Gli insiemi, la logica

1. Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\}$, quale delle seguenti affermazioni è falsa:

   (a) $1 \in A$

   (b) $5 \notin A$

   (c) $2 \in A$

   (d) $\boxed{3 \subseteq A}$ *risp.*

   (e) $\{1, 3\} \subset A$

2. Sono dati gli insiemi $A = \{3, 5, 7, 9\}$ e $B = \{5, 7\}$. Quali delle seguenti relazioni è falsa?

   (a) $B \subset A$

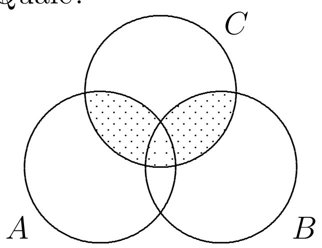
   (b) $B \subseteq A$

   (c) $5 \in A \cap B$

   (d) $3 \in A \cup B$

   (e) $\boxed{B \in A}$ *risp.*

3. La parte evidenziata dai puntini in figura è il risultato di una delle seguenti operazioni. Quale?



   (a) $A \cup B \cup C$

   (b) $A \cap B \cap C$

   (c) $A \cup (B \cap C)$

   (d) $\boxed{(A \cup B) \cap C}$ *risp.*

   (e) $(A \cap B) \cup C$

4. Il risultato di $(A \cup \varnothing) \cap A$ è:
   (a) $\varnothing$
   (b) $\boxed{A}$ *risp.*
   (c) $A \times A$
   (d) $\overline{A}$
   (e) Nessuno dei precedenti
5. Tra le seguenti relazioni una sola è falsa. Quale?
   (a) $(A \cup B) \cap A = A$
   (b) $(A \cap B) \cup A = A$
   (c) $\boxed{(A \cap B) \cap A = A}$ *risp.*
   (d) $(A \cap B) \cap (A \cap B) = A \cap B$
   (e) $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$
6. Fra i seguenti enunciati uno solo è una proposizione logica. Quale?
   (a) La minestra è buona
   (b) Antonio è giovane
   (c) Sara è simpatica
   (d) $\boxed{\text{Il cane è un animale}}$ *risp.*
   (e) Viva il Milan
7. Fra le seguenti proposizioni una sola è vera. Quale?
   (a) Un rombo non ha i lati uguali
   (b) Un rettangolo ha i lati opposti diversi
   (c) $\boxed{\text{Un rettangolo è un parallelogramma}}$ *risp.*
   (d) Un rombo non è un parallelogramma
   (e) Un quadrato non è una figura geometrica

8. Quale è la negazione della proposizione: "*la camicia è bianca*"

   (a) La camicia è nera
   (b) La camicia è sporca
   (c) $\boxed{\text{La camicia non è bianca}}$ *risp.*
   (d) La camicia non è nera
   (e) La camicia non c'è

9. Nella seguente tavola di verità compare un punto interrogativo. Cosa metteresti al suo posto?

A	B	$\overline{A}$	?
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

   (a) $\boxed{\overline{A} \wedge B}$ *risp.*
   (b) $\overline{A} \vee B$
   (c) $\overline{A} \rightarrow B$
   (d) $A \wedge B$
   (e) $A \rightarrow B$

10. Quale delle seguenti proposizioni è una tautologia?

   (a) $\overline{A} \wedge A$
   (b) $\overline{A} \rightarrow A$
   (c) $A \vee A$
   (d) $\boxed{\overline{A} \rightarrow \overline{A}}$ *risp.*
   (e) $\overline{A \wedge A}$

Potenze ad esponente reale – logaritmi

1. Fra le seguenti potenze elimina quelle prive di significato e spiega il motivo della scelta (metti una x per eliminare):

$$(2\pi)^{-44} \qquad (-2)^{\frac{1}{8}} \qquad (-3)^{-2} \qquad (9-3^2)^0 \qquad (\sqrt[4]{5})^{\frac{2}{7}} \qquad 0^{-2}$$

$\square$ *risp.* $\boxtimes$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$

2. Scrivi le seguenti radici sotto forma di potenza con esponente razionale

$$\sqrt[6]{2^5} \qquad \sqrt[4]{243} \qquad \sqrt[7]{\frac{1}{125}} \qquad \frac{1}{\sqrt[4]{4}}$$

$$\left[\textit{risp. } 2^{\frac{5}{6}}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 3^{\frac{5}{4}}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 5^{\frac{-3}{7}}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 2^{\frac{-1}{2}}\right]$$

