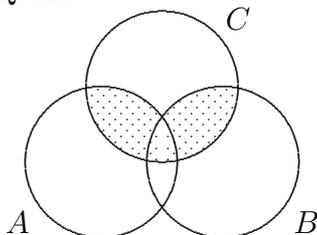


## Gli insiemi, la logica

1. Dato l'insieme  $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\}$ , quale delle seguenti affermazioni è falsa:
  - (a)  $1 \in A$
  - (b)  $5 \notin A$
  - (c)  $2 \in A$
  - (d)  $3 \subseteq A$
  - (e)  $\{1, 3\} \subset A$
2. Sono dati gli insiemi  $A = \{3, 5, 7, 9\}$  e  $B = \{5, 7\}$ . Quali delle seguenti relazioni è falsa?
  - (a)  $B \subset A$
  - (b)  $B \subseteq A$
  - (c)  $5 \in A \cap B$
  - (d)  $3 \in A \cup B$
  - (e)  $B \in A$
3. La parte evidenziata dai puntini in figura è il risultato di una delle seguenti operazioni. Quale?



- (a)  $A \cup B \cup C$
- (b)  $A \cap B \cap C$
- (c)  $A \cup (B \cap C)$
- (d)  $(A \cup B) \cap C$
- (e)  $(A \cap B) \cup C$

4. Il risultato di  $(A \cup \emptyset) \cap A$  è:
- (a)  $\emptyset$
  - (b)  $A$
  - (c)  $A \times A$
  - (d)  $\overline{A}$
  - (e) Nessuno dei precedenti
5. Tra le seguenti relazioni una sola è falsa. Quale?
- (a)  $(A \cup B) \cap A = A$
  - (b)  $(A \cap B) \cup A = A$
  - (c)  $(A \cap B) \cap A = A$
  - (d)  $(A \cap B) \cap (A \cap B) = A \cap B$
  - (e)  $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$
6. Fra i seguenti enunciati uno solo è una proposizione logica. Quale?
- (a) La minestra è buona
  - (b) Antonio è giovane
  - (c) Sara è simpatica
  - (d) Il cane è un animale
  - (e) Viva il Milan
7. Fra le seguenti proposizioni una sola è vera. Quale?
- (a) Un rombo non ha i lati uguali
  - (b) Un rettangolo ha i lati opposti diversi
  - (c) Un rettangolo è un parallelogramma
  - (d) Un rombo non è un parallelogramma
  - (e) Un quadrato non è una figura geometrica

8. Quale è la negazione della proposizione: “la camicia è bianca”

- (a) La camicia è nera
- (b) La camicia è sporca
- (c) La camicia non è bianca
- (d) La camicia non è nera
- (e) La camicia non c'è

9. Nella seguente tavola di verità compare un punto interrogativo. Cosa metteresti al suo posto?

$A$	$B$	$\bar{A}$	?
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

- (a)  $\bar{A} \wedge B$
- (b)  $\bar{A} \vee B$
- (c)  $\bar{A} \rightarrow B$
- (d)  $A \wedge B$
- (e)  $A \rightarrow B$

10. Quale delle seguenti proposizioni è una tautologia?

- (a)  $\bar{A} \wedge A$
- (b)  $\bar{A} \rightarrow A$
- (c)  $A \vee A$
- (d)  $\bar{A} \rightarrow \bar{A}$
- (e)  $\overline{A \wedge A}$

## Potenze ad esponente reale – logaritmi

1. Fra le seguenti potenze elimina quelle prive di significato e spiega il motivo della scelta (metti una x per eliminare):

$$\begin{array}{cccccc} (2\pi)^{-44} & (-2)^{\frac{1}{8}} & (-3)^{-2} & (9-3^2)^0 & (\sqrt[4]{5})^{\frac{2}{7}} & 0^{-2} \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{array}$$

2. Scrivi le seguenti radici sotto forma di potenza con esponente razionale

$$\sqrt[6]{2^5} \quad \sqrt[4]{243} \quad \sqrt[7]{\frac{1}{125}} \quad \frac{1}{\sqrt[4]{4}}$$

