; 990
- D. 300; 400; 800
- E. 200; 500; 900

$$A_2 = 0,5A_3; A_1 = 0,2A_2 = 0,2 \cdot 0,5A_3 = 0,1A_3 \\ \text{quindi } A_1 + A_2 + A_3 = 1600 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,1A_3 + 0,2A_3 + A_3 = 1600 \Rightarrow 1,6A_3 = 1600 \Rightarrow \\ \Rightarrow A_3 = 1000$$

(A)

270) Dei seguenti sistemi lineari UNO SOLO è indeterminato (ha infinite soluzioni). Quale di essi?

A.  $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x - y - 9 = 0 \\ -x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ 2x = 2y - 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

E.  $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{2}x = 2 - \frac{1}{2}y \end{cases}$

A)  $2x + 1 = 2x + 3 \Rightarrow 1 = 3$  impossibile

B)  $2x - y - 9 = 0 \Rightarrow y = 2x - 9$  che sostituito nella 2da :

$$-x + 2(2x - 9) + 6 = 0 \Rightarrow -x + 4x - 18 + 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ e quindi } y = -1 \text{ una sola soluz.}$$

C)  $x = 2y - 1 \Rightarrow 2x = 4y - 2$  e quindi  $4y - 1 = 2y - 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ e } x = -1 \text{ una sola soluzione}$$

D) La seconda  $x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - y = 1$  ossia  $y = 2x - 1$

da cui  $2x - 1 = 2x - 1$  ossia  $0 = 0$  e quindi il sistema ammette infinite soluzioni

(D)

272) Indicare tutti e soli i valori del parametro reale "a" per i quali il seguente sistema ammette soluzioni reali nelle incognite x e y:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = a - 1 \\ \sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

A.  $a > 5$

B.  $a > 1$

C. a maggiore uguale 5

D. ogni valore di a

E. a maggiore uguale 1

dalla seconda  $\sqrt{x} = 2 + 3\sqrt{y}$  che sostituita nella prima da:

$$4 + 6\sqrt{y} + \sqrt{y} = a - 1 \Rightarrow 7\sqrt{y} = a - 5 \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{a - 5}{7} \text{ da}$$

cui necessita che  $a - 5 \geq 0$

(C)

274) Un contadino alleva polli e conigli. Se possiede 55 capi che hanno complessivamente 160 zampe, quanti sono i conigli?

A. 15

B. 20

C. 30

D. 10

E. 25

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 4x + 2y = 160 \end{cases} \Rightarrow x = 55 - y \text{ sostituita nella seconda } 220 - 4y + 2y = 160 \Rightarrow 2y = 60 \Rightarrow y = 30 \text{ da cui } x = 55 - 30 = 25$$

(E)

262) Il sistema  $ax + by = c$ ;  $a_1x + b_1y = c_1$  ha un'unica soluzione soltanto se:

- A.  $ab_1 - a_1b = 0$
- B.  $ac_1 - a_1c = 0$
- C.  $ac_1 - a_1c$  diverso da 0
- D. nessuna delle altre risposte è corretta
- E.  $ab_1 - a_1b$  diverso da 0

Per Rouché – Capelli, il sistema deve essere a pieno rango ossia  $\begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = ab_1 - a_1b \neq 0$

(E)

263) La somma di due numeri  $x$  e  $y$  è 20. La loro differenza è 8.  $x$  e  $y$  valgono:

- A. non è possibile stabilirlo
- B.  $1/2$  e  $15/2$
- C. 14 e 6
- D. 12 e 8
- E.  $1/2$  e  $39/2$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases} \text{ e sommando } \begin{cases} x + y = 20 \\ 2x = 28 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ x = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 14 \end{cases}$$

(C)

266) In un esame, 16 studenti sono stati respinti e il 90% è stato promosso. Quanti studenti si sono presentati all'esame?

- A. 84
- B. 160
- C. 116
- D. 205
- E. 190

$$x(1 - 0,9) = 16 \Rightarrow 0,1x = 16 \Rightarrow x = 160$$

(B)

267) Un padre ha 50 anni e il figlio 26. Quando l'età del padre è stata o sarà tripla di quella del figlio?

- A. Fra 14 anni
- B. Fra 21 anni
- C. 14 anni fa
- D. Mai
- E. Non è possibile stabilirlo

$$50 + x = 3(26 + x) \Rightarrow 50 + x = 78 + 3x \Rightarrow \Rightarrow 3x - x = 50 - 78 \Rightarrow 2x = -28 \Rightarrow x = -14$$

(C)

269) Il sistema, per  $x, y$  reali  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 = 0 \\ y = x - 5 \end{cases}$

- A. ha una sola soluzione
- B. non ha soluzioni
- C. ha due soluzioni coincidenti
- D. ha due soluzioni distinte
- E. ha infinite soluzioni

Poiché  $y = x - 5$  sostituendo nella prima si ha:  
 $x^2 + (x - 5)^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x^2 - 10x + 25 - 9 = 0 \Rightarrow \Rightarrow 2x^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 8 = 0 \Rightarrow \Rightarrow \Delta = 25 - 32 < 0$  ossia non ammette soluzione

(B)