3. Eseguire le seguenti operazioni:

$$2^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-\sqrt{3}} \cdot 2^{-0,2} \qquad \left[\left(4^{-\frac{3}{2}} \cdot 4^{\sqrt{\frac{1}{2}}} : 4^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{3}}\right]^{0,4}$$

$$\left[\textit{risp. } \frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 4^{-\frac{6\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{10}}\right]$$

4. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\left(3^{-2x} \cdot 3^3\right) : 3^x \qquad \left(\frac{2^x}{4^{2x}}\right)^3 \qquad \sqrt[5]{\frac{9^{x+1}}{3^{4x}}} \qquad \left(3^{-2x+1} \cdot \sqrt[7]{9^x}\right)^3$$

$$\left[\textit{risp. } 3^{3-3x}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 2^{-9x}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 3^{\frac{2-2x}{5}}\right] \qquad \left[\textit{risp. } 3^{\frac{-36x+21}{7}}\right]$$

5. Inserisci il simbolo “>” oppure “<” fra le seguenti coppie di numeri:

$$3^{2\pi} \quad \ldots \quad 3^6 \qquad \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{7}} \quad \ldots \quad \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{5}+1}$$

$$[\textit{risp. } >] \qquad [\textit{risp. } >]$$

$$4^{0,15} \quad \ldots \quad 4^{0,25} \qquad 0,6^{\sqrt{5}} \quad \ldots \quad 0,6^3$$

$$[\textit{risp. } <] \qquad [\textit{risp. } >]$$

6. Ridurre ciascuna delle seguenti espressioni ad un unico logaritmo:

$$\log_b a + 2\log_b c \qquad -3\log_b m + 2\log_b n - \frac{1}{2}\log_b p$$

$$[\textit{risp. } \log_b ac^2] \qquad \left[\textit{risp. } \log_b \frac{n^2}{m^3\sqrt{p}}\right]$$

$$\log_b(m^2-n^2) - \log_b(m+n)$$

$$[\textit{risp. } \log_b(m-n)]$$

7. Dimostrare la seguente uguaglianza:

$$\log_b\left(m^2-n^2\right)=\log_b(mn)+\log_b\left(\frac{m}{n}-\frac{n}{m}\right)$$

$$\left[\textit{risp.}\log_b(mn)+\log_b\left(\frac{m}{n}-\frac{n}{m}\right)=\log_b(mn)+\log_b\left(\frac{m^2-n^2}{mn}\right)=\right.$$

$$=\log_b(mn)+\log_b(m^2-n^2)-\log_b(mn)=\log_b(m^2-n^2)]$$

8. Calcolare il $\log_2(4\cdot\sqrt[3]{2})$ applicando la definizione di logaritmo

$$\left[\textit{risp. } x=\log_2 4\sqrt[3]{2}=\frac{7}{3}\right]$$

Scomposizione di un trinomio in fattori – Equazioni binomie e trinomie

1. Scomponi in fattori:

   (a) $15x^2 + 7x - 2$ [*risp.* $(3x+2)(5x-1)$]

   (b) $3x^2 - 18x + 27$ [*risp.* $3(x-3)^2$]

   (c) $5x^2 - x + 7$ [*risp.* Non Scomponibile]

   (d) $x^4 - 5x^2 - 36$ [*risp.* $(x^2+4)(x-3)(x+3)$]

2. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni:

   (a) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ $\left[\textit{risp. } x_1 = \sqrt[3]{8}, x_2 = 1\right]$

   (b) $3x^8 - 4x^4 - 1 = 0$ $\left[\textit{risp. } x = \mp\sqrt[4]{\frac{2+\sqrt{7}}{3}}\right]$

   (c) $\frac{1}{4}x^6 + 16 = 0$ [*risp.* Impossibile]

   (d) $\frac{1}{4}x^6 - 16 = 0$ [*risp.* $x = \mp 2$]

   (e) $\frac{x^7}{2} + 10 = 0$ $\left[\textit{risp. } x = -\sqrt[7]{20}\right]$

Equazioni irrazionali

1. Risolvere l'equazione:

$$x - \sqrt{25 - x^2} = 1 \qquad [\textit{risp. } x = 4]$$

2. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x - 24} \qquad [\textit{risp. } x = 49]$$

3. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt{2x + 1} + 2\sqrt{x} = \frac{21}{\sqrt{2x + 1}} \qquad [\textit{risp. } x = 4]$$

4. Risolvere l'equazione:

$$\sqrt[3]{x} - \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = 4 \qquad [\textit{risp. } x = 4096]$$

5. Risolvere l'equazione:

$$(2 + x)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} = 4(2 + x)^{-\frac{1}{2}} \qquad \left[\textit{risp. } x = \frac{2}{3}\right]$$