3. Eseguire le seguenti operazioni:

$$2^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-\sqrt{3}} \cdot 2^{-0,2} \quad \left[ \left( 4^{-\frac{3}{2}} \cdot 4\sqrt{\frac{1}{2}} : 4\sqrt{2} \right)^{\sqrt{3}} \right]^{0,4}$$

4. Semplifica le seguenti espressioni:

$$(3^{-2x} \cdot 3^3) : 3^x \quad \left( \frac{2^x}{4^{2x}} \right)^3 \quad \sqrt[5]{\frac{9^{x+1}}{3^{4x}}} \quad (3^{-2x+1} \cdot \sqrt[7]{9^x})^3$$

5. Inserisci il simbolo “>” oppure “<” fra le seguenti coppie di numeri:

$$\begin{array}{ccc} 3^{2\pi} & \dots & 3^6 \\ 4^{0,15} & \dots & 4^{0,25} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{7}} & \dots & \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{5}+1} \\ 0,6^{\sqrt{5}} & \dots & 0,6^3 \end{array}$$

6. Ridurre ciascuna delle seguenti espressioni ad un unico logaritmo:

$$\begin{array}{l} \log_b a + 2 \log_b c \qquad -3 \log_b m + 2 \log_b n - \frac{1}{2} \log_b p \\ \log_b(m^2 - n^2) - \log_b(m + n) \end{array}$$

7. Dimostrare la seguente uguaglianza:

$$\log_b(m^2 - n^2) = \log_b(mn) + \log_b\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right)$$

8. Calcolare il  $\log_2(4 \cdot \sqrt[3]{2})$  applicando la definizione di logaritmo

## Scomposizione di un trinomio in fattori – Equazioni binomie e trinomie

1. Scomponi in fattori:

(a)  $15x^2 + 7x - 2$

(b)  $3x^2 - 18x + 27$

(c)  $5x^2 - x + 7$

(d)  $x^4 - 5x^2 - 36$

2. Risolvi in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni:

(a)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

(b)  $3x^8 - 4x^4 - 1 = 0$

(c)  $\frac{1}{4}x^6 + 16 = 0$

(d)  $\frac{1}{4}x^6 - 16 = 0$

(e)  $\frac{x^7}{2} + 10 = 0$

## Equazioni irrazionali

1. Risolvere l'equazione:

$$x - \sqrt{25 - x^2} = 1$$

2. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x - 24}$$

3. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt{2x + 1} + 2\sqrt{x} = \frac{21}{\sqrt{2x + 1}}$$

4. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt[3]{x} - \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = 4$$

5. Risolvere l'equazione:

$$(2 + x)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} = 4(2 + x)^{-\frac{1}{2}}$$

## Equazioni di grado superiore al primo

1. Dopo aver stabilito se le seguenti equazioni intere sono complete, pure, spurie o monomie, risolvile in  $\mathbb{R}$ :

(a)  $(x + 1)(x + 6) - [2(x + 2)^2 - (x + 2)(x - 4)] + 14 = 0$

(b)  $(2x + 3)^2 + 7 = (x - 1)(x + 1) + 3x(4 - x)$

2. Risolvere in  $\mathbb{R}$  la seguente equazione di secondo grado:

$$2x(x - \sqrt{5}) + 2\sqrt{5} = 2x - \sqrt{5}(x - \sqrt{5})$$

3. Risolvi in  $\mathbb{R}$  la seguente equazione fratta nella variabile  $x$ :

$$\frac{5}{3x + 1} + \frac{2x}{x + 1} - \frac{15}{3x^2 + 4x + 1} = 0$$

4. Nella seguente equazione parametrica di secondo grado, determina per quali valori del parametro  $k$  sono soddisfatte le condizioni indicate:

$$(k - 1)x^2 - (2k + 1)x + k = 0$$

- (a) le soluzioni sono reali e distinte
- (b) una soluzione sia 3
- (c) una soluzione sia l'opposto dell'altra
- (d) la somma dei reciproci delle radici sia 1

