



Università degli Studi di Palermo

Dipartimento di Matematica e Informatica

Words and Automata Research Group

ANNUNCIO DI SEMINARIO

Titolo: Periodicità delle parole e misure di complessità

Prof. Antonio Restivo, Università di Palermo

Giovedì 7 Marzo 2013, ore 15

Aula 7

Via Archirafi 34, 90123 Palermo

Abstract:

Uno dei più importanti risultati della Combinatoria delle Parole è il Critical Factorization Theorem (CFT), che stabilisce un legame fra le periodicità "locali" di una parola *finita* e la sua periodicità "globale". Il punto di partenza di questa ricerca riguarda l'estensione del CFT alle parole infinite.

Data una parola infinita x , si definisce la *funzione periodicità* $p_x(n)$, che, per ogni posizione n , dà il "periodo locale" in n , cioè la lunghezza del più corto "quadrato" centrato nella posizione n . Estendendo il CFT alle parole infinite, si mostra che una parola infinita x è periodica se e solo se la sua funzione periodicità $p_x(n)$ è limitata. Si dimostra inoltre un *gap theorem* per la funzione p_x : o p_x è limitata, o $p_x(n) \geq n+1$, per infiniti valori di n .

Il primo risultato di questa ricerca fornisce una caratterizzazione delle *parole Sturmiane caratteristiche* in termini della funzione periodicità: si dimostra che una parola infinita x è una *parola Sturmiana caratteristica* se e solo se $p_x(n) \leq n+1$ per ogni $n \geq 1$, ed è uguale a $n+1$ per infiniti valori di n . In questo senso, le *parole Sturmiane caratteristiche* corrispondono al caso estremo del CFT per le parole infinite.

Il risultato precedente suggerisce che le parole infinite potrebbero essere studiate (ad esempio, classificate) attraverso la loro funzione periodicità, considerandola come una nuova misura di complessità. Tuttavia la funzione periodicità ha forti fluttuazioni, e non sembra adatta come misura di complessità. Si introduce pertanto, per ogni parola infinita x , la funzione $h_x(n)$, che fornisce il *valor medio* della funzione periodicità p_x tra 1 ed n . La



Università degli Studi di Palermo

Dipartimento di Matematica e Informatica

Words and Automata Research Group

funzione h_x viene chiamata la *periodicity complexity function* della parola x , e risulta un utile strumento per studiare le parole infinite.

I risultati che presentiamo dimostrano che questa nuova misura di complessità è indipendente da altre misure di complessità comunemente usate in combinatoria delle parole, come, ad esempio, la *factor complexity*. In particolare, si dimostrano i seguenti risultati:

1. Esistono parole infinite ricorrenti non periodiche x tali che h_x è limitata.
2. Se f è la parola di Fibonacci, allora h_f ha crescita logaritmica.
3. Se t è la parola di Thue-Morse, allora h_t ha crescita lineare.
4. Esistono parole infinite ricorrenti x tali che h_x ha una crescita arbitraria.

Questi risultati mostrano l'interesse di questa nuova misura di complessità nello studio delle parole infinite, e delineano possibili ulteriori sviluppi della ricerca.

Tutti gli interessati, in particolare gli studenti, sono invitati a partecipare.