Equazioni di grado superiore al primo

1. Dopo aver stabilito se le seguenti equazioni intere sono complete, pure, spurie o monomie, risolvile in $\mathbb{R}$:

   (a) $(x+1)(x+6)-[2(x+2)^2-(x+2)(x-4)]+14=0$ [*risp.* spuria,0,-7]

   (b) $(2x+3)^2+7=(x-1)(x+1)+3x(4-x)$ [*risp.* pura,impossibile]

2. Risolvere in $\mathbb{R}$ la seguente equazione di secondo grado:

   $$2x(x-\sqrt{5})+2\sqrt{5}=2x-\sqrt{5}(x-\sqrt{5}) \qquad \left[\textit{risp. } \sqrt{5}, \frac{2-\sqrt{5}}{2}\right]$$

3. Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione fratta nella variabile x:

   $$\frac{5}{3x+1}+\frac{2x}{x+1}-\frac{15}{3x^2+4x+1}=0 \qquad \left[\textit{risp. } -2, \frac{5}{6}\right]$$

4. Nella seguente equazione parametrica di secondo grado, determina per quali valori del parametro k sono soddisfatte le condizioni indicate:

   $$(k-1)x^2-(2k+1)x+k=0$$

   (a) le soluzioni sono reali e distinte $\left[\textit{risp. } k>-\frac{1}{8}\right]$

   (b) una soluzione sia 3 [*risp.* $k=3$]

   (c) una soluzione sia l'opposto dell'altra $\left[\textit{risp. } k=-\frac{1}{2}\right]$

   (d) la somma dei reciproci delle radici sia 1 [*risp.* $k=-1$]

5. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni di grado superiore al secondo:

   (a) $2x^3-7x^2+4x+4=0$ [*risp.* ∓ 3]

   (b) $x^4-2ax^2-4x^3+8a=0$ [*risp.* $\mp\sqrt{2a}, \mp 2$]

Equazioni esponenziali – logaritmiche

1. Risolvere l'equazione:

$$8 \cdot 2^{x-1} - 2^{x+1} = 16 \qquad [\textit{risp.}\ x = 3]$$

2. Risolvere l'equazione:

$$3^x = \frac{\sqrt{3}}{9} \qquad \left[\textit{risp.}\ x = -\frac{3}{2}\right]$$

3. Risolvere l'equazione:

$$2^x + 2^{3-x} = 6 \qquad [\textit{risp.}\ x_1 = 1, x_2 = 2]$$

4. Risolvere l'equazione:

$$\log_2(5-x) + \log_2 3 = \log_2(x-1) \qquad [\textit{risp.}\ x = 4]$$

5. Risolvere l'equazione:

$$\frac{3}{\log_2 x - 1} + \frac{2}{\log_2 x + 1} = 2 \qquad \left[\textit{risp.}\ 8, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

Sistemi di equazioni di grado superiore al primo

1. Si chiama grado di un sistema di più equazioni con altrettante incognite:

   (a) il numero di equazioni che costituiscono il sistema

   (b) il numero delle incognite di ciascuna equazione

   (c) la somma dei gradi delle singole equazioni

   (d) $\boxed{\text{il prodotto dei gradi delle singole equazioni}}$ *risp.*

2. Un sistema di più equazioni nelle incognite x e y di secondo grado è formato da:

   (a) due equazioni di primo grado

   (b) $\boxed{\text{da una equazione di primo grado e da una ...}}$ *risp.*

   (c) da due equazioni di secondo grado

3. Dire il grado del sistema e risolverlo

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ x^2 + y^2 - z^2 = -4 \end{cases}$$

$$\left[\textit{risp.}\ \text{Secondo grado; } x_1 = 1, y_1 = 2, z_1 = 3;\ \ x_2 = \frac{399}{679}, y_2 = \frac{1974}{679}, z_2 = \frac{347}{97}\right]$$

4. Di un triangolo rettangolo sono date l'ipotenusa a e la somma $\frac{5}{4}a$ dei cateti. Calcolare i cateti. $\left[\textit{risp.}\ \frac{a}{8} - (5 \mp \sqrt{7})\right]$

Elementi di geometria analitica

1. Rappresentare in un grafico cartesiano le seguenti rette

$$y = -\frac{1}{5}x + 2 \qquad y = \frac{3}{4}x \qquad y = 5$$

2. Scrivere in forma implicita la seguente equazione

$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{3} \qquad [\textit{risp.}\ 3x + 15y - 10 = 0]$$

3. Determinare per quale valore di a le due rette $2x - 3y + 1 = 0$ e $(a-1)x + y = 2$ risultano parallele $\left[\textit{risp.}\ a = \frac{1}{3}\right]$