5. Risolvi in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni di grado superiore al secondo:

(a)  $2x^3 - 7x^2 + 4x + 4 = 0$

(b)  $x^4 - 2ax^2 - 4x^3 + 8a = 0$

## Equazioni esponenziali – logaritmiche

1. Risolvere l'equazione:

$$8 \cdot 2^{x-1} - 2^{x+1} = 16$$

2. Risolvere l'equazione:

$$3^x = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

3. Risolvere l'equazione:

$$2^x + 2^{3-x} = 6$$

4. Risolvere l'equazione:

$$\log_2(5-x) + \log_2 3 = \log_2(x-1)$$

5. Risolvere l'equazione:

$$\frac{3}{\log_2 x - 1} + \frac{2}{\log_2 x + 1} = 2$$

## Sistemi di equazioni di grado superiore al primo

1. Si chiama grado di un sistema di più equazioni con altrettante incognite:
  - (a) il numero di equazioni che costituiscono il sistema
  - (b) il numero delle incognite di ciascuna equazione
  - (c) la somma dei gradi delle singole equazioni
  - (d) il prodotto dei gradi delle singole equazioni
2. Un sistema di più equazioni nelle incognite  $x$  e  $y$  di secondo grado è formato da:
  - (a) due equazioni di primo grado
  - (b) da una equazione di primo grado e da una equazione di secondo grado
  - (c) da due equazioni di secondo grado
3. Dire il grado del sistema e risolverlo

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ x^2 + y^2 - z^2 = -4 \end{cases}$$

4. Di un triangolo rettangolo sono date l'ipotenusa  $a$  e la somma  $\frac{5}{4}a$  dei cateti. Calcolare i cateti.

## Elementi di geometria analitica

1. Rappresentare in un grafico cartesiano le seguenti rette

$$y = -\frac{1}{5}x + 2 \quad y = \frac{3}{4}x \quad y = 5$$

2. Scrivere in forma implicita la seguente equazione

$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}$$

3. Determinare per quale valore di  $a$  le due rette  $2x - 3y + 1 = 0$  e  $(a - 1)x + y = 2$  risultano parallele
4. Scrivere l'equazione del fascio proprio di rette passante per il punto  $P\left(-5; \frac{1}{3}\right)$  e disegnare le rette del fascio aventi coefficiente angolare  $m = 0$ ,  $m = 1$  e  $m = -3$
5. Determinare l'equazione della parallela e della perpendicolare alla retta  $r$  di equazione  $2y - x + 6 = 0$  passanti per il punto  $A(1; 1)$
6. Scrivere l'equazione della retta passante per i punti  $A(-1; 3)$  e  $B(-4; 2)$
7. Date le parabole

$$p_1 : y = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \quad p_2 : y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$$

si può dire che:

- (a) hanno lo stesso vertice
- (b) hanno lo stesso asse di simmetria
- (c) hanno lo stesso fuoco
- (d) hanno diversi i fuochi, gli assi di simmetria e i vertici

8. Solo una delle seguenti parabole passa per i punti  $A(1; -1)$ ,  $B(-1; 5)$ ,  $O(0; 0)$ . Quale?

(a)  $y = -2x^2 + 3x$

(b)  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x$

(c)  $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x$

(d)  $y = x^2 - \frac{3}{2}x$

(e)  $y = 2x^2 - 3x$

9. Indicare quale, fra le seguenti equazioni, è quella di una circonferenza:

(a)  $x^2 + y^2 - x + y + 5 = 0$

(b)  $2x^2 + 2y^2 + 3x - 5y - 6 = 0$

(c)  $x^2 - y^2 + 5x = 0$

10. Rappresenta graficamente le seguenti circonferenze:

(a)  $x^2 + y^2 + y = 0$

(b)  $x^2 + y^2 - 16 = 0$

(c)  $x^2 + y^2 + x - y = 0$

11. Determinare il luogo geometrico dei punti del piano, la cui somma delle distanze dai punti  $A(-4; 0)$  e  $B(4; 0)$  sia 12

12. Data la retta e l'ellisse con le seguenti equazioni, stabilire la posizione della retta rispetto all'ellisse e, nel caso in cui la retta non sia esterna, determinare le coordinate dei punti intersezione.