4. Scrivere l'equazione del fascio proprio di rette passante per il punto $P\left(-5; \frac{1}{3}\right)$ e disegnare le rette del fascio aventi coefficiente angolare $m = 0$, $m = 1$ e $m = -3$
$\left[\textit{risp.}\ y = m(x+5) + \frac{1}{3} \text{ a cui si aggiunge la retta } x = -5\right]$

5. Determinare l'equazione della parallela e della perpendicolare alla retta r di equazione $2y - x + 6 = 0$ passanti per il punto $A(1; 1)$
$\left[\textit{risp.}\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; y = -2x + 3\right]$

6. Scrivere l'equazione della retta passante per i punti $A(-1; 3)$ e $B(-4; 2)$
$\left[\textit{risp.}\ y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}\right]$

7. Date le parabole

$$p_1 :\ y = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \qquad p_2 :\ y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$$

si può dire che:

   (a) hanno lo stesso vertice
   (b) hanno lo stesso asse di simmetria
   (c) hanno lo stesso fuoco
   (d) $\boxed{\text{hanno diversi i fuochi, gli assi di simmetria e i vertici}}$ *risp.*

8. Solo una delle seguenti parabole passa per i punti $A(1;-1)$, $B(-1;5)$, $O(0;0)$. Quale?

   (a) $y = -2x^2 + 3x$

   (b) $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x$

   (c) $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x$

   (d) $y = x^2 - \frac{3}{2}x$

   (e) $\boxed{y = 2x^2 - 3x}$ *risp.*

9. Indicare quale, fra le seguenti equazioni, è quella di una circonferenza:

   (a) $x^2 + y^2 - x + y + 5 = 0$

   (b) $\boxed{2x^2 + 2y^2 + 3x - 5y - 6 = 0}$ *risp.*

   (c) $x^2 - y^2 + 5x = 0$

10. Rappresenta graficamente le seguenti circonferenze:

    (a) $x^2 + y^2 + y = 0$ $\left[\textit{risp. } C\left(0, -\frac{1}{2}\right), r = \frac{1}{2}\right]$

    (b) $x^2 + y^2 - 16 = 0$ $[\textit{risp. } C(0,0), r = 4]$

    (c) $x^2 + y^2 + x - y = 0$ $\left[\textit{risp. } C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}\right]$

11. Determinare il luogo geometrico dei punti del piano, la cui somma delle distanze dai punti $A(-4;0)$ e $B(4;0)$ sia 12 $\left[\textit{risp. } \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1\right]$

12. Data la retta e l'ellisse con le seguenti equazioni, stabilire la posizione della retta rispetto all'ellisse e, nel caso in cui la retta non sia esterna, determinare le coordinate dei punti intersezione.

$$x - 6y + 20 = 0 \qquad x^2 + 4y^2 = 40$$

    [*risp.* la retta è tangente nel punto $P(-2,3)$]

13. Determinare il luogo geometrico dei punti del piano la cui differenza delle distanze dai punti $(-5;0)$ e $(5;0)$ è 6 $\left[\textit{risp. } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1\right]$

14. Data l'iperbole equilatera di equazione $xy = 16$, determinare le coordinate dei vertici e rappresentare la curva graficamente

    [*risp.* $A_1 = (4, 4), A_2 = (-4, -4)$]

Trigonometria

1. Completa la seguente tabella, scrivendo la misura mancante in gradi o in radianti:

Gradi	Radianti
$45°$	$\left[\textit{risp.}\ \frac{\pi}{4}\right]$
$[\textit{risp.}\ 0]$	0
$120°$	$\left[\textit{risp.}\ \frac{2}{3}\pi\right]$
$[\textit{risp.}\ 90°]$	$\frac{\pi}{2}$
$270°$	$\left[\textit{risp.}\ \frac{3}{2}\pi\right]$
$[\textit{risp.}\ 150°]$	$\frac{5}{6}\pi$
$[\textit{risp.}\ 270°]$	$\frac{3}{2}\pi$

Gradi	Radianti
$60°$	$\left[\textit{risp.}\ \frac{\pi}{3}\right]$
$[\textit{risp.}\ 180°]$	π
$135°$	$\left[\textit{risp.}\ \frac{3}{4}\pi\right]$
$[\textit{risp.}\ 30°]$	$\frac{\pi}{6}$
$360°$	$[\textit{risp.}\ 2\pi]$
$[\textit{risp.}\ 45°]$	$\frac{1}{4}\pi$

2. L'angolo radiante è:

   (a) $\boxed{\text{l'angolo al centro del cerchio goniometrico ... misura 1}}$ *risp.*