$$x - 6y + 20 = 0 \qquad x^2 + 4y^2 = 40$$

13. Determinare il luogo geometrico dei punti del piano la cui differenza delle distanze dai punti  $(-5; 0)$  e  $(5; 0)$  è 6

14. Data l'iperbole equilatera di equazione  $xy = 16$ , determinare le coordinate dei vertici e rappresentare la curva graficamente

# Trigonometria

1. Completa la seguente tabella, scrivendo la misura mancante in gradi o in radianti:

Gradi	Radiani	Gradi	Radiani
45°		60°	
	0		$\pi$
120°		135°	
	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{6}$
270°		360°	
	$\frac{5}{6}\pi$		$\frac{1}{4}\pi$
	$\frac{3}{2}\pi$		

2. L'angolo radiante è:

- (a) l'angolo al centro del cerchio goniometrico che insiste su un arco di lunghezza che misura 1
- (b) l'angolo alla circonferenza del cerchio goniometrico che insiste su un arco di lunghezza che misura 1
- (c) la trecentosessantesima parte dell'angolo giro
- (d) la centottantesima parte dell'angolo giro

3. Dire se sono vere o false le seguenti equazioni:

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin \left( \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right)$$

$$\cos \frac{3}{2}\pi = \cos \left( \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right)$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \tan \left( \frac{\pi}{3} + k\pi \right)$$

4. Cosa si può dire sull'uguaglianza:  $\cos 2\alpha = 2 \cos \alpha$ :

- (a) è una identità
- (b) è una identità se  $\alpha = 0$
- (c) è una equazione algebrica
- (d) è generalmente falsa

5. Quale delle seguenti uguaglianze è una identità?

$$\begin{aligned}\tan \alpha \cos \alpha &= \sin \alpha \\ \cos \alpha &= \cos 45^\circ \\ \cos \alpha \sin 90^\circ &= \cot \alpha \sin \alpha \quad (\alpha \neq k90^\circ)\end{aligned}$$

- (a) solo la prima
- (b) solo la seconda
- (c) solo la terza
- (d) la prima e la terza
- (e) nessuna delle tre

6. L'equazione elementare  $\sin x = a$  è determinata:

- (a) se e solo se  $-1 \leq a \leq 1$
- (b) se e solo se  $a \neq 90^\circ + k180^\circ$
- (c) per ogni valore di  $a$  e le sue soluzioni sono  $x = a + k180^\circ$
- (d) per ogni valore di  $a$  e le sue soluzioni sono  $x = a + k360^\circ$

7. Quale delle seguenti equazioni non è impossibile?

$$\begin{aligned}\sin x &= -3 \\ 2 \cos x - 3 &= 0 \\ \tan x &= 7\end{aligned}$$

- (a) solo la prima
- (b) solo la seconda
- (c) solo la terza
- (d) la prima e la terza
- (e) nessuna delle tre

8. Quale delle seguenti equazioni è una equazione lineare in seno e coseno?

$$\begin{aligned}\cos x + \sin x &= 1 \\ \cos x - \sqrt{3} \sin x &= 0 \\ \cos^2 x + 2 \sin x \cos x &= 0\end{aligned}$$

- (a) solo la prima
- (b) solo la seconda
- (c) solo la terza
- (d) la prima e la seconda
- (e) la prima e la terza

9. Scrivi le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche di uno stesso arco

10. Data la  $\tan \alpha$ , calcolare  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\cot \alpha$

11. Giustificare le seguenti uguaglianze:

(a)

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot 60^\circ = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(b)

$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cot 120^\circ = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

12. Risolvere le seguenti equazioni

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$$

$$\tan(2 - 3x) = \cot \frac{x}{2}$$

13. Utilizzando le formule di addizione e sottrazione si calcolino le funzioni trigonometriche di  $75^\circ$  e  $15^\circ$

14. Utilizzando le formule di prostaferesi, trasforma in prodotto le seguenti somme o differenze:

$$\sin 15^\circ + \sin 45^\circ$$

$$\cos \alpha - \cos 4\alpha$$