   (b) l'angolo alla circonferenza del cerchio goniometrico che insiste su un arco di lunghezza che misura 1

   (c) la trecentosessantesima parte dell'angolo giro

   (d) la centottantesima parte dell'angolo giro

3. Dire se sono vere o false le seguenti equazioni:

$$\sin\frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right) \qquad [\textit{risp. VERO}]$$

$$\cos\frac{3}{2}\pi = \cos\left(\frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right) \qquad [\textit{risp. VERO}]$$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3} + k\pi\right) \qquad [\textit{risp. VERO}]$$

4. Cosa si può dire sull'uguaglianza: $\cos 2\alpha = 2\cos\alpha$:
   (a) è una identità
   (b) è una identità se $\alpha = 0$
   (c) è una equazione algebrica
   (d) $\boxed{\text{è generalmente falsa}}$ *risp.*

5. Quale delle seguenti uguaglianze è una identità?

$$\tan\alpha\cos\alpha = \sin\alpha$$
$$\cos\alpha = \cos 45°$$
$$\cos\alpha\sin 90° = \cot\alpha\sin\alpha \ (\alpha \neq k90°)$$

   (a) solo la prima
   (b) solo la seconda
   (c) solo la terza
   (d) $\boxed{\text{la prima e la terza}}$ *risp.*
   (e) nessuna delle tre

6. L'equazione elementare $\sin x = a$ è determinata:
   (a) $\boxed{\text{se e solo se } -1 \leq a \leq 1}$ *risp.*
   (b) se e solo se $a \neq 90° + k180°$
   (c) per ogni valore di a e le sue soluzioni sono $x = a + k180°$
   (d) per ogni valore di a e le sue soluzioni sono $x = a + k360°$

7. Quale delle seguenti equazioni non è impossibile?

$$\sin x = -3$$
$$2\cos x - 3 = 0$$
$$\tan x = 7$$

   (a) solo la prima
   (b) solo la seconda
   (c) $\boxed{\text{solo la terza}}$ *risp.*
   (d) la prima e la terza
   (e) nessuna delle tre

8. Quale delle seguenti equazioni è una equazione lineare in seno e coseno?

$$\cos x + \sin x = 1$$
$$\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$$
$$\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 0$$

   (a) solo la prima
   (b) solo la seconda
   (c) solo la terza
   (d) $\boxed{\text{la prima e la seconda}}$ *risp.*
   (e) la prima e la terza

9. Scrivi le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche di uno stesso arco
$\left[\textit{risp.}\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,\ \ \tan = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \ \cot = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right]$

10. Data la $\tan\alpha$, calcolare $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\cot\alpha$
$\left[\textit{risp.}\ \sin\alpha = \pm\dfrac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}},\ \ \cos\alpha = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}},\ \ \cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}\right]$

11. Giustificare le seguenti uguaglianze:
   (a)

$$\sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60° = \sin 30° = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60° = \cot 30° = \sqrt{3}$$

$$\cot 60° = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

   [*risp.* archi complementari]

(b)

$$\sin 120° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120° = -\tan 60° = -\sqrt{3}$$

$$\cot 120° = -\cot 60° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

[*risp.* archi supplementari]

12. Risolvere le seguenti equazioni

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \left[\textit{risp.} \quad \begin{array}{l} x = (-1)^h 45° + h180° \\ x = (-1)^h \frac{\pi}{4} + h\pi \end{array} , h \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \quad \left[\textit{risp.} \quad \begin{array}{l} x = -1\frac{\pi}{60} + k\frac{2}{5}\pi \\ x = \frac{7}{12}\pi + 2k'\pi \end{array} , k, k' \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\tan(2 - 3x) = \cot\frac{x}{2} \qquad \left[\textit{risp.} x = \frac{4}{5} - (2k+1)\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right]$$

13. Utilizzando le formule di addizione e sottrazione si calcolino le funzioni trigonometriche di 75° e 15°

$$\left[\textit{risp.} \ \ \sin 75° = \frac{1}{4}\sqrt{2}(\sqrt{3}+1); \cos 75° = \frac{1}{4}\sqrt{2}(\sqrt{3}-1); \tan 75° = 2 + \sqrt{3} \right]$$

14. Utilizzando le formule di prostaferesi, trasforma in prodotto le seguenti somme o differenze:

$$\begin{array}{rl} \sin 15° + \sin 45° & [\textit{risp.} \ \ 2\sin 30° \cos 15°] \\ \cos\alpha - \cos 4\alpha & [\textit{risp.} \ \ 2\sin 3\alpha \sin\alpha] \end{array}$$